ESTABILIDAD DE SISTEMAS DE POTENCIA

VOLUMEN I

Cálculos Elementales de Estabilidad

CAPITULO I

EL PROBLEMA DE LA ESTABILIDAD

Definiciones e ilustraciones de términos. La *estabilidad del sistema de potencia* es un término aplicado a los sistemas de potencia eléctrica de corriente alterna, que denota una condición en la que las diversas máquinas síncronas del sistema permanecen en sincronismo, o "en paso", entre sí. Por el contrario, la *inestabilidad* denota una condición que implica la pérdida de sincronismo o falla “fuera de paso”.

Considere el sistema de potencia muy simple de la Fig. 1, que consta de un generador síncrono que suministra potencia a un motor síncrono a través de un circuito compuesto por una reactancia inductiva en serie X_L. Cada una de las máquinas síncronas puede estar representada, aproximadamente al menos, por una fuente de tensión constante en serie con una reactancia constante.[1] Así, el generador está representado por E_G y X_G; y el motor, por E_M y X_M. Al combinar las reactancias de la máquina y la reactancia de línea en una sola reactancia, tenemos un circuito eléctrico que consta de dos fuentes de tensión constante, E_G y E_M, conectadas a través de la reactancia $X = X_G + X_L + X_M$. Se demostrará que la potencia transmitida del generador al motor depende de la diferencia de fase δ de las dos tensiones E_G y E_M. Dado que estas tensiones son generadas por el flujo producido por los devanados de campo de las máquinas, su diferencia de fase es igual al ángulo eléctrico entre los rotores de la máquina.

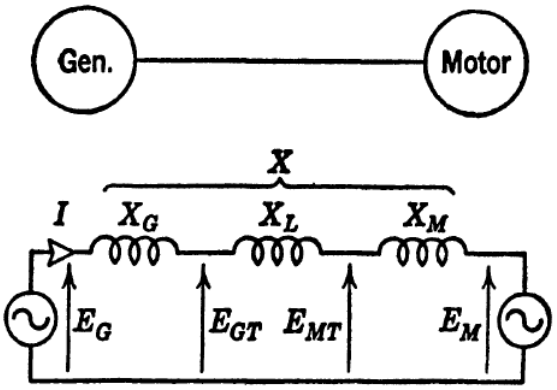


Figura 1
Sistema de potencia simple de dos máquinas

El diagrama vectorial de tensiones se muestra en la Fig. 2. Vectorialmente,

$$\mathbf{E}_G = \mathbf{E}_M + jXI \tag{1}$$

[1] Se utiliza una reactancia síncrona equivalente o una reactancia transitoria, dependiendo de si se asumen condiciones transitorias o de estado estable. Estos términos se definen y discuten en los Capítulos XII y XV, Vol. III.

(Las letras en negrita aquí y en todo el libro denotan cantidades complejas o vectoriales). Por lo tanto, la corriente es

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}_G - \mathbf{E}_M}{jX} \tag{2}$$

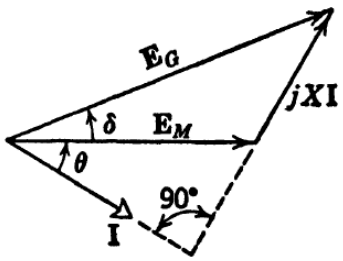


Figura 2
Diagrama vectorial del sistema de la Fig. 1

La potencia de salida del generador – y del mismo modo la potencia de entrada del motor, ya que no hay resistencia en la línea – viene dada por

$$P = \mathrm{Re}\left(\bar{\mathbf{E}}_G \mathbf{I}\right) \tag{3}$$

$$= \mathrm{Re}\left(\bar{\mathbf{E}}_G \frac{\mathbf{E}_G - \mathbf{E}_M}{jX}\right) \tag{4}$$

donde Re significa "la parte real de" y $\bar{\mathbf{E}}_G$ significa el conjugado de $\mathbf{E}_G$. Hagamos que

$$\mathbf{E}_M = E_M \angle 0 \tag{5}$$

y

$$\mathbf{E}_G = E_G \angle \delta \tag{6}$$

Entonces

$$\bar{\mathbf{E}}_G = E_G \angle -\delta \tag{7}$$

Sustituyendo las ecs. 5, 6 y 7 en la ec. 4 nos da

$$P = \mathrm{Re}\left(E_G \angle -\delta \frac{E_G \angle \delta - E_M \angle 0}{X \angle 90°}\right)$$

$$= \mathrm{Re}\left(\frac{E_G^{\,2}}{X} \angle -90° - \frac{E_G E_M}{X} \angle -90° - \delta\right)$$

$$= -\frac{E_G E_M}{X} \cos\left(-90° - \delta\right)$$

$$= \frac{E_G E_M}{X} \operatorname{sen} \delta \tag{8}$$

Esta ecuación muestra que la potencia P transmitida del generador al motor varía con el seno del ángulo de desplazamiento a entre los dos rotores, como se representa en la Fig. 3. La curva se conoce como *curva potencia – ángulo*. La potencia máxima que se puede transmitir en estado estacionario con la reactancia X dada y las tensiones internas E_G y E_M dados es

$$P_m = \frac{E_G E_M}{X} \tag{9}$$

y ocurre en un ángulo de desplazamiento $\delta = 90°$. El valor de la potencia máxima puede incrementarse elevando cualquiera de las tensiones internas o disminuyendo la reactancia del circuito.

El sistema es estable solo si el ángulo de desplazamiento δ está en el rango de –90° a +90°, en el que la pendiente $dP/d\delta$ es positiva; es decir, el rango en el que un aumento del ángulo de desplazamiento da como resultado un aumento de la potencia transmitida. Suponga que el sistema está operando en estado estable en el punto *A*, Fig. 3. La entrada mecánica del generador y la salida mecánica del motor, si se corrigen las pérdidas rotacionales, serán iguales a la potencia eléctrica *P*. Ahora suponga que se agrega al motor un pequeño incremento de carga en el eje. Momentá-

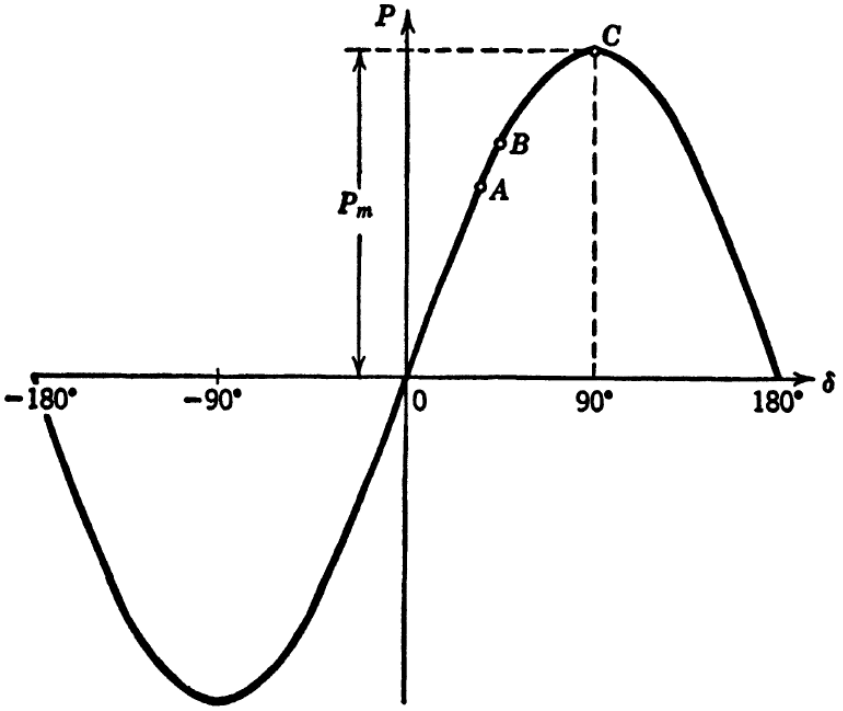


Figura 3
Curva potencia – ángulo de la Fig.1

neamente, la posición angular del motor con respecto al generador y, por lo tanto, la potencia de entrada al motor no cambia; pero la salida del motor se ha incrementado. Hay, por lo tanto, un torque neto en el motor que tiende a retardarlo y su velocidad disminuye temporalmente. Como resultado de la disminución de la velocidad del motor, δ aumenta y, en consecuencia, aumenta la entrada de potencia, hasta que finalmente la entrada y la salida vuelven a estar en equilibrio y se produce una operación constante en un nuevo punto *B*, más alto que *A* en la curva potencia – ángulo (Se ha supuesto tácitamente que la velocidad del generador permanecería constante. En realidad, es posible que el generador tenga que reducir un poco la velocidad para que el gobernador de su motor principal funcione y aumente la entrada del generador lo suficiente como para equilibrar la salida incrementada).

Suponga que la entrada del motor se incrementa gradualmente hasta alcanzar el punto *C* de máxima potencia. Si ahora se aplica un incremento adicional de carga al motor, el ángulo de desplazamiento a aumentará como antes, pero mientras lo hace no habrá incremento en la entrada. En cambio, habrá una *disminución* en la entrada, aumentando aún más la diferencia entre la salida y la entrada, y retardando el motor más rápidamente. El motor perderá el paso y probablemente se detendrá (a menos que se mantenga en marcha mediante la acción motor de inducción resultante de los circuitos amortiguadores que pueden estar presentes). P_m es el *límite de estabilidad en estado estacionario* del sistema. Es la potencia máxima que se puede transmitir, y se perderá sincronismo si se intenta transmitir más potencia que este límite.

Si se agrega *repentinamente* un gran incremento de carga en el motor, en lugar de gradualmente, el motor puede perder el paso, aun cuando nueva carga no exceda el límite de estabilidad de estado estable. La razón es la siguiente: cuando se agrega un gran incremento de carga al eje del motor, la salida de potencia mecánica del motor excede en gran medida la entrada de potencia eléctrica, y la deficiencia de entrada es suplida por la disminución de la energía cinética. El motor se ralentiza y se produce un aumento del ángulo de desplazamiento δ y un consiguiente aumento de la entrada. De acuerdo con la suposición de que la nueva carga no excede el límite de estabilidad de estado estable, δ aumenta al valor adecuado para la operación de estado estable, un valor tal que la entrada del motor es igual a la salida y el torque de retardo desaparece. Sin embargo, cuando se alcanza este valor de δ, el motor está funcionando muy lentamente. Su momento angular evita que su velocidad aumente repentinamente al valor normal. Por lo tanto, continúa funcionando demasiado lentamente y el ángulo de desplazamiento aumenta más allá del valor adecuado. Una vez que el ángulo ha pasado este valor, la entrada del motor supera la salida y el torque neto ahora es un torque de aceleración. La velocidad del motor aumenta y se acerca a la velocidad normal. Sin embargo, antes de que se recupere la velocidad normal, el ángulo de desplazamiento puede haber aumentado hasta tal punto que el punto de operación en la curva de potencia – ángulo (Fig. 3) no solo pasa por encima del máximo (punto *C*), pero también va tan lejos que la entrada del motor disminuye a un valor menor que la salida. Si esto sucede, el torque neto cambia de un torque de aceleración a un torque de retardo. La velocidad, que todavía está por debajo de lo normal, ahora vuelve a disminuir y continúa disminuyendo durante casi una pequeña parte de cada ciclo de deslizamiento. El sincronismo está definitivamente perdido. En otras palabras, el sistema es inestable.

Sin embargo, si el incremento repentino de la carga no es demasiado grande, el motor recuperará su velocidad normal antes de que el ángulo de desplazamiento sea demasiado grande. Entonces, el torque neto sigue siendo un torque de aceleración y hace que la velocidad del motor continúe aumentando y, por lo tanto, sea mayor de lo normal. El ángulo de desplazamiento entonces disminuye y se aproxima de nuevo a su valor propio. Nuevamente supera este valor debido a la inercia. Así, el rotor del motor oscila alrededor de la nueva posición angular de estado estacionario. Las

oscilaciones finalmente desaparecen debido a los torques de amortiguamiento[2], que se han despreciado en este análisis elemental. Un movimiento oscilatorio amortiguado caracteriza un sistema estable.

Con un incremento repentino dado en la carga, existe un límite superior definido para la carga que el motor soportará sin perder el paso. Este es el *límite de estabilidad transitoria* del sistema para las condiciones dadas. El límite de estabilidad transitoria siempre está por debajo del límite de estabilidad en estado estable[3], pero a diferencia de este último, puede tener muchos valores diferentes, según la naturaleza y la magnitud de la perturbación. La perturbación puede ser un aumento repentino de la carga, como se acaba de ver, o puede ser un aumento repentino de la reactancia del circuito causado, por ejemplo, por la desconexión de una de dos o más líneas paralelas como una operación de conmutación normal. Sin embargo, el tipo de perturbación más grave al que está sujeto un sistema de potencia es un cortocircuito. Por lo tanto, el efecto de los cortocircuitos (o "fallas", como se les suele llamar) debe determinarse en casi todos los estudios de estabilidad.

Un cortocircuito trifásico en la línea que conecta el generador y el motor corta por completo el flujo de energía entre las máquinas. La salida del generador se vuelve cero en los circuitos de reactancia pura bajo consideración; la entrada del motor también se vuelve cero. Debido a la lentitud de acción del gobernador del motor primario que acciona el generador, la entrada de potencia mecánica del generador permanece constante durante quizás 3/4 de segundo. Además, dado que la potencia y el torque de la carga en el motor son funciones de la velocidad, y dado que la velocidad no puede cambiar instantáneamente y cambia no más de un pequeño porcentaje a menos y hasta que se pierda el sincronismo, la salida de potencia mecánica del motor puede suponerse constante. Como la potencia eléctrica de ambas máquinas disminuye por el cortocircuito, mientras que la potencia mecánica de ambas permanece constante, hay un torque de aceleración en el generador y un torque de retardo en el motor. En consecuencia, el generador se acelera, el motor se ralentiza y es evidente que se perderá el sincronismo a menos que se elimine rápidamente el cortocircuito para restaurar la potencia de sincronización entre las máquinas antes de que se hayan desviado demasiado en ángulo y velocidad. Si el cortocircuito está en una de dos líneas paralelas y no está en ningún extremo de la línea, o si el cortocircuito es de otro tipo que no sea trifásico – es decir, de una línea a tierra, línea a línea, o dos líneas a tierra – entonces todavía se puede transmitir algo de potencia de sincronización más allá de la falla, pero la amplitud de la curva potencia – ángulo se reduce en comparación con la de la condición previa a la falla. En algunos casos, el sistema será estable incluso con un cortocircuito sostenido, mientras que en otros el sistema será estable solo si el cortocircuito se soluciona con suficiente rapidez. Que el sistema sea estable durante las fallas dependerá no solo del sistema mismo, sino también del tipo de falla, la ubicación de la falla, la rapidez de eliminación y el método de eliminación

[2] Discutido en el Capítulo XIV, Vol. III.

[3] Sin embargo, los métodos de cálculo convencionales a veces indican que el límite de estabilidad transitoria está por encima del límite de estabilidad en estado estable. Esta paradoja se discute en el Capítulo XV, Vol.III.

– es decir, si se elimina mediante la apertura secuencial de dos o más interruptores automáticos, o por apertura simultánea – y si la línea fallada se vuelve a cerrar o no. Para cualquier conjunto constante de estas condiciones, la cuestión de si el sistema es estable depende de cuánta energía transportaba antes de que ocurriera la falla. Por tanto, para cualquier perturbación especificada, existe un valor de potencia transmitida, denominado *límite de estabilidad transitoria*, por debajo del cual el sistema es estable y por encima del cual es inestable.

El límite de estabilidad es un tipo de *límite de potencia*, pero el límite de potencia de un sistema no siempre está determinado por la cuestión de la estabilidad. Incluso en un sistema que consta de un generador síncrono que suministra energía a una carga de resistencia, hay una potencia máxima recibida por la carga a medida que varía la resistencia de la carga. Claramente, aquí hay un límite de potencia que no tiene nada que ver con la cuestión de estabilidad.

Sistemas multimáquinas. Pocos sistemas de energía reales, si es que hay alguno, consisten simplemente de un generador y un motor síncrono. La mayoría de los sistemas de energía tienen muchas estaciones generadoras, cada una con varios generadores y muchas cargas, la mayoría de las cuales son combinaciones de motores síncronos, condensadores síncronos, motores de inducción, lámparas, dispositivos de calefacción y otros. El problema de estabilidad en un sistema de energía de este tipo generalmente se refiere a la transmisión de energía de un grupo de máquinas síncronas a otro. Por regla general, ambos grupos consisten predominantemente en generadores. Durante los disturbios, las máquinas de cada grupo oscilan más o menos juntas; es decir, conservan aproximadamente sus posiciones angulares relativas, aunque estas varían mucho con respecto a las máquinas del otro grupo. Para fines de análisis, las máquinas de cada grupo pueden ser reemplazadas por una máquina equivalente. Si se hace esto, hay un *generador equivalente* y un *motor síncrono equivalente*, aunque este último a menudo representa máquinas que en realidad son generadores.

Debido a la incertidumbre sobre qué máquinas se moverán juntas, o para mejorar la precisión de la predicción, a menudo es deseable representar las máquinas síncronas de un sistema de potencia mediante más de dos máquinas equivalentes. No obstante, *cualitativamente el comportamiento de las máquinas de un sistema real suele ser como el de un sistema de dos máquinas*. Si se pierde el sincronismo, las máquinas de cada grupo se mantienen juntas, aunque se desfasan del otro grupo.

Debido a que el comportamiento de un sistema de dos máquinas representa el comportamiento de un sistema de múltiples máquinas, al menos cualitativamente, y debido a que el sistema de dos máquinas es muy simple en comparación con el sistema de múltiples máquinas que representa, el sistema de dos máquinas es extremadamente útil en describir los conceptos generales de la estabilidad del sistema de potencia y la influencia de varios factores sobre la estabilidad. En consecuencia, el sistema de dos máquinas juega un papel destacado en este libro.

Un análogo mecánico de la estabilidad del sistema [5].[4] Se puede construir un modelo mecánico simple del diagrama vectorial de la Fig. 2 con dos brazos rígidos pivotantes que representan los vectores E_G y E_M, unidos en sus extremos por un resorte que representa el vector *XI*. (Consulte la Fig. 4). Las longitudes representan tensiones en el modelo, tal como lo hacen en el diagrama vectorial. Las longitudes de los brazos, E_G y E_M, se fijan de acuerdo con la suposición de tensiones internos constantes. La longitud del resorte *XI* es proporcional a la fuerza de tracción aplicada (por simplicidad, asumimos un resorte ideal que vuelve a la longitud cero si se elimina la fuerza). Por lo tanto, se puede considerar que la *fuerza de tracción* representa la *corriente* y la *flexibilidad* del resorte (su alargamiento por unidad de fuerza), representa la *reactancia*.

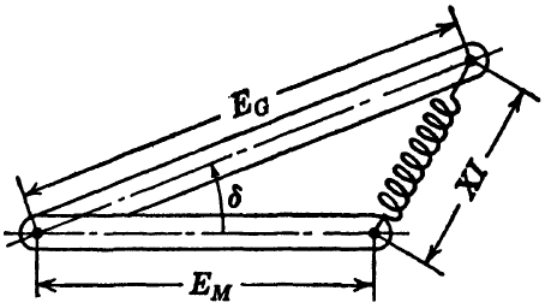


Figura 4
Una analogía mecánica del sistema de la Fig. 1

El *torque* ejercido sobre un brazo por el resorte es igual al producto de la longitud del brazo, la fuerza de tracción del resorte y el seno del ángulo entre el brazo y el resorte. (El resorte ejerce más torsión cuando es perpendicular al brazo que en cualquier otro ángulo para la misma fuerza de tracción). Obviamente, los torques en los dos brazos son iguales y opuestas. El torque, multiplicado por la velocidad de rotación, da la potencia mecánica transmitida de un brazo al otro. Para facilitar la inspección, el modelo mecánico se considerará estacionario, en lugar de rotar a velocidad síncrona, tal como consideramos estacionario el diagrama vectorial habitual. La fórmula para el torque (o potencia) en el modelo es análoga a la de la potencia en el diagrama vectorial, a saber: tensión X corriente X coseno del ángulo entre ellos. (Dado que el vector *XI* está 90° por delante del vector *I*, el coseno del ángulo entre *E* e *I* es igual al seno del ángulo entre *E* y *XI*).

La potencia del eje de las máquinas se puede representar aplicando torques adicionales a los brazos. Un método conveniente para aplicar torques constantes iguales y opuestos a los dos brazos es unir un tambor a cada brazo y suspender un plato de pesas de una polea que cuelga de una cuerda, un extremo del cual se enrolla en cada tambor, todo como se indica en Fig. 5.

A medida que se agregan pesos al plato en pequeños incrementos, los dos brazos del modelo se alejan gradualmente hasta que el ángulo entre ellos alcanza los 90°, en cuya posición el resorte ejerce el torque máximo. Si se agregan más pesos, los brazos se separan y continúan girando en direcciones opuestas hasta que todo el cable se desenrolla de los tambores. El sistema es inestable. El límite de potencia de estado estable se alcanza en $\delta = 90°$. Aunque de 90° a 180° la fuerza del resorte (corriente)

[4] Los números superiores [ ] se refieren a elementos en la lista de referencias al final del capítulo.

continúa aumentando, el ángulo entre el brazo y el resorte cambia de tal manera que el torque disminuye.

El efecto de cambiar las tensiones de la máquina se puede mostrar uniendo el resorte a abrazaderas que se deslizan a lo largo de los brazos.

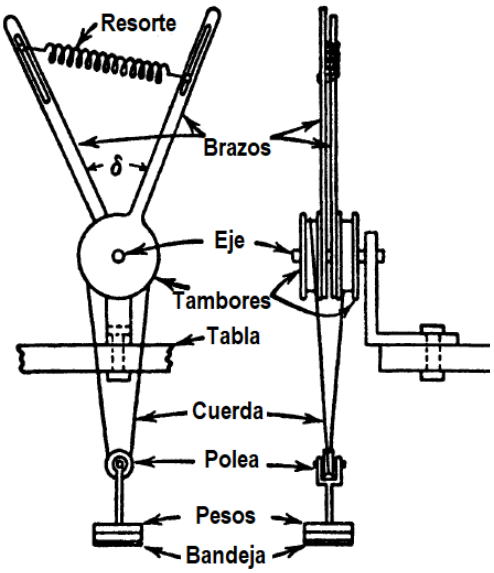


Figura 5
Analogía mecánica del sistema de la Fig. 1, apropiado para representar condiciones transitorias

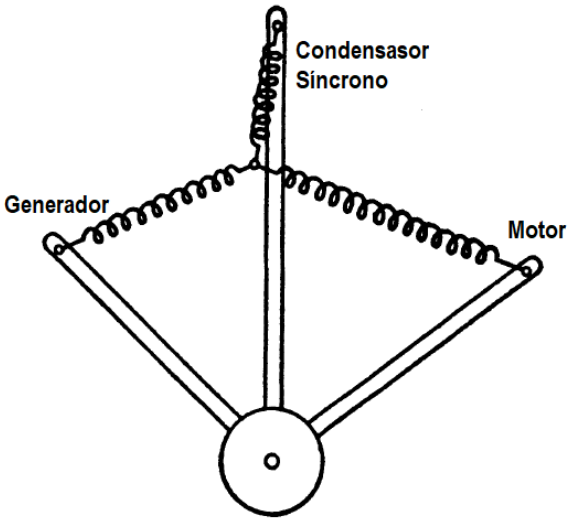


Figura 6
Analogía mecánica de un sistema de tres máquinas consistente de un generador, condensador síncrono, y motor síncrono

El efecto de una estación intermedia de condensador síncrono en el aumento del límite de potencia de estado estacionario se puede mostrar agregando un tercer brazo pivotante unido a un punto intermedio del resorte (Fig. 6). El condensador mantiene una tensión interno fijo. Dado que el condensador no tiene entrada ni salida del eje, no se proporciona tambor en el tercer brazo del modelo. Con el brazo intermedio (que representa el condensador) en su lugar, el ángulo entre los dos brazos exteriores (que representan el generador y el motor) puede exceder los 90° sin inestabilidad, y el límite de potencia es mayor que antes.

El modelo se puede utilizar para ilustrar la estabilidad transitoria proporcionando a cada brazo un volante de modo que el momento de inercia combinado del brazo y el volante sea proporcional al de la máquina síncrona correspondiente junto con su motor principal (o carga). Los tambores se pueden hacer para servir a este propósito.

Si se agrega repentinamente un incremento de carga no demasiado grande a la bandeja, se encontrará que los brazos oscilan antes de establecerse en sus nuevas posiciones de estado estable. El ángulo entre los brazos puede exceder los 90° durante estas oscilaciones sin pérdida de estabilidad. Si el incremento de carga es demasiado grande, los brazos se separarán y continuarán girando en direcciones opuestas, lo que

indica inestabilidad. Esto puede suceder, aunque la carga total sea menor que el límite de estabilidad de estado estable.

El efecto de cambiar una de dos líneas paralelas se puede simular conectando los brazos mediante dos resortes en paralelo y luego desconectando repentinamente un resorte quemando el trozo de cuerda al que está unido el resorte.

El efecto de una falla en la línea se puede simular empujando repentinamente un punto del resorte hacia el eje (Fig. 7). Los brazos comenzarán a separarse y se perderá la estabilidad a menos que se suelte rápidamente el resorte.

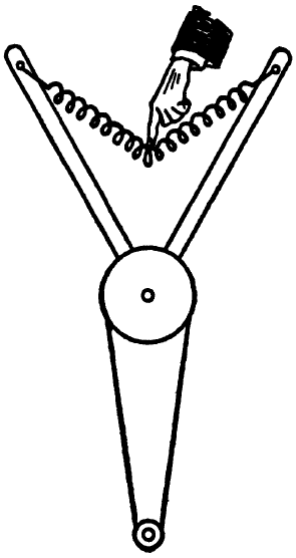


Figura 7
Analogía mecánica del efecto de una línea con falla en el sistema de potencia de la Fig. 1.

Se han construido modelos de este tipo para dar una representación a escala de los sistemas de energía reales de tres o cuatro máquinas, y las oscilaciones de los brazos han sido registradas por cámaras cinematográficas [6]. Sin embargo, existen dificultades prácticas al aplicar la representación del modelo a un sistema complicado. El principal valor del modelo es ilustrar los conceptos elementales de estabilidad. En la práctica se utilizan otros métodos de análisis.

Malos efectos de la inestabilidad. Cuando una máquina pierde el paso con las otras en un sistema, ya no cumple su función. Si es un generador, ya no constituye una fuente confiable de energía eléctrica. Si es un motor, ya no proporciona potencia mecánica a la velocidad adecuada, si es que lo hace. Si es un condensador, ya no mantiene la tensión adecuada en sus terminales. Un sistema inestable de dos máquinas, compuesto por un motor y un generador, puede compararse con una correa o un embrague deslizantes en un sistema de transmisión mecánica; la inestabilidad significa la falla del sistema como enlace de transmisión de energía.

Además, una gran máquina síncrona desfasada no sólo es inútil; es peor que inútil – es nociva – porque tiene un efecto perturbador sobre las tensiones. Las tensiones fluctuarán hacia arriba y hacia abajo entre límites amplios. Por lo tanto, la inestabilidad tiene el mismo efecto negativo sobre el servicio a las cargas de los clientes que una falla, excepto que es probable que el efecto de la inestabilidad dure más. Si ocurre inestabilidad como consecuencia de una falla, es posible que la eliminación de la falla en sí misma no restaure la estabilidad. Las perturbadoras fluctuaciones de tensión continúan después de que se haya solucionado la falla. La máquina, o grupo de máquinas, que está fuera de sintonía con el resto del sistema debe volver a estar en sintonía o desconectarse del resto del sistema. Cualquiera de las dos operaciones, si se realiza manualmente, puede llevar mucho tiempo en comparación con el tiempo necesario para borrar una falla automáticamente. Como regla general, la mejor manera de volver a poner las máquinas en marcha es desconectarlas y luego

volver a sincronizarlas. Los relés de protección se han desarrollado para abrir un interruptor en una ubicación predeterminada cuando se producen condiciones fuera de sintonía. Tales relés, sin embargo, todavía no se utilizan ampliamente. Preferiblemente, el sistema de potencia debe dividirse en partes tales que cada parte tenga una capacidad de generación adecuada conectada a ella para suministrar la carga de esa parte. Es posible que deba llevarse algo de sobrecarga temporalmente hasta que el sistema se vuelva a sincronizar.

Es probable que los relés de protección ordinarios operen de manera falsa durante condiciones fuera de paso, disparando así los interruptores automáticos de las líneas sin falla. Dichos disparos falsos pueden interrumpir innecesariamente el servicio a las cargas conectadas y pueden dividir el sistema en puntos tales que la capacidad de generación de algunas partes sea inadecuada.[5]

La tendencia en el diseño de sistemas de potencia ha sido hacia el aumento de la confiabilidad del servicio de energía eléctrica. Dado que la inestabilidad tiene un efecto negativo en la calidad del servicio, un sistema de energía debe diseñarse y operarse de modo que la inestabilidad sea improbable y ocurra solo en raras ocasiones.

Alcance de este libro. Este libro se ocupará de dos fases diferentes del problema de la estabilidad del sistema de potencia: (1) métodos de análisis y cálculo para determinar si un sistema determinado es estable cuando se somete a una perturbación específica; (2) un examen del efecto de varios factores sobre la estabilidad, y una consideración de medidas para mejorar la estabilidad. En nuestra discusión, estas dos fases estarán relacionadas: después de presentar un método de análisis, se aplicará para mostrar el efecto de la variación de diferentes factores. Entre estos factores se encuentran el diseño del sistema, las impedancias de los circuitos, la carga de las máquinas y los circuitos, el tipo de falla, la ubicación de la falla, el método de despeje, la velocidad de despeje, la inercia de las máquinas, el tipo de sistemas de excitación utilizados con las máquinas, las reactancias de las máquinas, la impedancia de puesta a tierra neutra y devanados amortiguadores en máquinas.

Dado que los límites de potencia transitoria son más bajos que los límites de potencia de estado estable, y dado que cualquier sistema de potencia estará sujeto a varios choques, los más severos son los cortocircuitos, el tema de la estabilidad transitoria es mucho más importante que la estabilidad de estado estable. En consecuencia, la mayor parte de este libro está dedicada a la estabilidad transitoria. Capítulo XV, Vol. III, trata de la estabilidad en estado estacionario.

Reseña histórica. Dado que la estabilidad es un problema asociado con la operación en paralelo de las máquinas síncronas, podría sospecharse que el problema apareció cuando las máquinas síncronas se operaron por primera vez en paralelo. El primer problema serio de la operación en paralelo, sin embargo, no fue la estabilidad, sino el *hunting*.[6] Cuando se generalizó la necesidad de funcionamiento en paralelo de generadores de c-a, la mayoría de los generadores fueron accionados por máquinas de

[5] Este aspecto de la operación del relé se analiza detalladamente en el Capítulo X, Vol. II.
[6] Nota del Traductor: *Hunting*, fenómeno que crea vibraciones mecánicas indeseables.

vapor conectadas directamente. El torque pulsante entregado por esos motores dio origen al hunting, que a veces se vio agravada por la resonancia entre el período de pulsación del torque motor primo y el período electromecánico del sistema de potencia. En algunos casos, el diseño o funcionamiento inadecuado de los gobernadores del motor también agravó el hunting. El hunting de motores síncronos y convertidores a veces se debía a otra causa, a saber, una resistencia demasiado alta en la línea de suministro.

Lo serio del hunting disminuyó con la introducción del devanado amortiguador, inventado por LeBlanc en Francia y por Lamme en Estados Unidos. Más tarde, el problema desapareció en gran medida debido al uso generalizado de turbinas de vapor, que no tienen pulsaciones de torque. Casi todos los motores primos que se utilizan hoy en día, tanto las turbinas de vapor como las ruedas hidráulicas, proporcionan un torque constante. Algunos generadores todavía funcionan con máquinas de vapor o motores de combustión interna. Éstos, al igual que los motores síncronos que accionan los compresores, tienen tendencia a oscilar, pero, en general, el hunting ya no es una dificultad grave.

En los primeros diez o veinte años de este siglo, la estabilidad aún no era un problema significativo. Antes de que se desarrollaran los dispositivos automáticos de control de tensión (reguladores de tensión del generador, reguladores de tensión del alimentador de inducción, condensadores síncronos y similares), los sistemas de energía debían diseñarse para tener una buena regulación de tensión inherente. Este requisito requería baja reactancia en circuitos y máquinas. Como consecuencia de las bajas reactancias, los límites de estabilidad (tanto en régimen permanente como transitorio) estaban muy por encima de la potencia normalmente transmitida.

El desarrollo de los reguladores automáticos de tensión permitió aumentar las reactancias del generador para obtener un diseño más económico y limitar las corrientes de cortocircuito. Mediante el uso de reguladores de inducción para controlar las tensiones de los alimentadores, las líneas de transmisión de mayor impedancia se hicieron factibles. Estos factores, junto con el mayor uso de generadores y reactores de barra para disminuir las corrientes de cortocircuito, llevaron a una disminución en la estabilidad inherente de los sistemas de energía metropolitanos.

Sin embargo, la estabilidad primero se convirtió en un problema importante en relación con la transmisión a larga distancia, que generalmente se asocia con estaciones hidroeléctricas remotas que alimentan los centros de carga metropolitanos.[7] La aplicación del regulador de tensión del generador automático a los condensadores síncronos hizo posible obtener una buena regulación local de tensión de una estación hidroeléctrica y una línea de transmisión de alta reactancia y, por lo tanto, de baja potencia de sincronización. La alta inversión en estos proyectos de larga distancia hacía deseable transmitir la mayor cantidad de energía posible a través de una línea

[7] Entre tales centrales hidroeléctricas se encuentran Big Creek, Bucks Creek, Pit River, Fifteen Mile Falls, Conowingo, y Boulder Dam.

dada, y existía la tentación de transmitir energía normal que se acercaba al límite de estabilidad en estado estable. En unos pocos casos se produjo inestabilidad durante el funcionamiento en estado estable y, con mayor frecuencia, se produjo debido a cortocircuitos. El problema de la estabilidad es aún más agudo en relación con la transmisión a larga distancia desde una estación generadora a un centro de carga que en relación con los sistemas metropolitanos. No debe inferirse, sin embargo, que los sistemas metropolitanos no tengan problemas de estabilidad.

Otro tipo de transmisión a larga distancia que frecuentemente ha implicado un problema de estabilidad es la interconexión entre dos grandes sistemas de potencia con el propósito de intercambiar energía para obtener economías en la generación o para proporcionar capacidad de reserva. En muchos casos, los lazos de conexión se diseñaron para transmitir una cantidad de energía que era pequeña en comparación con la capacidad de generación de cualquiera de los sistemas. En consecuencia, la potencia de sincronización que podía transmitir la línea no era suficiente para mantener la estabilidad si ocurría una falla grave en cualquiera de los sistemas. También existía un peligro considerable de desprendimiento en estado estable si no se controlaba con cuidado la potencia en la línea de enlace.

Aproximadamente desde 1920, el problema de la estabilidad del sistema de potencia fue objeto de una investigación minuciosa. Se realizaron pruebas tanto en instalaciones de laboratorio como en sistemas de energía reales, se desarrollaron métodos de análisis y se verificaron mediante pruebas, y se desarrollaron medidas para mejorar la estabilidad. Algunos de los pasos importantes en el desarrollo analítico fueron los siguientes:

1. *Diagramas circulares* para mostrar el rendimiento en estado estable de los sistemas de transmisión. Estos diagramas consisten en una familia de círculos, cada uno de los cuales es el lugar geométrico del vector de potencia para tensiones fijos en los extremos de envío y recepción de la línea. Los círculos están dibujados en coordenadas rectangulares, cuyas abscisas y ordenadas son, respectivamente, la potencia activa y reactiva en cada extremo de la línea. Estos diagramas muestran claramente la potencia máxima que transportará una línea en estado estable para tensiones terminales dados, así como la relación entre la potencia transmitida y el desplazamiento angular entre las tensiones en los dos extremos de la línea. (Dichos diagramas se describen en el Capítulo XV, Vol. III.)

2. Mejoras en la *teoría de máquinas síncronas*, especialmente la extensión de la teoría de dos reacciones al rendimiento transitorio de máquinas de polos salientes y no salientes. Se definieron y utilizaron varias reactancias nuevas. (Ver Capítulo XII, Vol. III.) Más recientemente, se ha investigado el efecto de la saturación en estas reactancias. (Ver Capítulos XII y XV, Vol. III.)

3. El método de *componentes simétricas* para calcular el efecto de cortocircuitos asimétricos. (Véase el Capítulo VI.) A este respecto, se tuvieron que idear métodos para determinar las constantes de secuencia de los aparatos por ensayo y por cálculo.

4. *Métodos punto por punto para resolver ecuaciones diferenciales*, en particular la ecuación de oscilación (que da la posición angular de una máquina en función del tiempo). (Véase el Capítulo II.)

5. El *criterio de áreas iguales* para la estabilidad de los sistemas de dos máquinas, obviando el cálculo más laborioso de las curvas de oscilación para tales sistemas. (Véase el Capítulo IV.)

6. La *tabla de cálculo de c-a* o analizador de redes para la solución de redes de c-a complicadas. (Véase el Capítulo III.)

Se cree que los métodos de análisis y cálculo actualmente en uso son lo suficientemente precisos para determinar si un sistema de energía dado en una condición de operación dada será estable cuando esté sujeto a una perturbación dada. Los cálculos, sin embargo, son bastante laboriosos cuando se aplican a un gran número de diferentes condiciones operativas de un sistema de potencia complicado.

Los métodos de análisis se abordarán en los siguientes capítulos.

Los resultados calculados se han verificado en varios casos mediante observaciones en sistemas de energía reales registrados con equipo de oscilógrafo automático.

REFERENCIAS

1. R. D. BOOTH and G. C. DAHL, "Power System Stability – a Non-mathematical Review," Gen. Elec. Rev., vol. 33, pp. 677-81, December, 1930; and vol. 34, pp. 131-41, February, 1931.

2. A.I.E.E. Subcommittee on Interconnection and Stability Factors, "First Report of Power-System Stability," Elec. Eng., vol. 56, pp. 261-82, February, 1937.

3. O. G. C. DAHL, Electric Power Circuits, vol. II, Power-System Stability, New York, McGraw-Hill Book Co., 1938.

4. Electrical Transmission and Distribution Reference Book, by Central Station Engineers of the Westinghouse Electric & Manufacturing Company, East Pittsburgh, Pa., 1st edition, 1942.

a. Chapter 8, "Power System Stability – Basic Elements of Theory and Application, " by R. D. EVANS.

b. Chapter 9, "System Stability – Examples of Calculation," by H. N. MULLER, JR.

5. S. B. GRISCOM, "A Mechanical Analogy of the Problem of Transmission Stability," *Elec. Jour.,* vol. 23, pp. 230-5, Mayo, 1926.

6. R. C. BERGVALL and P. H. ROBINSON, "Quantitative Mechanical Analysis of Power System Transient Disturbances," *A.I.E.E. Trans.,* vol. 47, pp. 915-25, July, 1928; disc., pp. 925-8. Uso de un modelo mecánico con siete brazos para investigar la estabilidad transitoria del sistema de transmisión Conowingo.

PROBLEMAS DEL CAPITULO I

1. Dos máquinas síncronas de igual valor nominal, que tienen tensiones internas (tensiones detrás de la reactancia transitoria) de 1.2 y 1.0 por unidad, respectivamente, y reactancias transitorias de 0.25 por unidad cada una, están conectadas por una línea que tiene una reactancia de 0.50 por unidad y una resistencia despreciable. Suponga que el ángulo δ entre las dos máquinas varía de 0 a 360° en pasos de 15° y calcule para cada paso la corriente, la potencia y la tensión en cada uno de los tres puntos: en cada extremo de la línea y en su punto medio. Dibuje los lugares geométricos de los vectores de corriente y tensión, marcando los valores de δ en ellos. También represente en coordenadas rectangulares la corriente, la potencia y la tensión, todos como funciones de δ.

2. Dibuje la curva potencia – ángulo y discuta la condición de estabilidad de dos máquinas conectadas a través de una reactancia capacitiva en serie que excede la reactancia inductiva interna de ambas máquinas.

CAPITULO 2

LA ECUACIÓN DE OSCILACIÓN Y SU SOLUCIÓN

Repaso de las leyes de la mecánica; traslación. Dado que una máquina síncrona es un cuerpo en rotación, las leyes de la mecánica aplicables a cuerpos en rotación le son aplicables. Repasar estas leyes puede ser útil en este punto. Las leyes de los cuerpos en rotación se aclararán si primero repasamos las leyes aplicables al movimiento lineal, o traslación.

Tabla 1

MAGNITUDES FUNDAMENTALES Y DERIVADAS DE LA MECÁNICA, APLICADAS PARTICULARMENTE A LA TRASLACIÓN.

Cantidad	Símbolo	Ec. de Definición	Unidad y su Abreviación	Dimensiones
Longitud	x	. . .	metro (m)	L
Masa	m	. . .	kilogramo (kg)	M
Tiempo	t	. . .	segundo (seg.)	T
Velocidad	v	$v = \frac{dx}{dt}$ (1)	metro por segundo (m. por seg.)	LT^{-1}
Aceleración	a	$a = \frac{dv}{dt}$ (2)	metro por segundo por segundo (m. por seg.^{2})	LT^{-2}
Fuerza	F	$F = ma$ (3)	Newton (N)	MLT^{-2}
Momentum	M'	$M' = mv$ (4)	Newton-segundo (N-seg.)	MLT^{-1}
Trabajo	W	$W = \int F\, dx$ (5)	Joule (J)	$ML^{-2}T^{-2}$
Potencia	P	$P = \frac{dW}{dt}$ (6)	Watt (W)	$ML^{-2}T^{-3}$

Las *magnitudes fundamentales de la mecánica* son la *longitud*, la *masa* y el *tiempo*. Las *unidades fundamentales* (en el *sistema m.k.s.*, actualmente reconocido como sistema de unidades para el trabajo eléctrico) son el *metro*, el *kilogramo* y el *segundo*. A partir de estas magnitudes fundamentales y sus unidades, se derivan otras magnitudes, como la velocidad, la aceleración, la fuerza, el momento, el trabajo y la potencia, y sus unidades. En la Tabla 1 se enumeran las magnitudes fundamentales

y algunas magnitudes derivadas con sus símbolos, ecuaciones de definición, unidades y abreviaturas, y dimensiones en función de las magnitudes fundamentales: longitud (*L*), masa (*M*) y tiempo (*T*).

Además de las ecuaciones definitorias (números 1 a 6 de la Tabla 1), a continuación se derivan otras ecuaciones que establecen relaciones de interés entre estas cantidades. Sustituyendo la ec. 1 en la ec. 2 se obtiene la aceleración

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} \tag{7}$$

Sustituyendo la ec. 2 y la ec. 7 a su vez en la ec. 3 se obtiene

$$F = m\frac{dv}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2} \tag{8}$$

La comparación de la ec. 8 con la derivada temporal de la ec. 4 proporciona la relación adicional

$$F = \frac{dM'}{dt} \tag{9}$$

La diferenciación de la ec. 5 con respecto a *x* nos da

$$F = \frac{dW}{dx} \tag{10}$$

Sustituyendo *dW* de la ec. 10 en la ec. 6 se obtiene

$$P = \frac{F\,dx}{dt} = F\,v \tag{11}$$

Integrando la ec. 9 con respecto a *t*, nos da

$$M' = \int F\,dt \tag{12}$$

De las ecs. 11, 3 y 4 obtenemos

$$P = Fv = mav = aM' \tag{13}$$

De donde

$$M' = \frac{P}{a} \tag{14}$$

La energía cinética de un cuerpo en movimiento se puede obtener hallando el trabajo necesario para ponerlo en movimiento desde el reposo, de la siguiente manera:

$$W = \int F\,dx = m\int \frac{dv}{dt}dx = m\int \frac{dv}{dt}v\,dt$$

$$= m\int_0^v v\,dv = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}M'v \tag{15}$$

Rotación. Al analizar la rotación, primero debemos introducir el concepto de *ángulo*. Un ángulo se define, con referencia a un arco circular con centro en el vértice del ángulo, como la razón entre el arco *s* y el radio *r*, por lo tanto:

$$\theta = \frac{s}{r} \tag{16}$$

La unidad de ángulo así definida es el *radián*. Las dimensiones del ángulo, según la definición, es la longitud dividida por la longitud. Sin embargo, para el presente propósito, conviene reconocer que las longitudes perpendiculares entre sí tienen dimensiones diferentes, y representar las longitudes tangenciales con el símbolo *L*, como antes, y las longitudes radiales con el símbolo modificado L_R. Desde este punto de vista, las dimensiones del ángulo son LL_R^{-1}.

Las definiciones de *velocidad angular* y *aceleración angular* se derivan por analogía de las definiciones correspondientes de velocidad lineal y aceleración lineal. La velocidad angular es

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \tag{17}$$

Y la aceleración angular es

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{18}$$

Las relaciones entre el desplazamiento angular, la velocidad y la aceleración y los componentes tangenciales correspondientes del desplazamiento lineal, la velocidad y la aceleración, respectivamente, de una partícula de un cuerpo en rotación a una distancia r del eje de rotación se dan por:

$$s = r\theta \tag{19}$$

$$v = r\omega \tag{20}$$

$$a = r\alpha \tag{21}$$

El *torque* sobre un cuerpo debido a una fuerza tangencial *F* a una distancia *r* del eje de rotación es

$$T = rF \tag{22}$$

o, considerando el torque total como debido a la suma de fuerzas infinitesimales, podemos escribir

$$T = \int r\, dF \tag{23}$$

La unidad de torque podría llamarse *newton-metro*, pero este nombre no es del todo satisfactorio, ya que podría implicar una unidad de trabajo. Tanto el trabajo como el torque son productos de fuerza por distancia; sin embargo, en el caso del trabajo se utiliza la componente de fuerza paralela a la distancia, y en el caso del torque, la

componente de fuerza perpendicular a la distancia. Ambas magnitudes se distinguen por sus fórmulas dimensionales, que son las siguientes: trabajo, ML^2T^{-2}; torque, MLL_RT^{-2}. Por razones que se explicarán más adelante, la unidad de torque puede llamarse *joule por radián*.

Cuando se aplica torque a un cuerpo, este experimenta una aceleración angular α. Cada partícula experimenta una aceleración tangencial $a = r\alpha$, donde r es la distancia de la partícula al eje de rotación. Si la masa de la partícula es dm, la fuerza tangencial necesaria para acelerarla es

$$dF = a\,dm = r\,\alpha\,dm$$

Como esta fuerza actúa con el brazo de palanca r, el torque requerido para la partícula es

$$dT = r\,dF = r^2\alpha\,dm$$

y lo que se requiere para todo el cuerpo es

$$T = \alpha\int r^2 dm = I\alpha \tag{24}$$

Aqui

$$I = \int r^2 dm \tag{25}$$

Se conoce como el *momento de inercia* del cuerpo. La unidad m.k.s. es el *kilogramo-metro*² (kg-m²).

Obsérvese la analogía entre $T = I\alpha$ para rotación y $F = ma$ para traslación.

El *trabajo* realizado al rotar un cuerpo un ángulo $d\theta$ ejerciendo un torque T se puede calcular de la siguiente manera: Si se supone que el torque es el resultado de varias fuerzas tangenciales F que actúan en diferentes puntos del cuerpo,

$$T = \sum rF$$

Cada fuerza actúa a través de una distancia

$$ds = r\,d\theta$$

El trabajo realizado es

$$dW = \sum F\,ds = \sum F\,r\,d\theta = d\theta\sum F\,r = d\theta\cdot T$$

$$W = \int T\,d\theta \tag{26}$$

Esto es análogo a la ec. 5 para traslación. También

$$T = \frac{dW}{d\theta} \tag{27}$$

Lo cual es análogo a la ec. 10, y explica por qué la unidad en m.k.s. del torque puede llamarse *joule por radián*.

Sustituyendo *dW* de la ec. 27 en la ec. (6) (Tabla 1), se obtiene una expresión para la *potencia* del movimiento rotativo,

$$P = T\frac{d\theta}{dt} = T\omega \tag{28}$$

La cual es análoga a la ec. 11 para traslación.

Por analogía con la definición de momento, *M' = mv*, el momento angular poder ser definido como

$$M = I\omega \tag{29}$$

Y por análoga derivación a las ecuaciones (12) y (14), obtenemos también

$$M = \int T\,dt = \frac{P}{\alpha} \tag{30}$$

La unidad m.k.s. de momento angular puede denominarse de diversas maneras (a partir de la ec. 29) *kilogramo-metros*^{2}*-radianes por segundo*, o (a partir de la ec. 30) *watts por* (*radian por segundo por segundo*) o joules-segundos por radian. El último

Tabla 2

CANTIDADES DE MECÁNICA APLICADAS A LA ROTACIÓN

Cantidad	Simbolo	Ec. de Definición	Unidad y Abreviación	Dimensiones
Ángulo	θ	$\theta = \frac{s}{r}$	radian (rad.)	LL_R^{-1}
Velocidad angular	ω	$\omega = \frac{d\theta}{dt}$	radian por segundo (rad. por seg.)	$LL_R^{-1}T^{-1}$
Aceleración angular	α	$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	radian por segundo por segundo (rad. por seg.^{2})	$LL_R^{-1}T^{-2}$
Torque	T	$T = r\,F$	joule por radian (j por rad.) o Newton-metro (N-m)	$MLL_R^{-1}T^{-2}$
Momento de Inercia	I	$I = \int r^2 dm$	kilogramo-metro^2 (kg-m^2)	ML_R^2
Momento angular	M	$M = I\,\omega$	joule-segundo por radian (J-seg por rad.)	$MLL_R^{-1}T^{-1}$

nombre parece mejor desde el punto de vista de la brevedad.

La energía cinética de un cuerpo giratorio puede ser escrita

$$W = \tfrac{1}{2} I\omega^2 = \tfrac{1}{2} M\omega \tag{31}$$

La cual es análoga a la ec. 15.

La Tabla 2 resume las magnitudes de la mecánica aplicadas a la rotación, con sus símbolos, ecuaciones definitorias, unidades y dimensiones.

La Tabla 3 indica algunas analogías y relaciones entre las magnitudes y leyes de la rotación y las de la traslación.

Tabla 3

ANALOGÍAS Y RELACIONES ENTRE LAS CANTIDADES Y LAS LEYES DE TRASLACIÓN Y DE ROTACIÓN

Traslación	Rotación	Relación
s	θ	$s = r\theta$
v	ω	$v = r\omega$
a	α	$a = r\alpha$
m	I	$I = \int r^2 dm$
F	T	$T = rF$
M'	M	$M = \int r\, dM'$
$F = ma$ $W = \int F\, ds$ $P = Fv = M'a$ $M' = mv$ $W = \frac{1}{2}mv^2$ $= \frac{1}{2}M'v$ $F = \frac{dM'}{dt}$	$T = I\alpha$ $W = \int T\, d\theta$ $P = T\omega = M\alpha$ $M = I\omega$ $W = \frac{1}{2}I\omega^2$ $= \frac{1}{2}M\omega$ $T = \frac{dM}{dt}$	

La ecuación de oscilación. Las leyes de rotación, desarrolladas en la sección anterior, se aplican al movimiento de una máquina síncrona. La ecuación 24 establece que el par es igual al producto de la aceleración angular por el momento de inercia:

$$I\alpha = T \tag{32}$$

ó

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = T \tag{33}$$

Aquí T es el torque neto o la suma algebraica de todos los torques que actúan sobre la máquina, incluido el par del eje (debido al motor primo de un generador o a la carga de un motor), el par debido a las pérdidas rotacionales (fricción, viento y pérdidas del núcleo) y el par electromagnético. El torque electromagnético se puede subdividir en

torques debidos a acción sincrónica y torques debidos a acción asincrónica (inducción).

Sea T_i = Torque en el eje, corregido por el torque debido a pérdidas rotacionales

Y sea T_u = Torque electromagnético

Ambos se consideran positivos para la acción del generador, es decir, con entrada mecánica y salida eléctrica. Son negativos para la acción del motor, es decir, con salida mecánica y entrada eléctrica. El torque neto, que produce aceleración, es la diferencia algebraica entre el torque del eje de aceleración y el torque electromagnético de retardo:

$$T_a = T_i - T_u \tag{34}$$

En estado estacionario, esta diferencia es cero y no hay aceleración. Sin embargo, durante perturbaciones como las consideradas en estudios de estabilidad transitoria, la diferencia existe y hay aceleración o desaceleración, dependiendo de si el torque neto T_a es positivo o negativo.

Nuestro problema consiste en resolver la ec. 33 para hallar la posición angular θ del rotor de la máquina en función del tiempo t. Sin embargo, es más conveniente medir la posición angular y la velocidad angular con respecto a un eje de referencia que gira asincrónicamente que con respecto a un eje estacionario. Por lo tanto, sea

$$\delta = \theta - \omega_1 t \tag{35}$$

donde ω_1 es la velocidad síncrona normal nominal. Luego, si tomamos las derivadas respecto al tiempo, obtenemos

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{d\theta}{dt} - \omega_1 \tag{36}$$

Y

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{37}$$

Con esta sustitución la ec. 33 se convierte en

$$I\frac{d^2\delta}{dt^2} = T \tag{38}$$

cuya forma no varía. Escribiendo el par como en la ec. 34, tenemos

$$I\frac{d^2\delta}{dt^2} = T_a = T_i - T_u \tag{38a}$$

Si multiplicamos esta ecuación por la velocidad ω, obtenemos

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a = P_i - P_u \tag{39}$$

Donde $M = I\omega$ es el momentum angular

$P_i = T_i\omega$ es la potencia de entrada del eje, corregida por pérdidas rotacionales

$P_u = T_u\omega$ es la potencia eléctrica de salida, corregida por pérdidas rotacionales

$P_a = P_i - P_u$ es la potencia acelerante, o diferencia entre la entrada y la salida, cada una corregida por pérdidas

La ecuación 39 es más conveniente que la ec. 38*a*, ya que considera la potencia eléctrica de salida de la máquina, en lugar del torque correspondiente. En adelante, la ecuación 39 se denominará *ecuación de oscilación*. Se puede escribir una ecuación de esta forma para cada máquina del sistema.

El momento angular M no es estrictamente constante, ya que la velocidad ω varía ligeramente durante las oscilaciones posteriores a una perturbación. Sin embargo, en la práctica, el cambio en la velocidad ω antes de que se pierda el sincronismo es tan pequeño en comparación con la velocidad normal ω_1 que se introduce muy poco error al suponer que M es constante. Por lo tanto, al resolver la ecuación de oscilación, se suele considerar M constante e igual a $I\omega_1$, el valor del momento angular a *velocidad normal*. Este valor de M se conoce como la *constante de inercia* de la máquina.

La constante de inercia. En la ecuación de oscilación (ec. 39) se pueden usar varios conjuntos consistentes de unidades. En el sistema m.k.s., P_a se expresará en vatios, δ en radianes, t en segundos y M en vatios por (radianes por segundo por segundo) o julios-segundo por radián. En estudios prácticos de estabilidad, P_a generalmente se expresará en megavatios o en por unidad[1], δ en grados eléctricos y t en segundos. Por lo tanto, si P_a está en megavatios, M debe estar en megavatios por (grados eléctricos por segundo por segundo) o megajulios-segundos por grado eléctrico (abreviado *MJ*-seg, por grado eléctrico). Si P_a está en por unidad, M debe estar en segundos de potencia unitarios al cuadrado por grado eléctrico. Para abreviar, este último valor de M se llamará valor por unidad.

A veces, la información disponible sobre el momento angular de una máquina se expresa en el valor de su energía cinética almacenada a la velocidad nominal. Sin embargo, con mayor frecuencia, el diseñador o fabricante proporciona los valores del momento de inercia de la máquina expresados en libras-pie y la velocidad en revoluciones por minuto. En cualquier caso, antes de proceder a la solución de la ec. de oscilación, se debe calcular el valor de la constante de inercia M a partir de los datos. A continuación, se derivarán las fórmulas necesarias para este propósito, comenzando por la que proporciona la energía cinética en términos del momento de inercia y la velocidad, y siguiendo con diversas fórmulas para M.

[1] La potencia por unidad se expresa como fracción decimal de una potencia base elegida arbitrariamente. Véase el capítulo III para más información sobre las cantidades por unidad.

Sea WR^2 = momento de inercia en libras-pie^2
I = momento de inercia en slug-pie^2
n = velocidad en revoluciones por minuto
ω = velocidad en radianes por segundo
ω_e = velocidad en grados eléctricos por segundo
W = energía cinética en pies-libras
N = energía cinética en Megajoules
M = constante de inercia en Megajoules – segundos por grado eléctrico
f = frecuencia en ciclos por segundo
p = número de polos
G = megavoltios – amperios nominales de la máquina

Por la ec. 31, usando unidades Inglesas, la energía cinética es

$$W = \tfrac{1}{2} I \omega^2 \tag{40}$$

Pero

$$I = \frac{WR^2}{32.2} \tag{41}$$

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \tag{42}$$

Y

$$N = \frac{746}{550} \times 10^{-6} W \tag{43}$$

Sustituyendo las ecuaciones 41 y 42 en la ec. 40 y el resultado en la ec. 43, obtenemos

$$\begin{aligned} N &= \frac{746}{550} \times 10^{-6} \times \tfrac{1}{2} \times \frac{WR^2}{32.2} \times \left(\frac{2\pi n}{60} \right)^2 \\ &= 2.31 \times 10^{-10} WR^2 n^2 \end{aligned} \tag{44}$$

Por la ec. (31) la energía cinética puede ser escrita también como

$$N = \tfrac{1}{2} M \omega_e \tag{45}$$

Resolviendo para M,

$$M = \frac{2N}{\omega_e} \tag{46}$$

Pero

$$\omega_e = 360 f \tag{47}$$

Por tanto

$$M = \frac{2N}{360f} = \frac{N}{180f} \tag{48}$$

Sustituyendo la ec. 44 en la 48 obtenemos

$$M = 1.28 \times 10^{-12} \frac{WR^2 n^2}{f} \tag{49}$$

Debido a que la relación entre velocidad, frecuencia, y numero de polos es

$$np = 120f \tag{50}$$

La ec. 49 también puede ser escrita como

$$M = 1.54 \times 10^{-10} \frac{WR^2 n}{p} \tag{51}$$

O como

$$M = 1.84 \times 10^{-8} \frac{WR^2 f}{p^2} \tag{52}$$

La constante de inercia en megajulios-segundos por grado eléctrico se puede calcular a partir de las ecuaciones 48, 49, 51 ó 52. Si se utiliza potencia por unidad en lugar de megavatios, el valor de M así obtenido se divide simplemente por la potencia base en megavoltios amperios, dando lo que podemos llamar un valor por unidad de M.

Otra constante que ha resultado muy útil se denota por H y es igual a la energía cinética a la velocidad nominal dividida por la potencia aparente nominal de la máquina.

$$\begin{aligned} H &= \frac{\text{energía almacenada en joules}}{\text{volt-amperios nominales}} \\ &= \frac{\text{energía almacenada en kilojoules}}{\text{kilovolt-amperios nominales}} \\ &= \frac{\text{energía almacenada en megajoules, } N}{\text{megavolt-amperios nominales, } G} \end{aligned} \tag{53}$$

En términos de H la constante de inercia por la ec. 48 es,

$$M = \frac{GH}{180f} \tag{54}$$

La cantidad H tiene la propiedad deseable de que su valor, a diferencia de M o WR^2, no varía mucho con los kilovoltamperios nominales y la velocidad de la máquina, sino que tiene un valor característico o un conjunto de valores para cada clase de máquina.

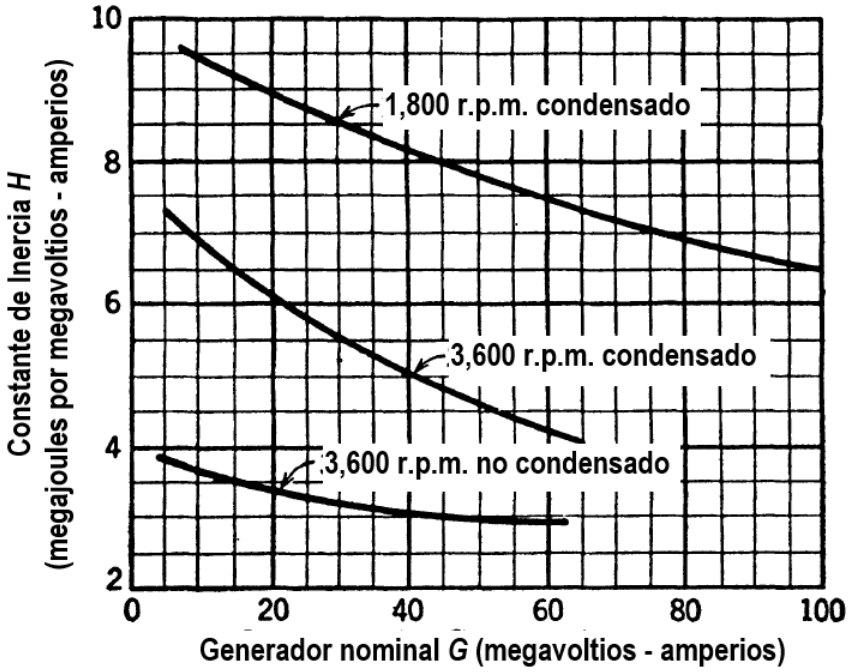


Figura 1

Energía almacenada de un gran Turbogenerador de vapor, turbina incluida (de la Referencia 1, con permiso)

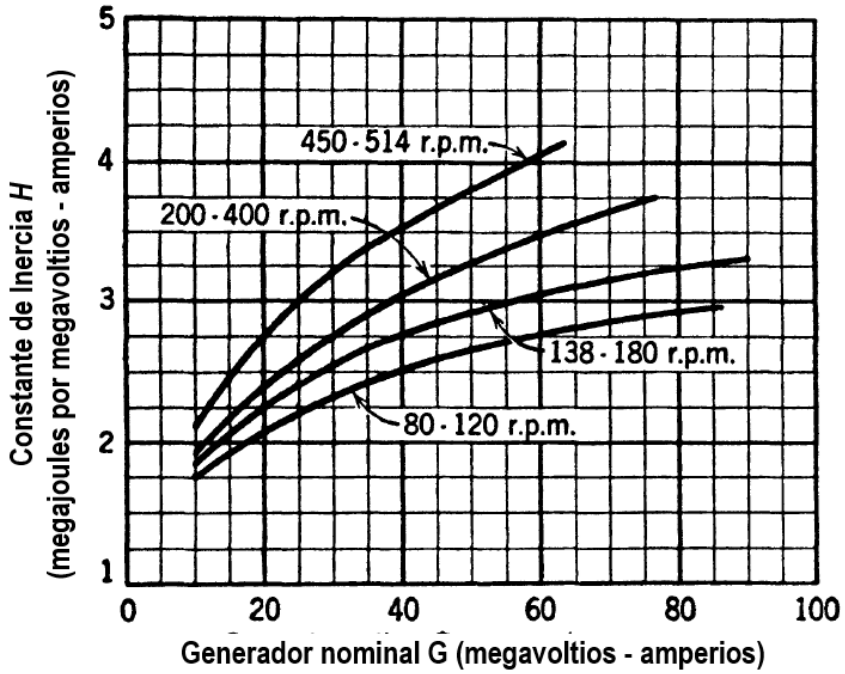


Figura 2

Energía almacenada de grandes generadores de ruedas hidráulicas de tipo vertical, incluyendo un margen del 15 % para ruedas hidráulicas (de la Ref. 1, con permiso).

En este sentido, *H* es similar a la reactancia por unidad de las máquinas. A falta de información más precisa, se puede utilizar un valor característico de *H*. Dichos valores se dan en las curvas de las figuras 1 y 2 para turbogeneradores de vapor de gran tamaño y para generadores de rueda hidráulica de eje vertical de gran tamaño,

respectivamente. En ambos casos, se incluye la inercia de los motores primarios, como siempre debe hacerse. Para otras máquinas, los valores de *H* pueden obtenerse de la Tabla 4.

Se observará que el valor de *H* es considerablemente mayor para los turbogeneradores de vapor que para los generadores de rueda hidráulica, oscilando entre 3 y 10 MJ por MVA para los primeros y entre 2 y 4 MJ por MVA para los segundos. Los valores promedio son de aproximadamente 6 y 3, respectivamente.

Tabla 4

VALORES MEDIOS DE ENERGÍA ALMACENADA EN MÁQUINAS ROTATIVAS *

Tipo de Máquina	*H*, Energía almacenada a Velocidad Nominal (megajoules por megavoltios-amperios)
Motores síncronos	2.0
Condensadores síncronos ǂ	
Grandes	1.25
Pequeños	1.0
Conversores rotativos	2.0
Motores de inducción	0.5

* Principalmente de Referencia 1
ǂ Hidrógeno enfriado, 25% menos

Entre el 30 y el 60% de la inercia total de una unidad turbogeneradora de vapor es la del motor primario, mientras que sólo entre el 4 y el 15% de la inercia de una unidad generadora hidroeléctrica es la de la rueda hidráulica, incluida el agua[2].

La constante de inercia *H*, al igual que la reactancia por unidad de máquinas o transformadores, puede expresarse en base a dos valores de voltamperios: (a) la potencia nominal de la máquina o (b) una base del sistema seleccionada arbitrariamente para un estudio de sistemas de potencia. El valor de *H* para una máquina dada varía inversamente con la base, mientras que la reactancia por unidad varía directamente con la base[3].

EJEMPLO 1

Dada la siguiente información sobre una unidad turbogeneradora de vapor:

Salida nominal	85,000 KW al 85% del factor de potencia
Tensión nominal	13,200 Voltios
Velocidad nominal	1,800 r.p.m.
Momento de inercia	859,000 lb-pies^2
Número de polos	4
Frecuencia nominal	60 ciclos por segundo

[2] En la Tabla 1, Capítulo VII se dan algunos datos sobre los momentos de inercia de los generadores y sus motores primarios.
[3] En el Capítulo III se discutirán las cantidades por unidad.

Calcule las siguientes cantidades

Energía cinética en megajoules a velocidad nominal.
Constante de inercia *H*.
Constante de inercia *M* en megajoules-segundos por grado eléctrico.
M en por unidad con una base de 50 MVA.

Compare el valor calculado de H con el valor típico leído en las curvas de la Figura 1.

Solución: MVA nominal $= \dfrac{85,000}{0.85} = 100,000$ KVA = 100 MVA

De la ec. 44 la energía cinética a la velocidad nominal es

$$\begin{aligned} N &= 2.31\times10^{-10} WR^2 n^2 \\ &= 2.31\times10^{-10}\times 859,000\times\left(1,800\right)^2 \\ &= 642 \text{ MJ} \end{aligned}$$

De la ec. 53

$$H = \frac{642}{100} = 6.42 \text{ MJ por MVA}$$

De la ec. 48

$$M = \frac{N}{180f} = \frac{642}{180\times 60} = 0.0595 \text{ MJ-seg. por grad. elec.}$$

Si la potencia se expresa en por unidad en lugar de megavatios, este resultado debe dividirse por la potencia base. Por lo tanto

$$M = \frac{0.595}{50} = 0.00119 \text{ por unidad a 50 MVA base}$$

De la Fig. 1, la curva a 1800 r.p.m., a 100 MVA, $H = 6.5$, la cual concuerda bien con el valor de *H* arriba calculado.

Solución de la ecuación de oscilación punto por punto. La ecuación de oscilación, una ecuación diferencial que rige el movimiento de cada máquina de un sistema, es

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a \tag{55}$$

Donde δ = ángulo de desplazamiento del rotor con respecto a un eje de referencia que gira a velocidad normal.
M = constante de inercia de la máquina
P_a = potencia de aceleración, o diferencia entre la entrada mecánica y la salida eléctrica después de que se hayan corregido por pérdidas de cada una.
t = tiempo

La solución de esta ecuación proporciona δ como función de t. La gráfica de la solución se conoce como *curva de oscilación*. La inspección de las curvas de oscilación de todas las máquinas de un sistema mostrará si las máquinas permanecerán sincronizadas tras una perturbación. En el Capítulo VII se incluyen numerosos ejemplos de curvas de oscilación obtenidas en estudios de estabilidad de sistemas multimáquina. Allí se ilustran tanto condiciones estables como inestables.

En un sistema multimáquina, la salida y, por lo tanto, la potencia de aceleración de cada máquina depende de las posiciones angulares —y, para ser más rigurosos, también de las velocidades angulares— de todas las máquinas del sistema. Por lo tanto, para un sistema de tres máquinas existen tres ecuaciones diferenciales simultáneas, como la ec. 55:

$$M_1 \frac{d^2\delta_1}{dt^2} = P_{i1} - P_{u1}\left(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \frac{d\delta_1}{dt}, \frac{d\delta_2}{dt}, \frac{d\delta_3}{dt}\right) \tag{56a}$$

$$M_2 \frac{d^2\delta_2}{dt^2} = P_{i2} - P_{u2}\left(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \frac{d\delta_1}{dt}, \frac{d\delta_2}{dt}, \frac{d\delta_3}{dt}\right) \tag{56b}$$

$$M_3 \frac{d^2\delta_1}{dt^2} = P_{i3} - P_{u3}\left(\delta_1, \delta_2, \delta_3, \frac{d\delta_1}{dt}, \frac{d\delta_2}{dt}, \frac{d\delta_3}{dt}\right) \tag{56c}$$

La solución formal de tal conjunto de ecuaciones no es factible. Incluso el caso más simple, considerado en el Capítulo I, de una máquina finita conectada mediante reactancia a un bus infinito, despreciando el amortiguamiento, conduce a una ecuación.

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_i - P_m \operatorname{sen}\delta \tag{57}$$

cuya solución formal, con $P_i = 0$, implica integrales elípticas.[2]

La ecuación 57, con $P_i \neq 0$, se ha resuelto mediante el uso de una máquina llamada calculadora *integráfica* o *analizador diferencial* [3], y es posible que se puedan aplicar métodos de solución de esa máquina (aunque todavía no se ha hecho) para resolver las ecuaciones de oscilación de sistemas multimáquina.

La solución punto por punto es la forma más factible y utilizada para resolver las ecuaciones de oscilación. Estas soluciones, también llamadas soluciones paso a paso, son aplicables a la solución numérica de todo tipo de ecuaciones diferenciales. Permiten una buena precisión y los cálculos son sencillos [4-7].

En una solución punto por punto, se asume que una o más variables son constantes o varían según las leyes supuestas a lo largo de un breve intervalo de tiempo Δt. De esta manera, gracias a las suposiciones realizadas, las ecuaciones pueden resolverse para los cambios en las demás variables durante el mismo intervalo. Posteriormente, a partir de los valores de las demás variables al final del intervalo, se pueden calcular

nuevos valores para las variables que se supusieron constantes. Estos nuevos valores se utilizan en el siguiente intervalo de tiempo.

Al aplicar el método punto por punto a la solución de ecuaciones de oscilación, se suele asumir que la potencia de aceleración (y, por lo tanto, la aceleración) es constante durante cada intervalo de tiempo, aunque presente valores diferentes en intervalos distintos. Con esta suposición, se puede obtener una solución formal de la ec. 55 válida para un intervalo de tiempo determinado; y a partir de la solución formal y de los valores de δ y ω al inicio del intervalo, se pueden calcular los valores de δ y ω al final del intervalo para cada máquina. Sin embargo, antes de realizar un cálculo similar para el siguiente intervalo, es necesario conocer el nuevo valor de la potencia de aceleración, o la diferencia entre la entrada y la salida, de cada máquina. Las entradas mecánicas suelen asumirse constantes debido a la lentitud de la acción del regulador,[4] pero las salidas eléctricas son funciones de las posiciones angulares relativas de todas las máquinas del sistema y se pueden obtener resolviendo la red a la que están conectadas. Si se considera la potencia de amortiguamiento, la salida, incluyendo el amortiguamiento, dependerá también de las velocidades angulares relativas de todas las máquinas.

Por lo tanto, resulta claro que la solución punto por punto de las curvas de oscilación consta de dos procesos que se llevan a cabo alternativamente. El primer proceso consiste en el cálculo de las posiciones angulares, y posiblemente también de las velocidades angulares, al final de un intervalo de tiempo a partir del conocimiento de las posiciones y velocidades al inicio del intervalo y la potencia de aceleración supuesta para el intervalo. El segundo proceso consiste en el cálculo de la potencia de aceleración de cada máquina a partir de las posiciones angulares (y posiblemente velocidades) de todas las máquinas del sistema. El segundo proceso requiere el conocimiento de la solución de red, un tema que se trata en el Capítulo III. En este capítulo, el énfasis está en el primer proceso, es decir, la solución de la ecuación de oscilación propiamente dicha. Se describirán dos métodos punto por punto diferentes.

El *método 1* es el más obvio, aunque el menos preciso, de los dos. En el método 1 se supone que la potencia de aceleración es constante a lo largo de un intervalo de tiempo Δt y su valor se calcula al inicio del intervalo. No se hacen más suposiciones. Si la ec. 55 se divide por M y se integra dos veces con respecto a t, considerando P_a como una constante, obtenemos sucesivamente

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega = \omega_0 + \frac{P_a t}{M} \tag{58}$$

Y

$$\delta = \delta_0 + \omega_0 t + \frac{P_a t^2}{2M} \tag{59}$$

[4] Véase la discusión de la Suposición 1 en la pag. 43.

Estas ecuaciones dan, respectivamente, ω, el exceso de velocidad de la máquina sobre la velocidad normal, y δ, el desplazamiento angular de la máquina con respecto a un eje de referencia que gira a velocidad normal. δ_0 y ω_o son los valores de δ y ω, respectivamente, al inicio del intervalo. Estas ecuaciones son válidas para cualquier instante de tiempo t durante el intervalo en el que P_a es constante. Sin embargo, nos interesan especialmente los valores de δ y ω al *final* del intervalo. Sea n el subíndice que denota las cantidades al final del n-ésimo intervalo. Asimismo, sea $n-1$ denota las cantidades al final del $(n-1)$ésimo intervalo, que es el inicio del n-ésimo intervalo. Δt es la longitud del intervalo. Sustituyendo Δt por t en las ecs. 58 y 59 y utilizando los subíndices apropiados, obtenemos para la velocidad y el ángulo al final del n-ésimo intervalo.

$$\omega_n = \omega_{n-1} + \frac{\Delta t}{M} P_{a(n-1)} \tag{60}$$

$$\delta_n = \delta_{n-1} + \Delta t\, \omega_{n-1} + \frac{(\Delta t)^2}{2M} P_{a(n-1)} \tag{61}$$

Los incrementos de velocidad y ángulo durante el n-ésimo intervalo son

$$\Delta\omega_n = \omega_n - \omega_{n-1} = \frac{\Delta t}{M} P_{a(n-1)} \tag{62}$$

$$\Delta\delta_n = \delta_n - \delta_{n-1} = \Delta t\, \omega_{n-1} + \frac{(\Delta t)^2}{2M} P_{a(n-1)} \tag{63}$$

Las ecuaciones 60 y 61, o las ecuaciones 62 y 63, son adecuadas para el cálculo punto por punto. Sin embargo, si solo se interesa la posición angular (para trazar una curva de oscilación) y no la velocidad, ω_{n-1} puede eliminarse de las ecuaciones 61 y 63, como sigue: Escriba una ecuación como la ec. 61, pero para el intervalo anterior.

$$\delta_{n-1} = \delta_{n-2} + \Delta t\, \omega_{n-2} + \frac{(\Delta t)^2}{2M} P_{a(n-2)} \tag{64}$$

Y réstele de la ec. (61), obteniendo

$$(\delta_n - \delta_{n-1}) = (\delta_{n-1} - \delta_{n-2}) + \Delta t(\omega_{n-1} - \omega_{n-2}) + \frac{(\Delta t)^2}{2M}\left(P_{a(n-1)} - P_{a(n-2)}\right) \tag{65}$$

Pero

$$\delta_{n-1} - \delta_{n-2} = \Delta\delta_{n-1}$$

$$\delta_{n-1} - \delta_{n-2} = \Delta\delta_{n-1}$$

$$\omega_{n-1} - \omega_{n-2} = \Delta\omega_{n-1}$$

Y de la ec. 62

$$\Delta\omega_{n-1} = \frac{\Delta t}{M} P_{a(n-2)}$$

Haciendo estas sustituciones en la ec. 65, tenemos

$$\begin{aligned} \Delta\delta_n &= \Delta\delta_{n-1} + \Delta t \frac{\Delta t}{M} P_{a(n-2)} + \frac{(\Delta t)^2}{2M}\left(P_{a(n-1)} - P_{a(n-2)}\right) \\ &= \Delta\delta_{n-1} + \frac{(\Delta t)^2}{2M}\left(P_{a(n-1)} + P_{a(n-2)}\right) \end{aligned} \tag{66}$$

Esta ecuación, que da el incremento del ángulo durante cualquier intervalo en términos del incremento del intervalo anterior, se puede utilizar para cálculos punto por punto en lugar de las ecs. 62 y 63. El último término es la segunda diferencia de δ, que se puede simbolizar por $\Delta^2\delta$.

El intervalo de tiempo Δt debe ser lo suficientemente corto como para obtener la precisión requerida, pero no tan corto como para aumentar excesivamente el número de puntos a calcular en una curva de oscilación dada. El ejemplo 2 ilustrará el efecto de la longitud del intervalo en la precisión de la solución.

EJEMPLO 2

Si una máquina síncrona realiza oscilaciones de pequeña amplitud con respecto a una barra infinita, se puede suponer que su potencia de salida es directamente proporcional a su desplazamiento angular con respecto a dicha barra. Dado que se sabe que este caso produce oscilaciones sinusoidales, como se puede verificar fácilmente mediante la solución formal de la ecuación de oscilación, servirá para comprobar la precisión de diversas soluciones punto por punto.

Considere una máquina de 60 ciclos con $H = 2{,}7$ MJ por MVA, que opera inicialmente en estado estacionario con una entrada y una salida de 1.00 unidades y un desplazamiento angular de 45 grad. elec. con respecto a una barra infinita. Al producirse una falla, suponga que la entrada permanece constante y que la salida está dada por

$$P_u = \frac{\delta}{90°} \qquad (a)$$

Aun cuando la amplitud de oscilación sea grande. Calcule un ciclo de la curva de oscilación mediante (*a*) la solución formal y (*b*) una solución punto por punto (método 1), utilizando varios valores de intervalo de tiempo Δt, probando primero 0.05 seg.

Solución. (*a*) *Solución formal.* La ecuación diferencial, con δ expresado en radianes eléctricos, es

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a = P_i - P_u = 1 - \frac{2}{\pi}\delta \qquad (b)$$

Y las condiciones iniciales son

$$\delta = \frac{\pi}{4} \quad \text{y} \quad \frac{d\delta}{dt} = 0$$

cuando $t = 0$.

La solución es

$$\delta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\cos\sqrt{\frac{2}{\pi M}}t$$

Tabla 5

CÁLCULO DE LA CURVA DE OSCILACIÓN A PARTIR DE LA SOLUCIÓN FORMAL DE LA EC. DE OSCILACIÓN (EJEMPLO 2)

t (seg.)	$382t$ (grad.)	cos $382t$	45 cos $382t$ (grad.)	δ (grad.)
0.00	0.0	1.000	45.0	45.0
0.05	19.1	0.945	42.5	47.5
0.10	38.2	0.786	35.4	54.6
0.15	57.3	0.540	24.3	65.7
0.20	76.4	0.235	10.6	79.4
0.25	95.5	– 0.096	– 4.3	94.3
0.30	114.6	– 0.416	– 18.7	108.7
0.35	133.7	– 0.691	– 31.1	121.1
0.40	152.8	– 0.889	– 40.0	130.0
0.45	171.9	– 0.990	– 44.5	134.5
0.50	191.0	– 0.982	– 44.2	134.2
0.55	210.1	– 0.865	– 38.9	128.9
0.60	229.2	– 0.653	– 29.4	119.4
0.65	248.3	– 0.370	– 16.7	106.7
0.70	267.4	– 0.045	– 2.0	92.0
0.75	286.5	0.284	12.8	77.2
0.80	305.6	0.582	26.2	63.8
0.85	324.7	0.816	36.7	53.3
0.90	343.8	0.960	43.2	46.8
0.95	362.9	0.999	45.0	45.0
1.00	382.0	0.927	41.7	48.3

lo cual puede verificarse diferenciando la ec. *d* dos veces con respecto a t y luego sustituyendo el resultado y la ec. *d* misma en la ec. *b*; también sustituyendo $t = 0$ en la ec. *d* y su primera derivada y comparando los resultados con las ecs. *c*.

El periodo de oscilación está dado por

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{2/\pi M}} = \pi\sqrt{2\pi M}$$

La constante de inercia es

$M = \dfrac{H}{\pi f} = \dfrac{2.7}{\pi \times 60} = 0.01432$ unidad de potencia seg.^{2} por radian eléctrico.

$M = \dfrac{H}{180 f} = 2.5 \times 10^{-4}$ unidad de potencia seg.^{2} por grado eléctrico. (o simplemente, por unidad)

Si se utiliza el primer valor de *M* en la ec. (*e*), se encuentra que el período es

$$T = \pi \sqrt{2\pi \times 0.01432} = 0.943 \text{ seg.}$$

Si δ se expresa en grados eléctricos en lugar de radianes, la solución se convierte en

$$\delta = 90° - 45° \cos\left(382t\right)° \qquad (f)$$

La amplitud de la oscilación es de 45°.

Los valores de δ a intervalos de 0,05 segundos de *t* se calculan a partir de la ec. *f* en la Tabla 5.

(*b*) *Solución punto por punto*, *método 1* (Δt = 0.05 seg.) Sustitución de los valores de Δt y *M* en las ecs. 62 y 63 da

$$\Delta\omega_n = \frac{\Delta t}{M} P_{a(n-1)} = \frac{0.05}{0.00025} P_{a(n-1)} = 200\, P_{a(n-1)} \qquad (g)$$

$$\Delta\delta = \Delta t\, \omega_{n-1} + \frac{\left(\Delta t\right)^2}{2M} P_{a(n-1)} = 0.05\omega_{n-1} + 5P_{a(n-1)} \qquad (h)$$

El cálculo de la curva de oscilación a partir de las ecuaciones *g* y *h* se realiza en la Tabla 6. La curva de oscilación se grafica como curva 3 en la Fig. 3, donde se compara con la curva correcta (curva 1) calculada a partir de la solución formal, parte *a* de este ejemplo.

La comparación de las curvas 1 y 3 de la Fig. 3 muestra que la curva 3, calculada mediante el método 1 punto por punto, si bien presenta un período prácticamente correcto, aumenta su amplitud aproximadamente un 29 % en cada semiciclo, o un 67% en cada ciclo de oscilación.[5] La precisión es baja.

Parece razonable que la precisión se mejoraría con un intervalo más corto. Por lo tanto, probemos con Δt = 0,0167 s (un tercio del valor anterior). Entonces, en lugar de las ecuaciones (g) y (h), tenemos

$$\Delta\omega = 66.7 P_{a(n-1)} \qquad (i)$$

$$\Delta\delta_n = 0.0167\omega_{n-1} + 0.555 P_{a(n-1)} \qquad (j)$$

[5] $1.67 = (1.29)^2$

Tabla 6

CÁLCULO DE LA CURVA DE OSCILACIÓN
(MÉTODO 1, Δt = 0.05 SEG.) (EJEMPLO 2)

t (seg.)	P_u (p.u.)	P_a (p.u.)	$\Delta\omega$ (grad./seg.)	ω (grad./seg.)	0.05 ω (grad.)	$5P_a$ (grad.)	$\Delta\delta$ (grad.)	δ (grad.)
0+	0.500	0.500	100	0	0.0	2.5	2.5	45.0
0.05	0.528	0.472	94	100	5.0	2.4	7.4	47.5
0.10	0.610	0.390	78	194	9.7	2.0	11.7	54.9
0.15	0.740	0.260	52	272	13.6	1.3	14.9	66.6
0.20	0.906	0.094	19	324	16.2	0.5	16.7	81.5
0.25	1.091	– 0.091	– 18	343	17.2	– 0.5	16.7	98.2
0.30	1.277	– 0.277	– 55	325	16.2	– 1.4	14.8	114.9
0.35	1.441	– 0.441	– 88	270	13.5	– 2.2	11.3	129.7
0.40	1.567	– 0.567	– 113	182	9.1	– 2.8	6.3	141.0
0.45	1.637	– 0.637	– 127	69	3.4	– 3.2	0.2	147.3
0.50	1.639	– 0.639	– 128	– 58	– 2.9	– 3.2	– 6.1	147.5
0.55	1.571	– 0.571	– 114	– 186	– 9.3	– 2.9	– 12.2	141.4
0.60	1.436	– 0.436	– 87	– 300	– 15.0	– 2.2	– 17.2	129.2
0.65	1.244	– 0.244	– 49	– 387	– 19.4	– 1.2	– 20.6	112.0
0.70	1.016	– 0.016	– 3	– 436	– 21.8	– 0.1	– 21.9	91.4
0.75	0.772	0.228	46	– 439	– 22.0	1.1	– 20.9	69.5
0.80	0.540	0.460	92	– 393	– 19.6	2.3	– 17.3	48.6
0.85	0.348	0.652	130	– 301	– 15.0	3.3	– 11.7	31.3
0.90	0.218	0.792	158	– 171	– 8.6	3.8	– 4.8	19.6
0.95	0.164	0.836	167	– 13	– 0.6	4.2	3.6	14.8
1.00	. . .	. . .	. . .	154	. . .	. . .	. . .	18.4

Los cálculos detallados no se muestran aquí, pero son similares a los de la Tabla 6. La curva de oscilación se representa como la curva 2 en la Fig. 3. Se observa que el error de amplitud se ha reducido al 9 % en medio ciclo o al 21 % en un ciclo, aproximadamente un tercio de los errores correspondientes con Δt = 0,05 seg. Estos errores siguen siendo bastante elevados, y el trabajo de cálculo es excesivo debido a la gran cantidad de puntos que deben calcularse.

En la Fig. 3 se representan dos curvas adicionales (4 y 5), calculadas para valores mayores de Δt (0,10 y 0,15 s, respectivamente). Como era de esperar, las amplitudes aumentan más rápido que antes. Además, el período se alarga notablemente.

El Ejemplo 2 ha demostrado que las curvas de oscilación calculadas con el método 1 están sujetas a un error acumulativo considerable, que se manifiesta por un aumento tanto de la amplitud como del período de oscilación, especialmente en la amplitud. La razón de estos errores es fácil de encontrar. Consideremos un tiempo, como el primer semiciclo de la oscilación armónica del Ejemplo 2, durante el cual la aceleración disminuye. Dicha curva de aceleración en función del tiempo se muestra en la Fig. 4. En el método 1, la aceleración durante cada intervalo Δt se asume cons-

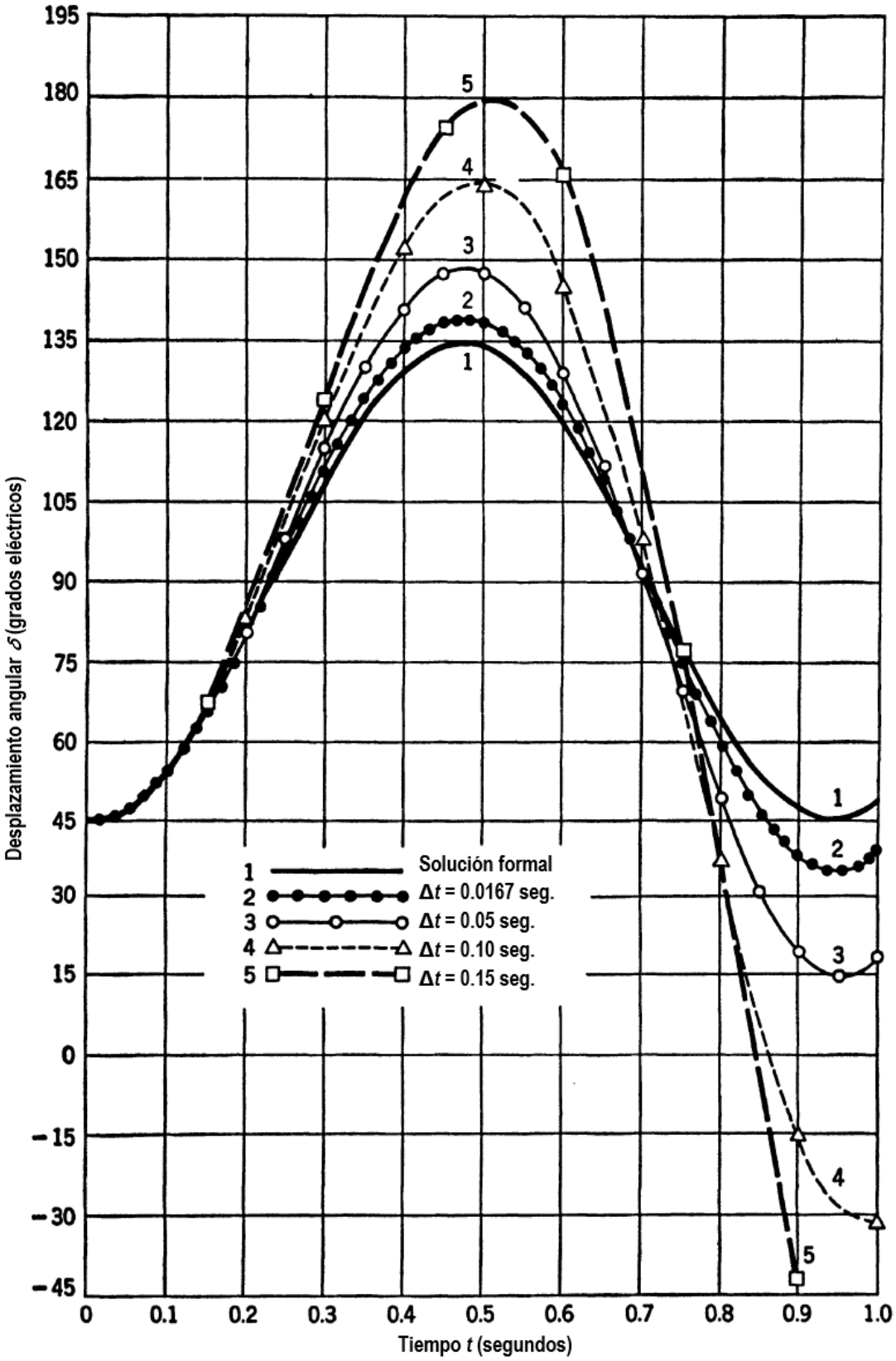


Figura 3

Curvas de oscilación calculadas a partir de una solución formal de la ec. de oscilación y mediante cálculo punto a punto, método 1, con varios valores de Δ*t* (Ejemplo 2).

tante en su valor inicial, como se muestra en la función escalón de la Fig. 4, y durante el tiempo considerado *siempre es demasiado grande*. En consecuencia, la velocidad calculada se vuelve progresivamente mayor que la velocidad real, y el avance calculado de la posición angular es, asimismo, mayor que el avance real. El segundo semiciclo de oscilación comienza así con una amplitud calculada mayor que el valor real; y, si no se produjeran más errores, la oscilación continuaría con esta amplitud. Sin embargo, durante el segundo semiciclo, la aceleración aumenta, y durante este tiempo la aceleración supuesta siempre es demasiado pequeña, es decir, demasiado negativa. Por lo tanto, la velocidad negativa calculada es, en valor absoluto, demasiado grande, y el retraso calculado de la posición angular también es demasiado grande. Por lo tanto, la amplitud calculada aumenta con cada oscilación.

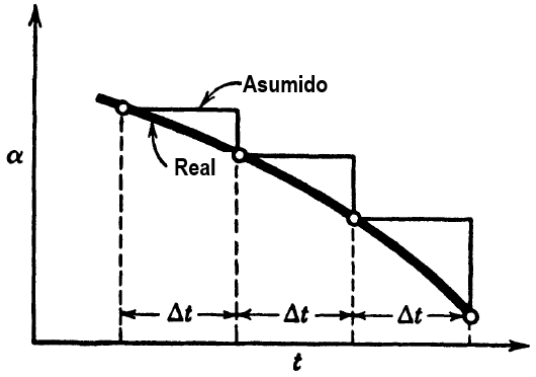


Figura 4
Curvas real y asumida de la aceleración en función del tiempo, cálculo punto por punto, método 1.

Método 2. La mayor parte del error causado por asumir que la aceleración es constante durante un intervalo de tiempo puede eliminarse utilizando el valor de la aceleración en la *mitad* del intervalo en lugar del valor inicial. En referencia a la Fig. 5*a*, se observa que la aceleración en la mitad del intervalo es prácticamente igual a la aceleración promedio durante el mismo, como lo demuestra la casi igualdad de las áreas triangulares por encima y por debajo de la curva verdadera. En el método 2 se parte de esta suposición: la aceleración durante un intervalo es constante en su valor calculado para la mitad del intervalo. O bien, si consideramos que los intervalos utilizados en el cálculo comienzan y terminan en los puntos de tiempo en los que se calcula la aceleración, entonces la suposición debe reformularse de la siguiente manera: Se supone que la aceleración, calculada al comienzo de un intervalo de tiempo particular, permanece constante desde la mitad del intervalo anterior hasta la mitad del intervalo en consideración. Consideremos, por ejemplo, los cálculos para el intervalo n-ésimo, que comienza en $t = (n - 1)\Delta t$. (Vea Fig. 5). La posición angular en este instante es δ_{n-1}. Se supone que la aceleración α_{n-1}, calculada en este instante, es constante desde

$$t = \left(n - \tfrac{3}{2}\right)\Delta t \quad \text{hasta} \quad t = \left(n - \tfrac{1}{2}\right)\Delta t$$

Durante este período se produce un cambio en la velocidad, que se calcula como

$$\Delta\omega_{n-\frac{1}{2}} = \Delta t \cdot \alpha_{n-1} = \frac{\Delta t}{M} P_{a(n-1)} \tag{67}$$

Dando la velocidad al final de este tiempo como

$$\omega_{n-\frac{1}{2}} = \omega_{n-\frac{3}{2}} + \Delta\omega_{n-\frac{1}{2}} \tag{68}$$

Como resultado lógico de la suposición respecto de la aceleración, el cambio de velocidad ocurriría linealmente con el tiempo. Para simplificar los cálculos

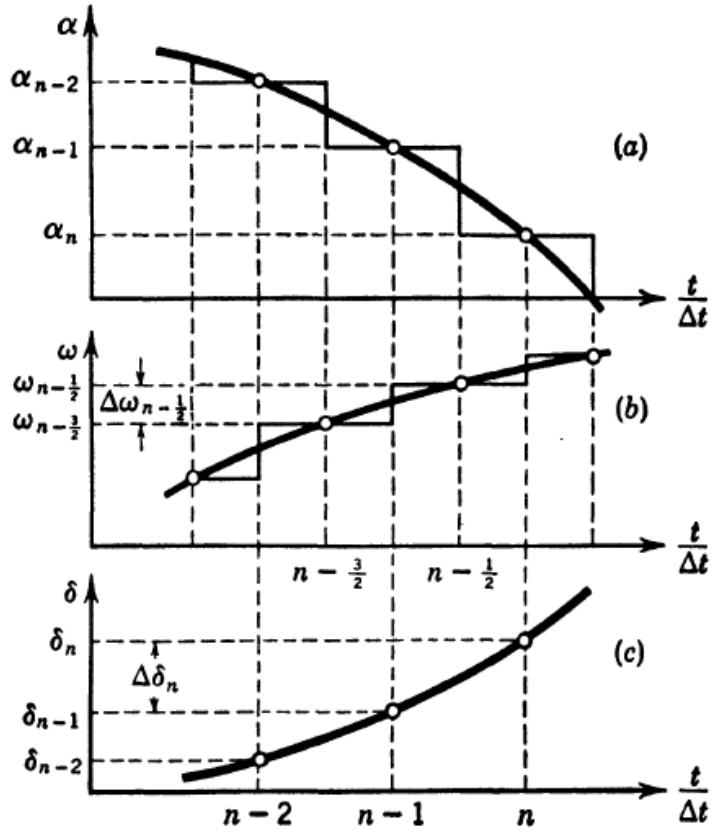


Figura 5

Curvas verdaderas y supuestas de aceleración, velocidad y posición angular en función del tiempo, cálculo punto por punto, método 2.

subsiguientes, sin embargo, se supone que el cambio de velocidad ocurre como un paso en la mitad del período, es decir, en $t = (n - 1)\Delta t$, que es el mismo instante para el que se calculó la aceleración. Entre pasos, se supone que la velocidad es constante, como se muestra en la Fig. 5b. Desde $t = (n - 1)\,\Delta t$ hasta $t = n\,\Delta t$, o a lo largo del n-ésimo intervalo, la velocidad será constante en el valor $\omega_{n-1/2}$. Por lo tanto, el cambio de posición angular durante el n-ésimo intervalo es

$$\Delta\delta_n = \Delta t \cdot \omega_{n-\frac{1}{2}} \tag{69}$$

Y la posición al final del intervalo es

$$\delta_n = \delta_{n-1} + \Delta\delta_n \tag{70}$$

Como se muestra en la Fig. 5*c*.

Las ecuaciones 67 a 70 pueden usarse para el cálculo; pero, si solo nos interesa la posición angular y no la velocidad, podemos usar una fórmula para $\Delta\delta_n$ de la que se ha eliminado ω. Dicha fórmula se desarrollará a continuación. Sustituyendo la ec. 67 en la ec. 68 y el resultado en la ec. 69, se obtiene

$$\Delta\delta_n = \Delta t \cdot \omega_{n-\frac{3}{2}} + \frac{(\Delta t)^2}{M} P_{a(n-1)} \tag{71}$$

Por analogía con la ec. 69

$$\Delta\delta_{n-1} = \Delta t \cdot \omega_{n-\frac{3}{2}} \tag{72}$$

Sustituyendo la ec. 72 en la ec. 71, obtenemos la fórmula deseada

$$\Delta\delta_n = \Delta\delta_{n-1} + \frac{(\Delta t)^2}{M} P_{a(n-1)} \tag{73}$$

que, al igual que la ec. 66 del método 1, proporciona el incremento del ángulo durante cualquier intervalo de tiempo en función del incremento del intervalo anterior. El último término puede simbolizarse, a su vez, como $\Delta^2\delta$. Esta fórmula simplifica enormemente el cálculo de una curva de oscilación. Si se desea conocer la velocidad, se puede obtener a partir de la relación

$$\omega_{n-\frac{1}{2}} = \frac{\Delta\delta_n}{\Delta t} \tag{74}$$

El método 2 es más sencillo de usar que el método 1 y mucho más preciso, como se mostrará en el ejemplo 3.

Antes de continuar con este ejemplo, es necesario considerar los efectos de las discontinuidades en la potencia de aceleración P_a que ocurren, por ejemplo, al aplicar o eliminar una falla, o al realizar cualquier operación de conmutación. Si dicha discontinuidad ocurre *al inicio de un intervalo*, se debe utilizar el promedio de los valores de P_a antes y después de la discontinuidad. Por lo tanto, al calcular el incremento del ángulo que ocurre durante el primer intervalo después de aplicar una falla en $t = 0$, la ec. 73 se convierte en

$$\Delta\delta_1 = \frac{(\Delta t)^2}{M} \cdot \frac{P_{ao+}}{2} \tag{75}$$

donde P_{ao+} es la potencia de aceleración inmediatamente después de la ocurrencia de la falla. Inmediatamente antes de la falla, el sistema está en estado estacionario; por lo tanto, la potencia de aceleración, P_{ao-}, y el incremento previo del ángulo, $\Delta\delta_0$, son ambos iguales a cero. Si la falla se despeja al comienzo del intervalo m-ésimo, en los cálculos para este intervalo se debe usar para $P_{a(m-1)}$ el valor ½ ($P_{a(m-1)-} + P_{a(m-1)+}$), donde $P_{a(m-1)-}$ es la potencia de aceleración inmediatamente antes de despejar y $P_{a(m-1)+}$ es la inmediatamente después de despejar la falla. Si la discontinuidad ocurre en la mitad de un intervalo, no se necesita ningún procedimiento especial. El incremento del ángulo durante dicho intervalo se calcula, como es habitual, a partir del valor de P_a al comienzo del intervalo. Las razones de estas dos reglas deberían quedar claras después del estudio de la Fig. 6. Si la discontinuidad ocurre en algún momento distinto del principio o la mitad de un intervalo, se debe utilizar un promedio ponderado de los valores de P_a antes y después de la discontinuidad, pero la necesidad

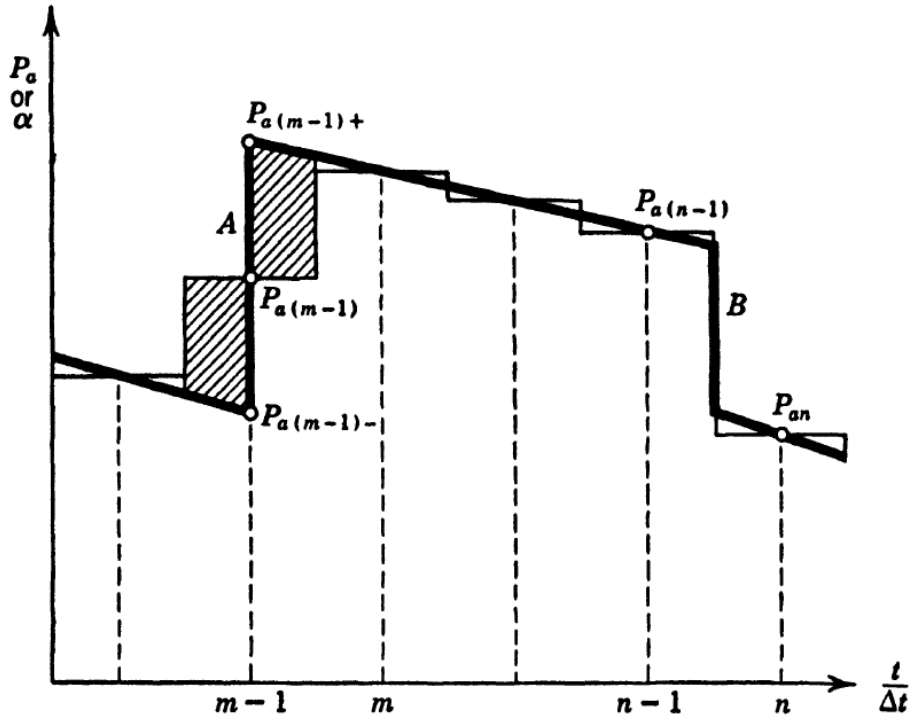


Figura 6

El manejo de discontinuidades de la potencia de aceleración P_a en el cálculo punto por punto método 2. *A* es una discontinuidad que ocurre al inicio del *m*-ésimo intervalo. $P_{a(m-1)} = ½ (P_{a(m-1)+} + P_{a(m-1)-})$ se utiliza para calcular $\Delta\delta_m$. *B* es una discontinuidad en la mitad del *n*-ésimo intervalo. Aquí, $P_{a(n-1)}$ se utiliza para calcular $\Delta\delta_n$.

de tal refinamiento rara vez aparece porque los intervalos de tiempo utilizados en el cálculo son tan cortos que es suficientemente preciso suponer que la discontinuidad ocurre al principio o a la mitad de un intervalo.

EJEMPLO 3

Resuelva el problema del Ejemplo 2 mediante el método 2 de cálculo punto por punto, utilizando diferentes valores del intervalo de tiempo (Δt). Compare las curvas de oscilación así obtenidas con las obtenidas mediante el método 1 del Ejemplo 2.

Solución. Los cálculos punto por punto se basarán en las ecs. 70 y 73. El valor de *M* del Ejemplo 2 es 2.5 x 10^{-4} por unidad. La potencia de aceleración viene dada, como antes, por

$$P_a = P_i - P_u = 1 - \frac{\delta}{90°} \qquad (a)$$

Para $\Delta t = 0.05$ seg., que se probará primero, tenemos

$$\frac{(\Delta t)^2}{M} = \frac{(0.05)^2}{2.5\times10^{-4}} = 10$$

y la ec. 73 se convierte en

$$\Delta\delta_n = \Delta\delta_{n-1} + 10P_{a(n-1)} \qquad (b)$$

Los cálculos detallados se presentan en la Tabla 7. Cabe destacar que, para $t = 0$, el instante de ocurrencia de la falla, se introducen los valores de P_u y de P_a tanto para la falla desactivada (en $t = 0–$) como para la falla activada (en $t = 0+$). Se utiliza el valor promedio de P_a.

El orden en que se introducen los elementos (excepto t) en la tabla es el siguiente: de izquierda a derecha, a lo largo de una línea, hasta llegar a la columna "$10P_a$"; luego, en diagonal hacia abajo y a la derecha, hasta el valor de δ en la línea inferior al punto de partida; de ahí, a la columna "P_u" en la misma línea; y así sucesivamente. Cada nuevo valor de $\Delta\,\delta$ se calcula sumando el valor anterior de $\Delta\delta$ y el valor de $10P_a$ entre los valores anterior y nuevo de $\Delta\,\delta$. Cada nuevo valor de δ se calcula de forma similar sumando el valor anterior de δ y el valor de $\Delta\delta$ entre los valores anterior y nuevo de δ.

La comparación de los valores de δ de la Tabla 7 con los valores correspondientes de la Tabla 5, calculados a partir de la solución formal, muestra una discrepancia máxima de 1.0° en el primer ciclo de oscilación. La concordancia de la solución punto por punto con la solución formal es muy satisfactoria.

Se realizaron cálculos similares para $\Delta t = 0.10$ seg., 0.15 seg., 0.20 seg. y 0.25 seg. Los detalles del cálculo no se muestran aquí, pero las curvas de oscilación resultantes se representan gráficamente en la Fig. 7. Las curvas numeradas 3, 4 y 5, y sus símbolos, corresponden a las curvas de la Fig. 3 para valores similares de Δt. La solución formal no se representa gráficamente en la Fig. 7, pero coincide con la curva 3 en cuanto a la precisión del gráfico.

En la Fig. 7 se observa que, al aumentar Δt, las curvas de oscilación calculadas se mantienen sinusoidales y con una amplitud correcta, pero sus períodos disminuyen. Incluso cuando los puntos están tan separados que no son suficientes para determinar la forma de la curva (como para $\Delta t = 0.25$ seg., lo que da menos de 4 puntos por ciclo), se puede dibujar una onda sinusoidal a través de ellos.

La curva para $\Delta t = 0.1$ seg. se consideraría suficientemente precisa para su uso en ingeniería en un estudio de estabilidad. En estudios reales, los períodos de oscilación habituales son de 0.5 a 2 seg., y Δt se suele tomar como 0.05 o 0.1 seg. El valor de 0.1 seg. suele ser suficiente y, además de requerir solo la mitad de pasos que 0.05 seg., ofrece la ventaja de que la multiplicación o división por Δt se puede realizar simplemente desplazando la coma decimal.

En la Tabla 8 se realiza una comparación de los errores en las amplitudes y períodos de las curvas calculadas por los métodos 1 y 2 en los Ejemplos 2 y 3, respectivamente.

La superioridad del método 2 sobre el 1 se muestra inequívocamente en la Tabla 8 y en las curvas. El método 2, con un $\Delta t = 0.10$ seg., produce resultados más precisos que el método 1, con un $\Delta t = 0.0167$ seg., y los resultados se obtienen con menos de una sexta parte del cálculo.

Tabla 7

CÁLCULO DE LA CURVA DE OSCILACIÓN PUNTO POR PUNTO
(MÉTODO 2, Δt = 0.05 SEG.) (EJEMPLO 3)

t (seg.)	P_u (p.u)	P_a (p.u)	10 P_a (grad.)	$\Delta\delta$ (grad.)	δ (grad.)
0-	1.000	0.000	. . .	. . .	. . .
0+	0.500	0.500	. . .	. . .	. . .
0 prom	. . .	0.250	2.5	. . .	45.0
				2.5	
0.05	0.528	0.472	4.7		47.5
				7.2	
0.10	0.609	0.391	3.9		54.7
				11.1	
0.15	0.731	0.269	2.7		65.8
				13.8	
0.20	0.885	0.115	1.2		79.6
				15.0	
0.25	1.052	– 0.052	– 0.5		94.6
				14.5	
0.30	1.214	– 0.214	– 2.1		109.1
				12.4	
0.35	1.350	– 0.350	– 3.5		121.5
				8.9	
0.40	1.450	– 0.450	– 4.5		130.4
				4.4	
0.45	1.497	– 0.497	– 5.0		134.8
				– 0.6	
0.50	1.492	– 0.492	– 4.9		134.2
				– 5.5	
0.55	1.430	– 0.430	– 4.3		128.7
				– 9.8	
0.60	1.320	– 0.320	– 3.2		118.9
				– 13.0	
0.65	1.177	– 0.177	– 1.8		105.9
				– 14.8	
0.70	1.011	– 0.011	– 0.1		91.1
				– 14.9	
0.75	0.847	0.153	1.5		76.2
				– 13.4	
0.80	0.697	0.303	3.0		62.8
				– 10.4	
0.85	0.582	0.418	4.2		52.4
				– 6.2	
0.90	0.514	0.486	4.9		46.2
				– 1.3	
0.95	0.499	0.501	5.0		44.9
				3.7	
1.00	0.540	0.460	4.6		48.6
				8.3	
1.05	0.632	0.386	3.7		56.9
				12.0	
1.10	. . .	. . .	. . .		68.9

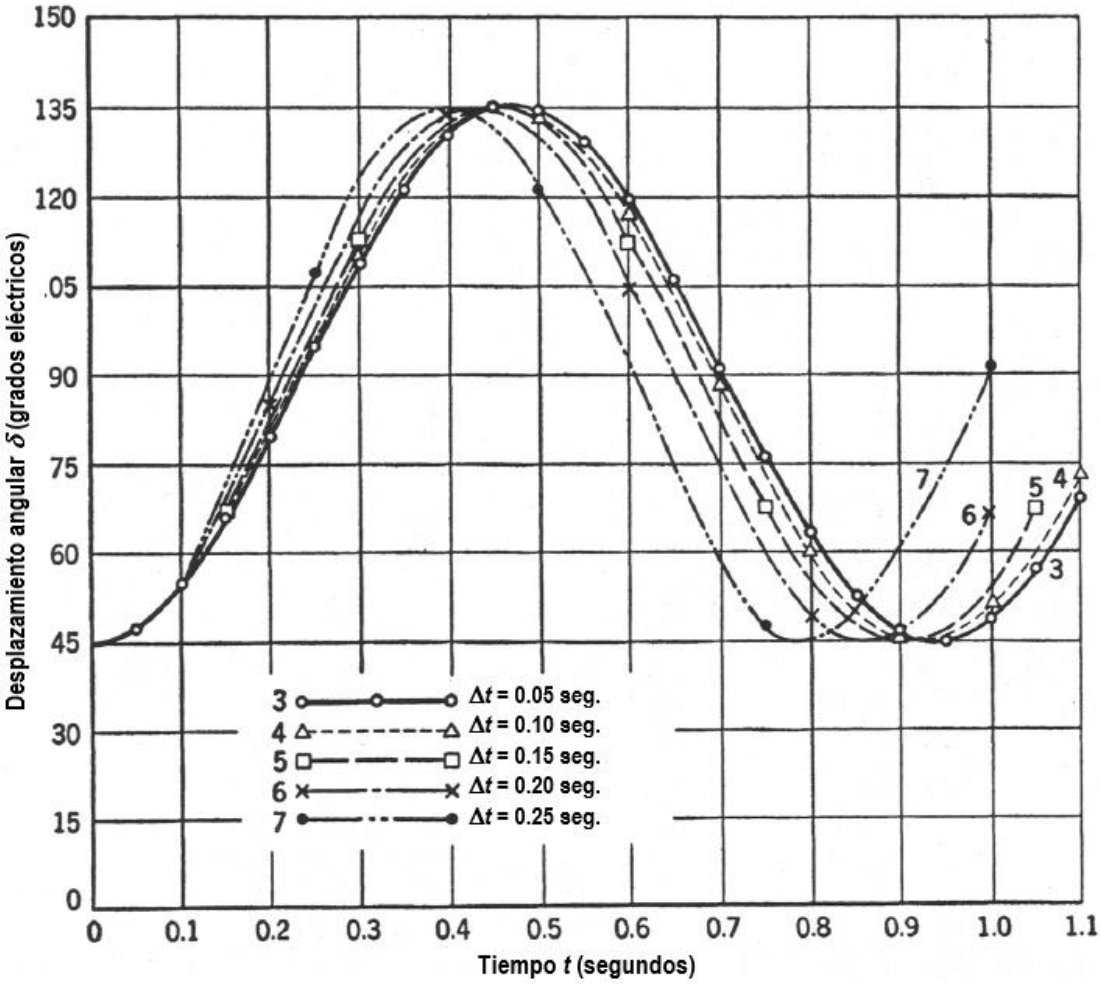


Figura 7

Curva de oscilación calculada punto por punto por el Método 2 con varios valores de Δ*t*, (Ejemplo 3)

Tabla 8

ERRORES PORCENTUALES EN AMPLITUD Y PERIODO DE OSCILACIÓN SINUSOIDAL CALCULADOS POR LOS MÉTODOS PUNTO POR PUNTO 1 Y 2 CON VARIOS VALORES DE *t*

Δ*t* (seg.)	Puntos por ciclo real	Porcentaje de error en amplitud			Porcentaje de error en período	
		Al final de un ciclo		A medio ciclo		
		Método 1	*Método 2*	*Método 1*	*Método 1*	*Método 2*
0.0167	56	+21	. . .	+9	+1	. . .
0.05	19	+68	0	+29	+2	– 0.4
0.10	9.4	+191	0	+67	+5	– 2
0.15	6.2	+300	0	+100	+11	– 5
0.20	4.7	. . .	0	. . .	. . .	– 9
0.25	3.7	. . .	0	. . .	. . .	–15

Suposiciones comunes en estudios de estabilidad. En la discusión anterior sobre la solución de la ecuación de oscilación, se asumió tácitamente que la potencia de aceleración P_a se conocía al inicio de cada intervalo y, de hecho, la ecuación no podía resolverse sin conocer P_a. Dado que $P_a = P_i - P_u$, tanto la entrada P_i como la salida P_u deben conocerse. Para determinar P_i y P_u, se suelen aplicar las siguientes suposiciones.

1. La entrada permanece constante durante todo el período de una curva de oscilación.

2. La potencia de amortiguación o asincrónica es despreciable.

3. La potencia síncrona se puede calcular a partir de una solución de estado estable de la red a la que están conectadas las máquinas.

4. Cada máquina puede representarse en la red mediante una reactancia constante (reactancia transitoria de eje directo) en serie con una fuerza electromotriz constante (tensión detrás de la reactancia transitoria).

5. El ángulo mecánico de cada rotor de la máquina coincide con la tensión de fase eléctrica detrás de la reactancia transitoria.

A continuación examinaremos estas suposiciones.

1. La entrada es inicialmente igual a la salida. Cuando ocurre una perturbación, la salida suele sufrir un cambio brusco, pero la entrada permanece invariable. La entrada a una unidad generadora está controlada por el regulador de su motor primario. El regulador no actuará hasta que el cambio de velocidad supere una cierta cantidad (generalmente el 1% de la velocidad normal), dependiendo del ajuste del regulador, e incluso entonces hay un desfase temporal antes de que el regulador modifique la entrada. Durante las oscilaciones de las máquinas síncronas, el cambio porcentual de velocidad es muy pequeño hasta que se pierde el sincronismo. Por lo tanto, la acción del regulador no suele ser un factor determinante de la pérdida de sincronismo y, en consecuencia, se ignora.

2. La salida (potencia eléctrica) de una máquina síncrona consta de una parte síncrona, que depende de las posiciones angulares relativas de todas las máquinas del sistema, y una parte asíncrona, que depende de las velocidades angulares relativas de todas las máquinas. La parte asíncrona puede tenerse en cuenta si se desea, pero, dado que suele ser poco importante en comparación con la parte síncrona, se suele omitir por simplicidad. El cálculo de la amortiguación o potencia asíncrona se analiza en el Capítulo XIV, Vol. III.

3. La red que conecta las máquinas no se encuentra en estado estacionario durante su oscilación, debido tanto a cambios repentinos en el circuito, como la aplicación o eliminación de una falla, como al cambio de fase más gradual de las fuerzas electromotrices debido a la oscilación. Sin embargo, dado que los períodos de oscilación de las máquinas son relativamente largos (del orden de 1 seg.) en comparación con las constantes de tiempo de la red, se puede asumir, sin error grave,

que esta se encuentra en estado estacionario en todo momento. La solución de la red en estado estacionario se presenta en el Capítulo III.

4 y **5**. La suposición de que cada máquina puede representarse mediante una reactancia constante en serie con una tensión constante, y la suposición de que la posición mecánica del rotor coincide con el ángulo de fase de la tensión constante, no son del todo correctas. Sin embargo, por regla general, no conllevan un error grave al determinar la estabilidad de un sistema dado. Dado que el análisis y la justificación de estas suposiciones requieren un conocimiento considerable de la teoría de máquinas síncronas, no se intentarán en este momento, sino que se pospondrán para el Capítulo XII, Vol. III.

EJEMPLO 4

Un generador de rueda hidráulica de 25 MVA y 60 ciclos suministra 20 MW a través de una línea de transmisión de doble circuito a un gran sistema metropolitano que puede considerarse como una barra infinita. La unidad generadora (incluida la rueda hidráulica) tiene una energía cinética de 2.76 MJ por MVA a velocidad nominal. La reactancia transitoria en el eje directo del generador es de 0.30 por unidad. Los circuitos de transmisión tienen resistencias despreciables, y cada uno tiene una reactancia de 0.20 por unidad sobre una base de 25 MVA. La tensión detrás de la reactancia transitoria del generador es de 1.03 por unidad, y la tensión del sistema metropolitano es de 1.00 por unidad. Se produce un cortocircuito trifásico en el centro de un circuito de transmisión y se elimina en 0.4 seg. mediante la apertura simultánea de los interruptores automáticos en ambos extremos de la línea.

Calcular y graficar la curva de oscilación del generador durante 1 segundo.

Solución. La curva de oscilación se calculará mediante el método punto por punto 2, con un intervalo de tiempo de 0.05 seg. Antes de comenzar los cálculos punto por punto, debemos conocer la constante de inercia del generador y las ecuaciones del ángulo de potencia para tres condiciones diferentes de la red: (1) antes de que se produzca la falla; (2) durante la falla; y (3) después de que se haya solucionado la falla. La ecuación potencia – ángulo depende de la reactancia entre el generador y la barra infinita.

Reducción de la red. La Figura 8a muestra un diagrama de reactancias del sistema. Antes de la ocurrencia de la falla, la reactancia entre los puntos A y B se determina mediante combinaciones en serie y en paralelo como

$$X_1 = 0.30 + \frac{0.20}{2} = 0.40 \text{ por unidad}$$

Cuando se despeja la falla, se desconecta uno de los circuitos paralelos, haciendo que la reactancia

$$X_3 = 0.30 + 0.20 = 0.50 \text{ por unidad}$$

La reactancia en serie equivalente entre el generador y la barra infinita mientras la falla está activa se puede determinar más fácilmente convirtiendo el circuito *GABF,* de Y a un

Δ, eliminando el punto *G*. El circuito resultante se muestra en la Fig. 8*b*. La reactancia de la rama Δ entre *A* y *B* es

$$X_2 = 0.30 + 0.20 + \frac{030 \times 0.20}{0.10}$$
$$= 0.50 + 0.60 = 1.10 \text{ por unidad}$$

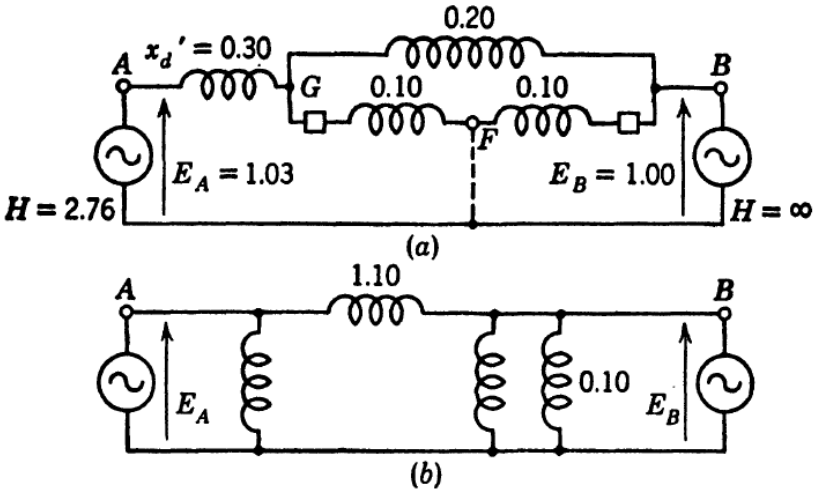


Figura 8

(*a*) Diagrama de reactancia de un sistema compuesto por un generador *A* que suministra energía a través de una línea de transmisión de doble circuito a un gran sistema metropolitano *B* (Ejemplo 4). (*b*) Circuito equivalente del sistema con un cortocircuito trifásico en el punto medio de un circuito de transmisión, el punto *F* de *a*. El circuito de *b* se obtiene a partir del de *a* mediante una conversión Y – Δ para eliminar el punto *G*.

Los valores de reactancia de las otras dos ramas no son necesarios, ya que, al estar conectadas directamente a las fuentes de alimentación de tensión constante, no afectan la potencia de salida de las fuentes, aunque sí aumentan la potencia reactiva. Lo mismo ocurre con la reactancia de 0.10 por unidad en *B*. La ecuación potencia – ángulo para el circuito de la Fig. 8*b* es la misma que si se omitieran estas tres ramas en derivación.

Ecuaciones potencia – ángulo. La ecuación potencia – ángulo, que da la salida P_{uA} del generador *A* en función del ángulo δ entre las tensiones E_A y E_B, es

$$P_{uA} = \frac{E_A E_B}{X} \operatorname{sen} \delta = C \operatorname{sen} \delta$$

Donde *C* tiene los siguientes valores

Antes de la falla, $$C_1 = \frac{E_A E_B}{X_1} = \frac{1.03 \times 1.00}{0.40} = 2.58$$

Durante la falla, $$C_2 = \frac{E_A E_B}{X_2} = \frac{1.03 \times 1.00}{1.10} = 0.936$$

Después de la falla, $$C_3 = \frac{E_A E_B}{X_3} = \frac{1.03 \times 1.00}{0.50} = 2.06$$

Constante de inercia. Por la ec. 54

$$M = \frac{GH}{180f} = \frac{1.00 \times 2.76}{180 \times 60} = 2.56 \times 10^{-4} \text{ por unidad}$$

Condiciones iniciales. La potencia de salida del generador *A* antes de la falla se estimó en 20 MW, lo que, sobre una base de 25 MVA, equivale a 0.80 por unidad. La posición angular inicial de *A* con respecto a *B* se obtiene mediante la ecuación potencia – ángulo pre-falla:

$$\begin{aligned} P_{uA1} &= 2.58 \operatorname{sen} \delta = 0.80 \\ \operatorname{sen} \delta &= \frac{0.80}{2.58} = 0.310 \\ \delta &= 18.1° \end{aligned}$$

Inmediatamente después de que ocurre la falla, la posición angular no cambia, pero la potencia de salida cambia a la dada por la ec. de potencia – ángulo de falla.

$$\begin{aligned} P_{uA2} &= 0.936 \operatorname{sen} \delta \\ &= 0.936 \operatorname{sen} 18.1° \\ &= 0.936 \times 0.310 \\ &= 0.290 \text{ p.u.} \end{aligned}$$

Cálculos punto por punto. Considere el intervalo de tiempo $\Delta t = 0.05$ seg. Los pasos del cálculo para cada punto son los siguientes:

$$P_{a(n-1)} = P_i - P_{u(n-1)} = 0.800 - P_{u(n-1)} \qquad \text{potencia por unidad}$$

$$\frac{(\Delta t)^2}{M} P_{a(n-1)} = \frac{(0.05)^2}{2.56 \times 10^{-4}} P_{a(n-1)} = 9.76\, P_{a(n-1)} \qquad \text{grad. elec.}$$

$$\Delta\delta_n = \Delta\delta_{n-1} + 9.76 P_{a(n-1)} \qquad \text{grad. elec.}$$

$$\delta_n = \delta_{n-1} + \Delta\delta_n \qquad \text{grad. elec.}$$

$$P_{un} = C \operatorname{sen} \delta_n \qquad \text{potencia por unidad}$$

Donde $C = C_2 = 0.936$ con falla presente ($0 < t < 0.4$ seg.).

$C = C_3 = 2.06$ después que la falla ha sido despejada ($0.4 < t$).

En $t = 0$ y $t = 0.4$ seg. existen discontinuidades en P_u y, por lo tanto, en P_a, por lo que se debe utilizar el valor promedio para calcular $\Delta\delta$.

Los cálculos se muestran en la Tabla 9. La curva de oscilación se representa en la Fig. 9, junto con las curvas para otros tiempos de despeje. El sistema es estable con un tiempo de despeje de 0.4 seg. Este hecho se hace evidente a los 0.5 seg., y el resto del cálculo de la oscilación es innecesario si solo deseamos saber si el sistema es estable con el tiempo de despeje dado.

Tabla 9

CÁLCULO DE CURVA DE OSCILACIÓN PUNTO POR PUNTO (EJEMPLO 4)

t (seg.)	C (p.u)	Sen δ	P_u (p.u.)	P_a (p.u.)	9.76 P_a (gra. elec.)	$\Delta\delta$ (gra. elec.)	δ (gra. elec.)
0 –	2.58	0.310	0.800	0.000			18.1
0 +	0.936	0.310	0.290	0.510			18.1
0 prom.				0.255	2.5		
						2.5	
0.05	"	0.352	0.330	0.470	4.6		20.6
						7.1	
0.10	"	0.465	0.435	0.365	3.6		27.7
						10.7	
0.15	"	0.621	0.581	0.219	2.1		38.4
						12.8	
0.20	"	0.779	0.730	0.070	0.7		51.2
						13.5	
0.25	"	0.904	0.846	– 0.046	– 0.4		64.7
						13.1	
0.30	"	0.977	0.915	– 0.115	– 1.1		77.8
						12.0	
0.35	"	1.000	0.936	– 0.136	– 1.3		89.8
						10.7	
0.40 –	"	0.983	0.920				100.5
0.40 +	2.06	"	2.024				
0.40 prom.			1.472	– 0.672	– 6.6		
						4.1	
0.45	"	0.968	1.995	– 1.195	– 11.6		104.6
						– 7.5	
0.50	"	0.992	2.045	– 1.245	– 12.1		97.1
						– 19.6	
0.55	"	0.976	2.010	– 1.210	– 11.8		77.5
						– 31.4	
0.60	"	0.721	1.486	– 0.686	– 6.7		46.1
						– 38.1	
0.65	"	0.139	0.286	0.514	5.0		8.0
						– 33.1	
0.70	"	– 0.424	– 0.874	1.674	16.3		– 25.1
						– 16.8	
0.75	"	– 0.668	– 1.376	2.176	21.2		– 41.9
						4.4	
0.80	"	– 0.609	– 1.255	2.055	20.0		– 37.5
						24.4	
0.85	"	– 0.227	– 0.468	1.268	12.4		– 13.1
						36.8	
0.90	"	0.402	0.828	– 0.028	– 0.3		23.7
						36.5	
0.95	"	0.868	1.788	– 0.988	– 9.6		60.2
						24.9	
1.00	"	0.996	2.052	– 1.252	– 12.2		85.1
						12.7	
1.05	"						97.8

EJEMPLO 5

Determine el tiempo crítico de despeje de un cortocircuito trifásico en el medio de una línea de transmisión del sistema del Ejemplo 4, asumiendo que los interruptores automáticos en ambos extremos de la línea se abren simultáneamente.

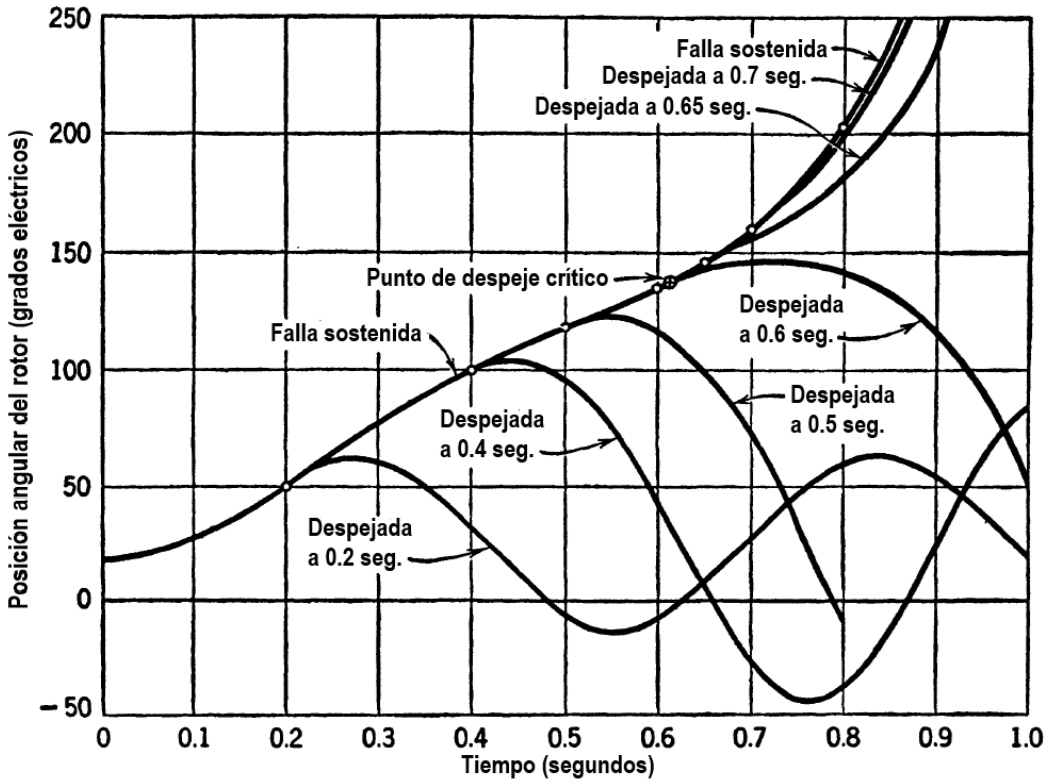


Figura 9
Curvas de oscilación para el sistema de la Fig. 8 (Ejemplo 4)

Solución. Primero, se calcula y se grafica la curva de oscilación para un cortocircuito *sostenido*. Los cálculos del Ejemplo 4 pueden usarse hasta $t = 0{,}4$ seg.; pero para $t > 0{,}4$ seg., se deben realizar nuevos cálculos utilizando la ec. del ángulo de potencia para la condición de falla. La curva de oscilación se grafica en la Fig. 9. Obviamente, el sistema es inestable para una falla sostenida. Mediante la inspección de la curva de oscilación, se realiza una estimación del tiempo crítico de despeje. Supongamos que estimamos 0.5 seg. La estimación se verifica calculando la curva de oscilación para un despeje de 0.5 seg., comenzando desde el punto de 0.5 seg. del cálculo para una falla sostenida. El cálculo de solo dos puntos aproximadamente es suficiente para demostrar que el sistema es estable con un despeje de 0.5 seg. Se prueba entonces un tiempo de despeje mayor. Es posible que sea necesario calcular varias curvas de oscilación más hasta encontrar dos tiempos de despeje que difieran ligeramente, para uno de los cuales el sistema sea estable y para el otro sea inestable. De las curvas de la Fig. 9 se desprende que el tiempo crítico de despeje se encuentra entre 0.6 y 0.65 seg. El ángulo crítico de despeje se encuentra entre 136° y 147°.

No se dan aquí cálculos detallados porque son similares a los del Ejemplo 4. Se debe decir nuevamente que, por lo general, solo se necesitan calcular unos pocos puntos en cada curva de oscilación, apartándose de la curva de una falla sostenida en el tiempo de despeje supuesto.

EJEMPLO 6

En el ejemplo 4, encuentre la desviación porcentual máxima de la velocidad con respecto a su valor normal, tanto antes como después del momento en el que se tiene la certeza por primera vez de que el sistema es estable.

Solución. Como se mencionó en el Ejemplo 4, aproximadamente 0.5 seg. después de la falla, el sistema se estabiliza con certeza. La velocidad relativa (promediada en un intervalo de tiempo Δt) es $\Delta\delta/\Delta t$, la cual, al ser Δt constante, es proporcional a $\Delta\delta$. El valor máximo de $\Delta\delta$ antes de 0.5 seg. es de 13.5 grad. elec.; el valor máximo después de 0.5 seg. es de –38,1 grad. elec. Las velocidades relativas correspondientes son 13.5/0.05 = 270 grad. elec. por seg. y –38.1/0.05 = –762 grad. elec. por seg. La velocidad normal, correspondiente a una frecuencia de 60 c.p.s., es 60 x 360 = 21,600 grad. elec. por seg. Las desviaciones porcentuales de la velocidad normal son (270/21,600) 100 = 1.2% y (762/21.600) 100 = 3.5%.

Parece que un regulador configurado para ser sensible a un cambio de velocidad del 1% tendría un efecto insignificante a la hora de determinar si el sistema era estable, aunque podría tener algún efecto en las oscilaciones resultantes.

REFERENCIAS

1. A.I.E.E. Subcommittee on Interconnection and Stability Factors, "First Report of Power System Stability," Elec. Eng., vol. 56, pp. 261-82, February, 1937.

2. FREDERICK S. WOODS, Advanced Calculus, New York, Ginn & Co., 1926. Application of elliptic integrals to the motion of a pendulum, pp. 369-71.

3. V. BUSH, "The Differential Analyzer: A New Machine for Solving Differential Equations," Franklin Inst. Jour., vol. 212, pp. 447-88, October, 1931.

4. R. H. PARK and E. H. BANCKER, "System Stability as a Design Problem," A.I.E.E. Trans., vol. 48, pp. 170-94, January, 1929. Incluye descripción del cálculo punto por punto de las curvas de oscilación.

5. I. H. SUMMERS and J. B. MCCLURE, "Progress in the Study of System Stability," A.I.E.E. Trans., vol. 49, pp. 132-58, January, 1930. Appendix IV, Sample Swing Curve Calculation, pp. 145-6.

6. F. R. LONGLEY, "The Calculation of Alternator Swing Curves," A.I.E.E. Trans., vol. 49, pp. 1129-50, July, 1930; disc., pp. 1150-1.

7. O. G. C. DAHL, Electric Power Circuits, vol. II, Power System Stability, New York, Mc Graw-Hill Book Co., 1938. Cuatro métodos de cálculo punto por punto de las curvas de oscilación, pp. 391-401.

PROBLEMAS DEL CAPITULO II

1. Calcule la constante de inercia *M* de una unidad generadora de rueda hidráulica de 25 ciclos, 12,500 kVA, 11 kV y 187.5 rpm tomando un valor típico de *H* de la Fig. 2.

2. En el Ejemplo 4, grafique en una sola hoja las curvas de posición angular, velocidad relativa y aceleración en función del tiempo.

3. Resuelva el problema del Ejemplo 4, utilizando $\Delta t = 0.1$ seg. en lugar de 0.05 seg., e indique si considera satisfactoria la precisión de la curva de oscilación así calculada.

4. Resuelva el problema del Ejemplo 4 para un tiempo de despeje de 0.625 seg. en lugar de 0.4 seg. Utilice $\Delta t = 0{,}05$ s. ¿Es estable el sistema?

5. ¿Cuál es el tiempo crítico de despeje de un cortocircuito trifásico cerca del extremo emisor de una línea de transmisión del sistema del Ejemplo 4? Suponga la apertura simultánea de ambos interruptores. ¿Qué ubicación de la falla es más grave, el extremo emisor o la parte media de la línea? ¿Por qué?

6. En el problema 5, ¿cuál es el tiempo crítico de apertura del primer interruptor (cercano) si el segundo (distante) abre 0.5 seg. después que el primero?

7. Calcule y grafique la oscilación resultante de la apertura de uno de los dos circuitos de transmisión en paralelo del Ejemplo 4 como una operación de conmutación normal.

8. El sistema del Ejemplo 4 se modifica añadiendo un alimentador radial a la barra de la estación *A*. Si se produce una falla trifásica en este alimentador en un punto separado de la barra por una impedancia de 0.10 por unidad, en un momento en que el alimentador soporta una carga muy ligera y las líneas de transmisión principales están cargadas, como en el Ejemplo 4, y si la falla se despeja en 0.4 seg., ¿el impacto en el sistema es mayor o menor que la causada por la falla en el centro de una línea de transmisión despejada en el mismo tiempo? ¿Por qué?

9. Determine el límite de potencia en estado estacionario del sistema de la Fig. 8*a* con una línea de transmisión desconectada. Suponga lo siguiente: Para cada carga, la tensión terminal del generador *A* se ajusta a 1.00 por unidad y el factor de potencia es igual a la unidad. Suponga que se produce una perturbación muy pequeña durante la cual la tensión de excitación detrás de la reactancia síncrona de 0.90 por unidad permanece constante.

10. Determine el límite de potencia transitoria del sistema del Ejemplo 4 con una falla trifásica en el centro de una línea de transmisión, despejada en 0.4 seg. mediante la apertura simultánea de los interruptores automáticos en ambos extremos. Suponga que las condiciones previas a la falla de la tensión terminal y el factor de potencia del generador son las descritas en el Problema 9.

11. El sistema del Ejemplo 4 se modifica estableciendo una impedancia de cada línea de transmisión de 0.10 + 0.20 por unidad en lugar de 0 + *j*0,20 por unidad. Determine la posición angular inicial del generador *A* con respecto a la barra infinita si la potencia de salida de *A* es de 0.800 por unidad a una tensión de 1.00 por unidad y un factor de potencia de 1.00. Determine también la potencia de salida y la potencia de aceleración inmediatamente después de producirse un cortocircuito trifásico en el centro de una línea. ¿Despreciar la resistencia da un resultado optimista o pesimista para la estabilidad de un sistema con un generador y una barra infinita?

12. Demuestre que el método 2 punto por punto es equivalente a realizar la sustitución

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\delta_{n-1} + 2\delta_n + \delta_{n+1}}{(\Delta t)^2}$$

En la ec. de oscilación

13. Se sabe que la ec. diferencial

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + k^2\delta = 0 \qquad (a)$$

Tiene una solución

$$\delta = Ae^{jkt} \qquad (b)$$

cuya parte real representa una variación armónica simple de δ con t con un período $T = 2\pi/k$. Demuestre que la ec. diferencial correspondiente

$$\frac{\delta_{n-1} - 2\delta_n + \delta_{n+1}}{(\Delta t)^2} + k^2\delta_n = 0 \qquad (c)$$

en el que δ_n denota el valor de δ en el tiempo $t = n\Delta t$, como una solución similar

$$\delta_n = Ae^{j\omega n\Delta t}$$

Donde

$$\omega = \frac{2}{\Delta t}\,\text{sen}^{-1}\,\frac{k\Delta t}{2} \qquad (e)$$

14. Utilizando la ec. *e* del problema 13, calcule el error porcentual en el período de una oscilación armónica simple en función del número de puntos por ciclo cuando la oscilación se calcula mediante el método 2 punto por punto.

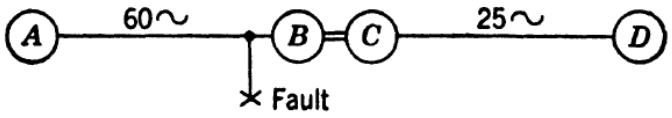


Figura 10
Sistema de potencia con variador de frecuencia *B-C* (Prob. 15 y 16)

15. Describa el procedimiento para calcular las curvas de oscilación de las máquinas de la Fig. 10, donde *A* es un generador de 60 ciclos; *B-C*, un grupo motor – generador asíncrono – síncrono de 60 a 25 ciclos (variador de frecuencia); y *D*, un motor síncrono de 25 ciclos (o un generador con una carga local equivalente a un motor para el análisis de estabilidad). Indique específicamente todas las diferencias entre el procedimiento y el de un sistema con todas las máquinas conectadas eléctricamente en paralelo.

16. Calcule las curvas de oscilación de las cuatro máquinas del sistema de la Fig. 10 para una falla trifásica sostenida al final del ramal cerca de *B*. Los datos del sistema son los siguientes:

Reactancias por unidad sobre una base de sistema

Líneas

A-B	0.40
C-D	0.20
Ramal desde *B* hasta la falla	0.20

Máquinas

A	0.10
B	0.20
C	0.15
D	0.15

Constantes de inercia (H) sobre una base del sistema

A	8.0
B	1.0
C	1.0
D	6.0

Condiciones iniciales

Carga de 1.00 por unidad transmitida desde *A* hasta *D*
Tensiones terminales de *B* y *C*, 1.00 por unidad
Factor de potencia en terminales *B* y *C*, 1.00.

17. ¿Cuáles son las dimensiones de la constante de inercia *H*? Proporcione una interpretación física.

CAPITULO III

SOLUCIÓN DE REDES

La determinación de las curvas de oscilación de las distintas máquinas síncronas de un sistema de potencia, como se ha mencionado, consta de dos procesos que deben realizarse de forma alterna: (1) la solución de la ecuación de oscilación de cada máquina, dando el cambio de posición angular durante un corto intervalo de tiempo debido a una potencia de aceleración conocida; y (2) la solución de la red a la que están conectadas las máquinas, dando la salida de cada máquina cuando se conocen las posiciones angulares de todas las máquinas. En el Capítulo II, la atención se centró en la solución de la ecuación de oscilación, y la solución de la red requerida para el Ejemplo 4 se hizo lo más simple posible utilizando un sistema de reactancia de dos máquinas. Se encontró que la solución de la ecuación de oscilación era muy simple. Resulta no más complicado si se aumenta el número de máquinas, excepto que se debe hacer un cálculo similar para cada máquina. La solución de la red, por el contrario, se vuelve rápidamente más laboriosa a medida que aumenta el número de máquinas. En este capítulo se describirán los métodos de solución de redes necesarios para los estudios de estabilidad.

El diagrama de impedancia (red de secuencia positiva)[1]. Sin embargo, antes de que se pueda resolver la red, primero debe establecerse. El punto de partida suele ser un diagrama unifilar del sistema eléctrico que se va a estudiar, que muestra generadores, condensadores síncronos y otras máquinas síncronas de gran tamaño, reactores, transformadores, líneas de transmisión y cargas. El diagrama generalmente se limita al sistema de transmisión principal. Como regla general, los circuitos de distribución y las cargas pequeñas no se muestran en detalle, sino que se tienen en cuenta simplemente como cargas agrupadas en las barras de las subestaciones. A partir del diagrama unifilar se prepara un diagrama en el que todos los elementos eléctricos importantes del sistema eléctrico están representados en forma monofásica (línea a neutro) mediante sus circuitos equivalentes de secuencia positiva con valores adecuados de impedancia. Los valores de impedancia de los aparatos individuales se dan comúnmente en ohmios reales o por unidad (o porcentaje) según la clasificación del aparato individual. Para su uso en el diagrama de impedancia del sistema, los valores así proporcionados deben convertirse a ohmios referidos a una tensión común o a valores por unidad en una base común del sistema. A continuación se analizarán las relaciones entre estos diversos sistemas de unidades.

[1] Este término es definido en el Capítulo IV

Cantidades por unidad. En el sistema por unidad, las diversas cantidades físicas, como corriente, tensión, potencia e impedancia, se expresan *como fracciones decimales o múltiplos de cantidades base*. Cuando se utiliza la *base del equipo*, las cantidades base son los *valores nominales* o de *plena carga* o se derivan de ellos. Así, para un transformador monofásico de 1,000 kVA, de 66,000 a 11,000 voltios, la potencia base se toma como 1,000 kVA (o kW); tensión base en el lado de alta tensión, 66,000 voltios; y la tensión base en el lado de baja tensión, como 11,000 voltios. La corriente base en el lado de alta tensión es 1000/66 = 15.15 amp.; en el lado de baja tensión es 1,000/11 = 90.9 amp.; ambos valores son corrientes de plena carga. La impedancia de base del lado de alta tensión es la relación entre la tensión base de ese lado y la corriente base de ese lado, es decir, 66,000/15.15 = 4.360 ohmios. La impedancia base del lado de baja tensión es 11,000/90.9 = 121.5 ohmios, que es $(11,000/66,000)^2$ = 1/36 tan grande como el valor de alta tensión. Estos valores son las impedancias de carga requeridas en los lados de alta y baja tensión del transformador para cargarlo completamente a la tensión nominal.

Si el transformador lleva una carga de 500 kVA con un factor de potencia de 0.8 y a tensión nominal, la potencia aparente es 500/1,000 = 0.50 por unidad, la potencia activa es 400/1,000 = 0.40 por unidad, la tensión en ambos lados es 1.00 por unidad, y la corriente en ambos lados es 0.50 por unidad. Las tensiones por unidad de ambos devanados son casi iguales y difieren solo en una pequeña caída de impedancia. Las corrientes por unidad de ambos devanados son casi iguales y se diferencian sólo por una pequeña corriente de excitación.

La impedancia de cortocircuito, o equivalente, de un transformador referida a un lado es la misma en por unidad que cuando se refiere al otro lado, aunque diferente en ohmios. Por ejemplo, si la impedancia de cortocircuito del transformador mencionado anteriormente es 0.070 por unidad, es 0.070 x 4,360 = 305 ohmios referidos al lado de alta tensión, o 0.070 x 121.5 = 8.5 ohmios referidos al lado de baja tensión.

Las impedancias por unidad basadas en la clasificación del equipo son casi las mismas para todos los aparatos del mismo diseño general, aunque con diferentes clasificaciones de tensión y kilovoltios-amperios, mientras que las impedancias en ohmios varían mucho con la clasificación. Por lo tanto, los valores típicos de impedancia son más fáciles de tabular, recordar y comparar si se expresan en unidades que si se expresan en ohmios.

Para la *conversión de impedancias propias de ohmios a por unidad y viceversa*, se utilizan las siguientes fórmulas:

$$\text{Impedancia Base en ohms} = \frac{\text{tensión base en voltios}}{\text{corriente base en amperios}}$$

$$= \frac{\text{tensión base en voltios}}{\left(\dfrac{\text{potencia base en voltios-amperios}}{\text{tensión base en voltios}}\right)}$$

$$= \frac{\left(\text{tensión base en voltios}\right)^2}{\text{potencia base en voltios-amperios}}$$

$$= \frac{\left(\text{tensión base en kilovoltios}\right)^2}{\text{potencia base en megavoltios-amperios}} \quad (1)$$

$$\text{impedancia por unidad} = \frac{\text{impedancia en ohms}}{\text{impedancia base en ohms}}$$

$$= \frac{\text{impedancia en ohms} \times \text{potencia base en megavolts-amperios}}{\left(\text{tensión base en kilovoltios}\right)^2} \quad (2)$$

$$\text{Impedancia en ohms} = \text{impedancia por unidad} \times \text{impdancia base en ohms}$$

$$= \frac{\text{impedancia por unidad} \times \left(\text{tensión base en kilovoltios}\right)^2}{\text{potencia base en megavolt-amperios}} \quad (3)$$

Para *impedancias mutuas* entre circuitos de diferentes tensiones base tenemos, en lugar de la ec. 1,

$$\text{Impedancia Base} = \frac{\text{tensión base 1} \times \text{tensión base 2}}{\text{Potencia base}} \quad (4)$$

Aunque las relaciones anteriores se han derivado para un circuito monofásico (que puede considerarse como una fase de un circuito trifásico conectado en Y), se aplican igualmente bien a un circuito trifásico completo siempre que la tensión base sea el valor de línea a línea ($\sqrt{3}$ veces la tensión línea a neutro) y la potencia base es el valor trifásico (3 veces la potencia por fase). Estos factores se cancelan en la expresión (tensión)^2/potencia.

Para su uso en un estudio de sistemas de potencia, todas las impedancias y otras cantidades deben expresarse sobre una *base de sistema* común. Se selecciona una potencia base arbitraria; por ejemplo, 100 MVA para un sistema de potencia grande, 50 o 20 MVA para uno más pequeño. La tensión base para cada parte de la red suele ser la tensión nominal de esa parte y, si no se indica, así se entiende. Sin embargo, para partes de la red conectadas a través de transformadores, la relación de tensiones base debe ser igual a la relación de vueltas del transformador para el tap particular utilizado, incluso si la relación de vueltas difiere de la relación de tensiones nominales. Como muestra la ec. 2, cuando las impedancias por unidad se cambian de una potencia base (base de mega voltios-amperios) a otra sin cambiar la tensión de base, varían directamente como la potencia base.

Las *cantidades porcentuales* son 100 veces las cantidades por unidad correspondientes. Se debe vigilar el punto decimal en la multiplicación o división de cantidades porcentuales; por ejemplo, el producto de un porcentaje de impedancia por un porcentaje de corriente es 100 veces el porcentaje de caída de tensión adecuada.

Como alternativa a poner todos los datos por unidad en una base de sistema, a veces se expresan en ohmios, voltios, amperios, etc., *referidos a una tensión común*,

generalmente la tensión nominal de la mayor parte del sistema de transmisión. Si se hace esto, las impedancias de las líneas de la mayor parte se dejan expresadas en ohmios reales, mientras que las de las líneas de otras tensiones se refieren a la tensión seleccionada multiplicándolos por el cuadrado de la relación de espiras del transformador interviniente. Las impedancias dadas por unidad en una base de potencia determinada se convierten a ohmios a la tensión elegida mediante la ec. 3.

Representación de grandes máquinas síncronas. A continuación, se analizará brevemente la representación de diversos elementos del circuito en el diagrama de impedancia. Se darán referencias a fuentes de información más completa.

Cada generador u otra máquina síncrona grande se representa comúnmente para estudios de estabilidad transitoria por su reactancia transitoria de eje directo x_d' en serie con una fuente de energía de tensión constante (Fig. 1). La resistencia del inducido de las máquinas grandes suele ser insignificante. Las reactancias de las máquinas ya construidas o diseñadas normalmente pueden obtenerse del fabricante. El método para obtener x_d' a partir de un oscilograma de cortocircuito se describe en el Capítulo XII, Vol. III. Para las máquinas de menor importancia, los valores medios de x_d' podrán tomarse de la Tabla 2 del capítulo XII. En ese capítulo también se analizan formas más exactas de representar máquinas síncronas.

Representación de transformadores. *Los transformadores de dos circuitos* se representan con mayor precisión mediante un circuito T equivalente en el que los brazos en serie representan las impedancias de dispersión y el brazo en derivación, la impedancia de excitación. Como regla general, la corriente de excitación puede despreciarse en los estudios de estabilidad; si se hace esto, el circuito T se reduce a la

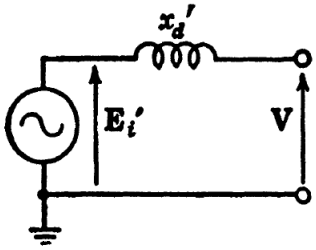


Figura 1
Representación de un generador u otra máquina síncrona de gran tamaño en un estudio de estabilidad transitoria. x_d' es la reactancia transitoria del eje directo, $\mathbf{E}_i'$ es la tensión interna "detrás" de esta reactancia y **V** es la tensión en bornes.

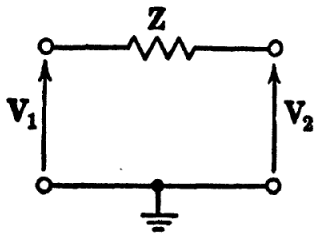


Figura 2
Representación de un transformador de dos circuitos, despreciando la corriente de excitación. $\mathbf{V}_1$ y $\mathbf{V}_2$ son las tensiones primaria y secundaria, respectivamente. **Z** es la impedancia equivalente.

impedancia en serie **Z** (Fig. 2), igual en valor a la impedancia de cortocircuito, o equivalente, del transformador. El valor de esta impedancia suele figurar en la placa de características. Se puede medir mediante una prueba de cortocircuito. Las resistencias de los transformadores grandes suelen ser insignificantes y oscilan entre aproximadamente 0.3 y 1.1%. Los valores típicos de reactancia se dan en la Tabla 1. Dependen principalmente de la tensión nominal: cuanto mayor es la tensión nominal, mayor es la reactancia.

Tabla 1

REACTANCIAS TÍPICAS DE TRANSFORMADORES DE POTENCIA DE DOS BOBINADOS (500 KVA POR FASE Y MÁS, MONOFÁSICO O TRIFÁSICO, 25 o 60 cps, AUMENTO DE 55°C) (De Ref. 1a con permiso de Westinghouse Electric Corporation)

Alta Tensión, Línea a Línea (kV)	Baja Tensión Máxima (kV)	Reactancia Porcentual		Baja Tensión Máxima (kV)	Reactancia Porcentual		Baja Tensión Máxima (kV)	Reactancia Porcentual	
		Min.	*Max.*		*Min.*	*Max.*		*Min.*	*Max.*
0 -15	15	4.5	7.0	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
16 - 25	15	5.5	8.0	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
26 - 37	15	6.0	8.0	25	6.5	9.0	. . .	. . .	. . .
38 - 50	25	6.5	9.0	37	7.5	10.5	. . .	. . .	. . .
51 - 73	25	7.0	10.0	46	8.0	11.0	. . .	. . .	. . .
74 - 92	34.5	7.5	10.5	69	8.5	12.5	73	9.0	14.0
93 - 115	34.5	8.0	12.0	73	9.0	14.0	92	10.0	15.5
116 - 138	37	8.5	13.0	73	9.5	15.0	115	10.5	17.0
139 - 161	50	9.0	14.0	92	10.5	16.0	138	11.5	18.0
169 - 196	50	10.0	15.0	92	11.5	17.0	161	12.5	19.0
197 - 230	50	11.0	16.0	92	12.5	18.0	161	14.0	20.0

Los *transformadores de tres circuitos* se representan, despreciando la corriente de excitación, mediante circuitos en Y (Fig. 3) de modo que la resistencia de cada rama es la resistencia del devanado correspondiente y la suma de las reactancias de cada par de ramas es igual a la resistencia de cortocircuito. Reactancia del circuito entre el par de devanados correspondiente con el devanado restante abierto. [4,5] Así

$$X_1 + X_2 = X_{12} \tag{5a}$$

$$X_1 + X_3 = X_{13} \tag{5b}$$

$$X_2 + X_3 = X_{23} \tag{5c}$$

De donde

$$X_1 = \tfrac{1}{2}\left(X_{12} + X_{13} - X_{23}\right) \tag{6a}$$

$$X_2 = \tfrac{1}{2}\left(X_{12} + X_{23} - X_{13}\right) \tag{6b}$$

$$X_3 = \tfrac{1}{2}\left(X_{13} + X_{23} - X_{12}\right) \tag{6c}$$

Con frecuencia, la reactancia de un brazo de la Y, según lo determinado por las ecs. 6, resulta negativa.[2]

Para fines de estimación, la reactancia X_{12} entre los dos devanados principales de un transformador de tres devanados se puede considerar igual a la reactancia de un

[2] Esta circunstancia no causa dificultad en una solución algebraica, pero en un tablero de cálculo de c-a (que se analiza más adelante en este capítulo) se requiere una capacitancia excesivamente grande para representar una reactancia negativa pequeña. Esta dificultad puede evitarse combinando la reactancia negativa con cualquier reactancia positiva que pueda estar en serie con ella o representándola mediante una reactancia capacitiva en serie con una reactancia inductiva que sea menor que la reactancia capacitiva en la cantidad de la reactancia negativa requerida.

transformador de dos devanados que tenga los mismos kilovoltios-amperios y tensiones nominales (Tabla 1). Las reactancias X_{13} y X_{23} entre los devanados principales y el devanado terciario no se pueden estimar con precisión debido al amplio rango de estas reactancias en transformadores de diferentes diseños. [1*a*]

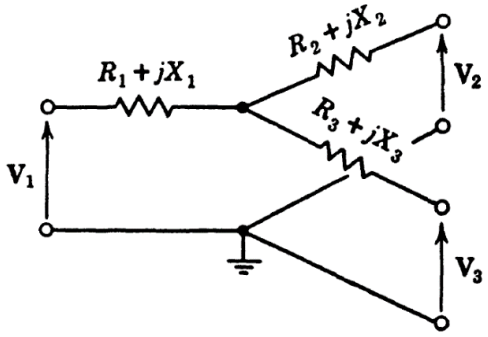


Figura 3
Representación de un transformador de tres circuitos, despreciando la corriente de excitación

Transformadores de 4 o 5 circuitos. Vea Refs. 6 y 7, respectivamente.

Los *autotransformadores* se representan de la misma manera que los transformadores con devanados separados. Las impedancias utilizadas en el diagrama son aquellas entre bornes del circuito, no entre partes del devanado. La reactancia de un auto-transformador en porcentaje (basado en los kilovoltios-amperios nominales entregados) se puede estimar multiplicando la reactancia de un transformador de dos devanados de la Tabla 1 por la relación, [1*a*]

$$\frac{\text{alta tensión nominal} - \text{baja tensión nominal}}{\text{alta tensión nominal}}$$

Los autotransformadores pueden tener reactancias muy pequeñas si la relación de tensión es cercana a la unidad.

Los bancos de tres transformadores monofásicos simétricos, es decir, conexiones Y o Δ de transformadores idénticos, se representan en el diagrama de impedancia monofásico como un transformador monofásico, cuya impedancia por unidad, basada en el kilovoltio-amperio nominal del banco, es igual a la impedancia por unidad de un transformador en su propio kilovoltios-amperios nominales. Los *transformadores trifásicos* se representan de manera similar. El desplazamiento de fase sin carga entre los circuitos primario y secundario (0 o 180° para una conexión Δ - Δ o Y - Y, ± 30° para una conexión Δ - Y o Y - Δ) normalmente se puede y es ignorado.

Transformadores de regulación para control de relación, cambio de fase o ambos. Ver Refs. 1*b*, 8 y 9.

Las líneas y cables de transmisión están representados por sus circuitos π nominales o equivalentes. [11]

En el *circuito* π nominal (Fig. 4*a*), la rama en serie tiene una impedancia igual a la impedancia en serie total **Z** por fase de la línea, y la rama en derivación en cada extremo tiene una admitancia igual a la mitad de la admitancia en derivación **Y** de la línea al neutro. Aquí $\mathbf{Z} = \mathbf{z}l$ e $\mathbf{Y} = \mathbf{y}l$, donde l es la longitud de la línea y **z** e **y** son la impedancia en serie y la admitancia en derivación por unidad de longitud. La impedancia en serie consta de resistencia y reactancia inductiva; la admitancia en

derivación consiste prácticamente sólo en susceptancia capacitiva, ya que la conductancia en derivación de las líneas eléctricas es despreciable.

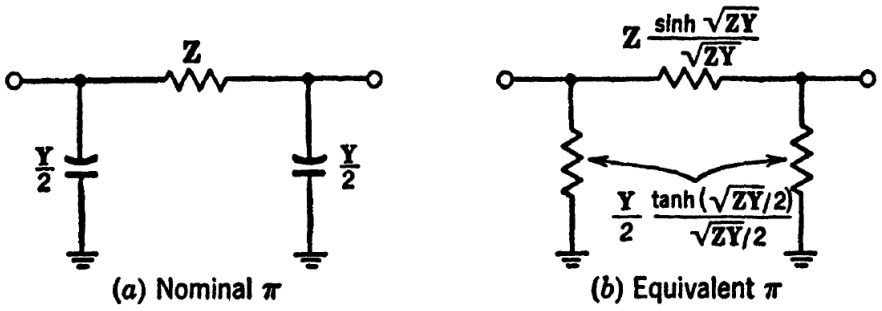


Figura 4
Circuitos para la representación de líneas y cables de transmisión

En el *circuito π equivalente* (Fig. 4*b*), la impedancia de la rama en serie es la π nominal multiplicado por un factor de corrección,

$$\frac{\operatorname{senh}\sqrt{\mathbf{ZY}}}{\sqrt{\mathbf{ZY}}} = \frac{e^{j\sqrt{\mathbf{ZY}}} - e^{-j\sqrt{\mathbf{ZY}}}}{2\sqrt{\mathbf{ZY}}}$$

$$= 1 + \frac{\mathbf{ZY}}{6} + \frac{(\mathbf{ZY})^2}{120} + \frac{(\mathbf{ZY})^3}{5{,}040} + \ldots \qquad (7a)$$

y la admitancia de cada rama en derivación es la π nominal multiplicada por otro factor de corrección,

$$\frac{\tanh\left(\sqrt{\mathbf{ZY}}/2\right)}{\sqrt{\mathbf{ZY}}/2} = \frac{e^{j\sqrt{\mathbf{ZY}}/2} - e^{-j\sqrt{\mathbf{ZY}}/2}}{\left(e^{j\sqrt{\mathbf{ZY}}/2} + e^{-j\sqrt{\mathbf{ZY}}/2}\right)\sqrt{\mathbf{ZY}}/2}$$

$$= 1 - \frac{\mathbf{ZY}}{12} + \frac{(\mathbf{ZY})^2}{120} - \frac{17(\mathbf{ZY})^3}{20{,}160} + \ldots \qquad (7b)$$

Los factores de corrección se pueden encontrar fácilmente utilizando las cartas de Woodruff. [12]

El π equivalente es una representación exacta de una línea a una frecuencia determinada, mientras que el π nominal es una aproximación, cuyo uso sólo se justifica si los factores de corrección son próximos a 1, por lo tanto, en líneas cortas, como ocurre si $\mathbf{ZY} = \mathbf{z}\mathbf{y}l^2 << 1$. Como regla general, el π nominal es lo suficientemente preciso para líneas de cable abierto de 60 cps de no más de 100 millas de largo. Las líneas más largas pueden estar representadas por un π equivalente o por dos o más π's nominales en tándem. Las líneas muy cortas tienen una admitancia en derivación despreciable y pueden representarse únicamente por su impedancia en serie.

Cada parte de una *línea compuesta*, como un cable subterráneo en serie con una línea aérea, puede representarse mediante un π. Por medio de una o más conversiones Y-Δ, el circuito se puede reducir a un π, generalmente asimétrico.

Cuando *se conectan varias líneas a la misma barra*, las capacitancias en derivación en ese extremo de todos los circuitos π de estas líneas están en paralelo y pueden ser reemplazadas por una capacitancia de la barra al neutro. Si durante un estudio se desconectan una o más líneas, el valor de esta capacitancia debe reducirse en consecuencia.

Aunque se podrían usar *circuitos T* en lugar de circuitos π, los circuitos π son preferibles porque requieren solo una impedancia en serie por línea y una capacitancia en derivación por bus, mientras que los circuitos T requieren dos impedancias en serie y una capacitancia en derivación por línea.

Las constantes de las líneas se pueden encontrar mediante medición [13] o cálculo. En el cálculo, la longitud de la línea, encontrada en un mapa u otro registro, se multiplica por las constantes por unidad de longitud. Las constantes de los cables se obtienen mejor a través del fabricante, pero se pueden estimar a partir de tablas publicadas. [1*d*,14] Las constantes de las líneas aéreas se pueden encontrar con precisión en las tablas. Dependen de (1) la frecuencia, (2) el tamaño y tipo de conductor y (3) el espacio entre conductores. La resistencia en serie depende principalmente del tamaño y tipo de conductor y, en menor grado, de la frecuencia. La reactancia inductiva en serie depende de todos los factores anteriores. Se puede encontrar de manera más simple como la suma de dos términos, uno de los cuales (igual a la reactancia atribuible al flujo dentro de un radio de 1 pie) depende de la frecuencia, el tamaño y el tipo de conductor; y el otro, sobre la frecuencia y el espaciamiento[3]. La reactancia capacitiva en derivación se puede encontrar de la misma manera. La referencia 1*c* tiene tablas adecuadas para encontrar reactancias en serie y en derivación mediante este método. Para las estimaciones, la reactancia inductiva en serie de una línea aérea de 60 cps puede tomarse como 0.8 ohmios por milla, y la susceptancia capacitiva en derivación, como 5 micromhos por milla. Para otras frecuencias los valores son proporcionales.

La *impedancia mutua y la admitancia* entre líneas paralelas son insignificantes para una secuencia positiva.

Representación de cargas. Como las cargas en un sistema eléctrico varían con la hora del día y del año y de un año a otro, se deben seleccionar una o más condiciones de carga particulares para su estudio; por ejemplo, se pueden tomar la carga máxima anual y la carga mínima. A menudo se utilizan cargas futuras estimadas. La capacidad del generador y transformador conectados y otras características del funcionamiento del sistema dependerán de las cargas asumidas. Se supone que las cargas están

[3] Este método de tabular la reactancia de líneas fue ideado por W. A. Lewis y publicado por primera vez en la Ref. 2d.
Si las tres distancias entre conductores son desiguales, se utiliza la media geométrica de las distancias o la media aritmética de los términos de reactancia correspondientes.

agrupadas en los buses de las principales estaciones y subestaciones. Deben expresarse como potencia vectorial $P + jQ$, donde P es la potencia activa y Q la potencia reactiva. Cada carga está entonces representada por una admitancia en derivación,

$$Y = \frac{P + jQ}{V^2} \tag{8}$$

donde V es la tensión a través de la carga. Normalmente, se deben estimar las tensiones utilizados para calcular las admitancias de carga. Posteriormente, las admitancias de las cargas importantes pueden revisarse, si así se desea, utilizando valores de tensión más precisos.

Las *pequeñas cargas derivadas* en las líneas de transmisión se pueden eliminar y distribuir entre los dos extremos de la línea en proporción inversa a las impedancias de la línea entre la derivación y los extremos.

Representación de fallas. Un cortocircuito trifásico se representa conectando el punto de falla a la barra neutra. La representación de otros tipos de falla se analiza en el Capítulo VI.

Equipo variado. Los seccionadores e interruptores de circuito cerrado, los transformadores de corriente y las barras tienen una impedancia insignificante en los sistemas de alta tensión y, por lo tanto, no se tienen en cuenta. De manera similar, elementos en derivación como transformadores de potencial, pararrayos y capacitores de acoplamiento tienen impedancias tan altas que se consideran circuitos abiertos.

Representación de porciones remotas del sistema. En estudios de parte de un gran sistema interconectado no es necesario ni factible representar con igual detalle todas las estaciones y líneas de todo el sistema. Las partes periféricas pueden representarse mediante circuitos equivalentes. Una porción remota conectada en un solo punto a la porción en estudio puede ser reemplazada, según el teorema de Thevenin, por una impedancia en serie con una fuente de energía de tensión constante. La impedancia se encuentra mediante la reducción de la red (que se analiza más adelante en este capítulo) o mediante el conocimiento de los kilovoltios-amperios de cortocircuito en el punto de conexión. Se puede suponer que la impedancia es pura reactancia, en cuyo caso el circuito equivalente es como el de un generador (Fig. 1). Se puede suponer que la tensión de la fuente es 1 por unidad. Una porción remota de la red conectada en dos puntos a la porción que se está estudiando puede representarse mediante una fuente de energía y un circuito en Y.

La constante de inercia asignada al generador de cada uno de estos circuitos equivalentes debe ser igual al total de las constantes de inercia de todas las máquinas en él (por razones que se analizan más adelante en este capítulo) y, en ausencia de información más definida, puede calcularse a partir de un valor promedio de H (Figs. 1 y 2, Capítulo II) y la capacidad de generación agregada conocida. Si la inercia total es grande y está débilmente acoplada a la porción de la red que se está estudiando, puede considerarse infinita con poco error. La suposición de inercia infinita para una

porción remota del sistema hace innecesario el cálculo de curvas de oscilación para las máquinas equivalentes que representan tales porciones.

Lista de verificación de datos necesarios para el estudio de estabilidad transitoria.

Generadores

Placa nominal
Reactancia transitoria de eje directo
Energía cinética a la velocidad nominal (o momento de inercia y velocidad), incluido el motor primario (ver Capítulo II)
Límites de tensión
Toma de tierra.[5]
Resistencia y reactancia de secuencia negativa.[4]
Reactancia de secuencia cero.[5]

Transformadores de dos circuitos

Placa nominal
Resistencia y reactancia equivalentes
Relación de vueltas normalmente utilizada
Tomas disponibles y equipamiento de cambio de taps
Conexiones.[4]
Aterramiento.[4]

Transformadores multicircuito

Artículos enumerados para transformadores de dos circuitos.
Resistencia de cada devanado } en una base común
Resistencias entre cada par de devanados. } kilovoltios-amperios
Kilovoltios-amperios nominales de cada devanado

Reactores

Resistencia
Reactancia

Líneas y cables de transmisión.

Resistencia en serie y reactancia inductiva de cada sección de línea.
Capacitancia en derivación o susceptancia capacitiva de cada sección de línea, excepto aquellas en las que su efecto sea evidentemente despreciable.
Resistencia, reactancia y capacitancia de secuencia cero.

Condensadores síncronos y grandes motores síncronos

[4] Requerido sólo para estudios que incluyan fallas a tierra. Véase el Capítulo VI.
[5] Requerido sólo para estudios que involucran fallas desequilibradas.

Mismos datos que para los generadores; sin embargo, kilovoltios-amperios nominales de los condensadores puede ser diferente para la corriente retrasada que para la corriente adelantada.

Cargas

Potencia activa y reactiva para cada condición a estudiar.
Límites de tensión

Interruptores (ver Capítulos VIII y XI, Vol.II)

Tiempo de interrupción
Tiempo de recierre
Funcionamiento unipolar o tripolar } Si se usa recierre automático

Relés de protección (ver Capítulo IX, Vol. II)

Tipos y ajustes

Tablero de cálculo de corriente alterna. Una vez recopilados los datos requeridos y dibujado el diagrama de impedancia, se debe resolver la red para encontrar las magnitudes y posiciones de fase iniciales de las tensiones internas de todas las máquinas síncronas. Posteriormente, durante la determinación de las curvas de oscilación, se debe resolver la red repetidamente para obtener la potencia de salida de todas las máquinas cuando se conocen sus posiciones angulares y tensiones internas.

Las redes se pueden resolver mediante dos métodos principales, el método del tablero de cálculo y el método algebraico. Se prefieren las soluciones de tablero de cálculo por su rapidez y facilidad cuando el número de máquinas consideradas es tres o más.

El tablero de cálculo es esencialmente un medio para representar a escala una red de energía eléctrica. Una red trifásica se representa en el tablero de forma monofásica. Cien voltios en el tablero pueden representar, por ejemplo, 100 kV línea a línea (57,7 kV línea a neutro) en el sistema de energía, y 100 vatios en el tablero pueden representar 50 MW trifásicos (16,7 MW por fase) en el sistema. Las escalas de tensión y potencia son entonces 1 : 1,000 y 1 : 500,000, respectivamente. Las escalas de corriente y de impedancia se derivan automáticamente de las escalas elegidas para tensión y potencia. En este ejemplo particular, 1 amp. en el tablero representaría $16.7 \times 10^6 / 57.7 \times 10^3 = 289$ amp. en el sistema de potencia, y 100 ohmios en el tablero representaría 57,700/289 = 200 ohmios por fase (base Y) en el sistema.

El *tablero de cálculo de corriente alterna*, también conocido como *analizador de redes* o *calculadora de redes*, consta de un conjunto de resistencias, reactores y condensadores ajustables; un número de fuentes de tensión c-a ajustables tanto en fase como en magnitud; disposiciones para conectar las unidades anteriores entre sí de cualquier manera deseada para formar una red; e instrumentos para medir valores escalares y vectoriales de tensión, corriente y potencia en cualquier parte de la red. Los instrumentos deben diseñarse de manera que su inserción no cambie

apreciablemente las condiciones de la red. En la figura 5 se muestra un tablero de cálculo de c-a moderna.

Figura 5

Un moderno tablero de cálculo de corriente alterna (cortesía de General Electric Company).

Al utilizar el tablero de c-a en un estudio de estabilidad, primero se configura la red a escala, representando los generadores normalmente por sus reactancias transitorias de eje directo en serie con las fuentes de energía. A continuación, se ajustan la fase y magnitud de las tensiones de las diversas fuentes de energía y las impedancias de las cargas para representar la condición operativa normal o previa a la falla deseada, con respecto a las salidas de la máquina, las tensiones en bornes y factores similares. Luego se aplica la falla en el punto deseado. Si se trata de una falla trifásica, se representa simplemente por un cortocircuito en la red; si se trata de una falla asimétrica, está representada por una impedancia en derivación o por una conexión entre las redes de secuencia (que se discutirá en el Capítulo VI). Las tensiones de las fuentes de energía (que representan tensiones detrás de la reactancia transitoria, que normalmente se suponen constantes) se reajustan, si es necesario, para restaurarlos a sus valores previos a la falla. Es deseable, sin embargo, que las fuentes de energía tengan una regulación de tensión tan buena que el reajuste sea innecesario, o al menos pequeño. Luego se lee la potencia de salida de cada máquina mediante un vatímetro. A partir de estas lecturas se calcula la potencia de aceleración y a partir de ella se encuentra el cambio angular de cada máquina durante el primer intervalo de tiempo mediante métodos ya analizados. Los cambios angulares así encontrados se reproducen luego en el tablero de cálculo girando los diales de ajuste del ángulo de las fuentes de energía. Una vez hecho esto, se toma un nuevo conjunto de lecturas de potencia, y así sucesivamente. La eliminación de una falla o cualquier otra operación de conmutación está representada por un cambio apropiado de conexiones en el

tablero en el momento adecuado de la ejecución. La corrida continúa, trazándose las curvas de oscilación a medida que avanza, hasta que sea evidente si todas las máquinas permanecerán en sincronismo.

De la descripción anterior del uso de un tablero de cálculo de corriente alterna en un estudio de estabilidad, debería ser obvio que un tablero de cálculo de corriente continua no podría usarse para el mismo propósito. La representación correcta de las relaciones de fase es de suma importancia.

Los tableros de cálculo, de corriente alterna pertenecen y son operados por varios fabricantes eléctricos líderes, empresas consultoras de ingeniería, facultades de ingeniería y empresas de servicios públicos de energía eléctrica, tanto públicas como privadas [22]. Algunos de estos tableros están disponibles por contrato. A continuación, se describirán los dos tipos más utilizados.

Descripción del analizador de redes de C-A de General Electric. [17,21] El Tablero de cálculo de c-a que se muestra en la Fig. 5 funciona a una frecuencia de 480 cps [6] y tiene una tensión nominal o base de 50 voltios y una corriente nominal o base de 50 mA. [7] En consecuencia, la potencia base es de 2.5 vatios y la impedancia base es de 1000 ohmios. Todos los diales de ajuste y escalas de instrumentos están marcados en porcentajes de las cantidades base.

Unidades de generación. Hay una serie de fuentes de energía para suministrar tensiones monofásicas de fase y magnitud ajustables, que se utilizan principalmente para representar generadores. Cada unidad generadora consta de dos máquinas, un desfasador y un regulador de tensión de inducción monofásico. El desfasador tiene un devanado de estator trifásico, que recibe energía de 220 voltios, 480 cps de un conjunto de motor-generador, y un devanado de rotor monofásico, que entrega energía a tensión constante y fase ajustable al regulador de tensión. El desfasador proporciona ajuste de fase en un ángulo ilimitado y el regulador de tensión permite ajustar la magnitud de la tensión de 0 a 250% de la tensión base. Los ajustes de fase y magnitud no se afectan entre sí, ni los ajustes se ven afectados en gran medida por la carga. La reactancia inductiva en serie de la unidad generadora se compensa con la reactancia capacitiva en serie. Como resultado, la regulación de tensión a plena carga es solo del 2% y el cambio de fase producido por la corriente nominal con factor de potencia cero es de solo 1°. Esta pequeña regulación de tensión es muy conveniente en estudios de estabilidad donde las tensines de las fuentes de energía representan tensiones constantes conocidas detrás de las reactancias transitorias de máquinas síncronas porque las posiciones angulares de las distintas máquinas se pueden variar sin la necesidad de reajustar las magnitudes de tensión. Además, la fase y la magnitud de cada tensión concuerdan estrechamente con los respectivos ajustes del dial.

[6] No es necesario que la frecuencia del tablero sea la misma que la frecuencia del sistema de potencia a estudiar.

[7] La tensión nominal es aproximadamente la tensión promedio (al neutro) de los circuitos del tablero y la corriente nominal es aproximadamente la corriente promedio en los circuitos del tablero principal.

En estudios de funcionamiento normal del sistema eléctrico, el ajuste de la magnitud de la tensión simula el ajuste de la excitación de la máquina representada, y el ajuste de la fase corresponde al ajuste del regulador del motor primario. Avanzar la fase aumenta la producción de potencia y retrasarla la disminuye, a menos, por supuesto, que se exceda el ángulo de potencia máxima en la curva potencia – ángulo.

Unidades de impedancia de línea. Hay un gran número de unidades de impedancia de línea, cada una de las cuales consta de resistencias y tres reactores con derivación conectados permanentemente en serie. Estas unidades se utilizan para representar las impedancias de líneas de transmisión, transformadores, reactores y máquinas, y otras impedancias bajas. En la Tabla 2 se proporciona información sobre el rango de resistencia y reactancia, tamaño de los pasos, capacidad de corriente, etc. de las unidades de impedancia de línea y otros elementos del circuito.

Como las unidades de impedancia constituyen una gran parte del volumen y peso de cualquier placa calculadora de c-a, es importante que sean pequeñas. Por otro lado, es deseable que los reactores tengan una relación de resistencia a reactancia razonablemente baja para que puedan representar suficientemente bien transformadores, reactores y máquinas que tienen una relación de resistencia a reactancia baja. Además, la reactancia debería ser casi independiente de la magnitud de la corriente en el reactor. Estos requisitos para los reactores tienden a hacerlos grandes. El problema de los requisitos contradictorios se ha resuelto mediante el uso de una potencia base baja, una frecuencia superior a 60 cps y material magnético de alta calidad para los núcleos de los reactores.

La resistencia de los reactores de línea varía desde el 3% de la reactancia cuando la reactancia se establece en el 70% del valor base hasta el 8% en un ajuste del 0.2% de la base. La resistencia de los reactores no es despreciable; por lo tanto, se debe tener en cuenta (tomado como el 5% del ajuste de la reactancia) al configurar las resistencias asociadas.

Unidades de impedancia de carga. Las unidades de impedancia de carga se diferencian de las unidades de impedancia de línea principalmente en que tienen una impedancia más alta. Se utilizan para representar cargas u otros circuitos de alta impedancia. La resistencia y el reactor se pueden conectar entre sí en serie o en paralelo. La conexión en paralelo permite un ajuste más fácil de las cargas porque así los ajustes de potencia activa y de potencia reactiva son casi independientes entre sí. La conexión en serie se utiliza para cargas pequeñas, para cargas de factor de potencia unidad o cero y para representar impedancias altas distintas de las cargas. Para representar una carga de factor de potencia principal, una de las unidades de condensador (mencionadas en el siguiente párrafo) se conecta en paralelo con una unidad de impedancia de carga.

Condensadores se utilizan principalmente para representar la capacitancia de cables y líneas de transmisión. También se utilizan para representar condensadores y, en estudios de estado estacionario, para condensadores síncronos.

Tabla 2

ELEMENTOS DE CIRCUITO DEL ANALIZADOR DE REDES DE C-A DE GENERAL ELECTRIC

Instalado en Schenectady en 1937

Elemento	Número *	Rango †	Tamaño de Paso †	Tolerancia	Valor Máximo Seguro †
Generadores	12			Tensión de regulación cerca de 2%	Corriente al 1,000%
Tensión		0 – 250%	Suave		
Fase		Ilimitado	Suave		
Impedancia de línea	150				
Resistencia		0 – 51%	Suave	Resistor derivado ±1% Resistor suave +3%	500% corriente o 125% tensión
Reactor		0 – 81%	0.20%	±1% a corriente normal ±3% a cualquier corriente	500% corriente o 125% tensión
Impedancias de carga	50				
Resistencia		0 – 1,610%	Suave	Resistor derivado ±1% Resistor suave +3%	500% corriente o 125% tensión
Reactor		0 – 1,605%	5%	±1% a corriente normal ±3% a cualquier corriente	500% corriente o 125% tensión
Capacitor	60 40	0 – 110% 0 – 6,600%	1%	±1%	125% tensión
Autotransformadores	8 12	85 – 115% 69.5 – 130.5%	1% 0.5%	±1%	500% corriente y 125% tensión
Reactores mutuos	15				500% corriente y 125% tensión

* La cantidad de elementos del circuito varía en diferentes analizadores construidos por el mismo fabricante.

† En porcentaje de cantidades base (50 voltios, 0,050 amp., 1000 ohmios, 0,001 mho).

Autotransformadores, se proporcionan de dos diseños, uno de los cuales reducirá o aumentará la tensión en pasos del 1% hasta un máximo del 15% de la tensión primaria; el otro, en incrementos del 0.5% hasta el 30.5%. Se utilizan para representar transformadores cuyas relaciones de transformación reales difieren de las relaciones nominales sobre las cuales se calculan las impedancias del circuito. Por tanto, son valiosos para representar transformadores de relación ajustable, y uno de ellos debe incluirse en cualquier bucle alrededor del cual el producto de todas las relaciones de los transformadores no sea la unidad; por ejemplo, si dos sistemas de diferente tensión se conectan a través de dos transformadores de relación de vueltas desigual. La posición de cero reducción o refuerzo representa la relación de tensión nominal.

Transformadores mutuos de relación 1:1 se utilizan principalmente para representar la reactancia mutua entre líneas de transmisión paralelas que no están conectadas entre sí en ninguno de los extremos. También se utilizan en varios circuitos equivalentes. Estos transformadores no son ajustables, pero la impedancia mutua ajustable se obtiene derivando un devanado del transformador con una impedancia ajustable (unidad de impedancia de línea).

Conexiones. Es necesario un esquema mediante el cual las unidades de circuito anteriores puedan conectarse fácilmente entre sí de cualquier forma deseada para formar una red que represente un sistema de energía particular. En la placa que se muestra en la Fig. 5, cada unidad de circuito termina en un par de cables flexibles, cada uno de los cuales lleva un enchufe unipolar. La inserción de estos enchufes en enchufes adyacentes horizontalmente de los paneles de enchufes verticales forma una conexión eléctrica entre ellos. Las "barras" formadas por grupos de enchufes adyacentes se pueden colocar en las mismas posiciones relativas en el panel de jacks que en el esquema de conexión, facilitando así enormemente la comprobación de las conexiones. La fila más baja de conectores se utiliza como barra de tierra o neutro, y los enchufes insertados en esta fila están conectados, aunque no sean adyacentes. Como indicación de polaridad, un cable de cada unidad de circuito es de color verde y el otro de color amarillo.[8] Una lectura positiva del vatímetro denota flujo de energía del cable amarillo al verde; una lectura negativa, del verde al amarillo. Reglas similares son válidas para el signo de la lectura del varímetro y la dirección de la potencia reactiva en *retraso*.

Circuitos de puente se utilizan para formar conexiones de impedancia cero que se pueden medir. Son útiles para representar interruptores de barras, bornes de circuitos π que representan líneas de transmisión, conexiones entre redes de secuencia para representar fallas (ver Capítulo VI), etc.

Instrumentación. El sistema de toma de medidas es una de las características más importantes de un tablero de cálculo de c-a. Debe cumplir los siguientes requisitos:

[8] Los transformadores mutuos tienen dos pares de cables, uno para el devanado primario y el otro para el secundario. Los cables del mismo color tienen la misma polaridad. Los autotransformadores tienen tres cables, uno de los cuales, de color negro, suele estar conectado al bus de tierra. El cable verde se conecta al conector móvil.

1. Debe ser posible insertar los instrumentos en cualquier lugar de la red sin alterar apreciablemente las condiciones de la red. La carga de voltios y amperios de los instrumentos determina la potencia base mínima permitida y, por tanto, fija el tamaño y el peso de toda la placa.

2. Debido a la gran cantidad de lecturas requeridas en la mayoría de los estudios de sistemas de energía, los instrumentos deben tener una respuesta rápida y ser fácilmente legibles para que un operador pueda tomar lecturas todo el día sin fatiga visual.

3. Los instrumentos deben ser adecuados para una variedad de mediciones: valores escalares de voltaje, corriente, potencia activa y potencia reactiva; y valores vectoriales de tensión y corriente tanto en forma rectangular como polar.

Se ha encontrado deseable tener dos conjuntos de instrumentos: (1) los instrumentos patrones, que cumplen con los requisitos enumerados anteriormente, y (2) instrumentos conectados permanentemente a cada fuente de energía. Este segundo conjunto de instrumentos agiliza el ajuste de las fuentes de energía. La carga de estos instrumentos no es tan preocupante como la de los instrumentos patrones.

Los *instrumentos patrones* del tablero que se muestra en la Fig. 5 constan de un voltímetro, un amperímetro y un vatímetro – varímetro. Para que la carga de estos instrumentos en la red sea insignificante a pesar del bajo nivel de potencia utilizado allí, se alimentan de corriente y tensión a través de dos amplificadores de válvulas de vacío [18] con retroalimentación estabilizada. Para una buena legibilidad, cada instrumento tiene una escala translúcida de 8 pulgadas en la que un punto de luz sirve como puntero. La respuesta de estos instrumentos es rápida. Su precisión general, incluido el divisor de voltaje, las derivaciones de corriente y los amplificadores, está dentro del ± 0.5% de la escala completa.

Se proporciona un desfasador para uso con el vatímetro en la medición de corriente y voltaje vectoriales, como se describirá a continuación.

Los siguientes interruptores, ubicados al alcance del operador, se utilizan en asociación con los instrumentos:

Se proporciona una llave interruptora para cada unidad de circuito en el tablero. Cuando se activa cualquiera de estos interruptores, los tres instrumentos se conectan a la unidad de circuito seleccionada e indican simultáneamente.

El selector de tensión determina si el voltaje suministrado al voltímetro y al vatímetro proviene de: (*a*) a través de la unidad de circuito, como para leer las caídas y pérdidas de la línea, (*b*) de un lado de la unidad de circuito al bus de tierra, (*c*) desde el otro lado de la unidad de circuito a tierra, (*d*) desde cualquier lado de la unidad de circuito a un cable que se puede enchufar a cualquier punto deseado de la red, o (*e*) desde el desfasador del instrumento.

El selector de corriente permite seleccionar la corriente de la unidad de circuito, la corriente de tierra total o la corriente del desfasador del instrumento.

El interruptor de inversión se activa para que la lectura del vatímetro sea por encima de la escala. La lectura se registra con el signo + o –, según la posición de este interruptor.

El interruptor vatio-var se utiliza para hacer que el vatímetro-varímetro lea potencia activa o reactiva. Este interruptor también se utiliza para leer corriente y voltaje vectorial.

Un interruptor selector de rango de siete posiciones proporciona las combinaciones más comúnmente utilizadas de rangos de voltaje y corriente: voltaje, 100% y 200% de la base; nominal, 20%, 100%, 500% y 2000%. Dispone de un interruptor auxiliar para seleccionar los rangos de baja tensión menos utilizados: 20% y 40%.

Mediciones vectoriales. Para medir la corriente en forma rectangular, el vatímetro-varímetro se suministra con la corriente a medir y con el 100% de voltaje del desfasador del instrumento, que se establece en el ángulo de referencia deseado (generalmente 0°). Los componentes en fase y en cuadratura de la corriente son iguales a las lecturas de vatios y var, respectivamente. Para leer la corriente en forma polar, se gira el desfasador hasta que la lectura de var sea cero; luego el ángulo se lee en el dial del desfasador. La lectura de vatios es la magnitud actual. Los valores vectoriales de voltaje se leen de la misma manera que las corrientes, excepto que el vatímetro recibe el voltaje a medir y el 100% de corriente del desfasador.

Instrumentos en las unidades generadoras. Además de los instrumentos patrones ubicados en el centro, hay un vatímetro – varímetro y un voltímetro en los bornes de cada fuente de energía. El vatímetro – varímetro tiene rangos de voltaje de 150% y 300% y rangos de corriente de 100% y 400%. Se cambia de un vatímetro a un varímetro sustituyendo la resistencia habitual por un condensador en el circuito de potencial. El voltímetro se puede conectar a cualquier punto de la red donde se espera que el generador regule el voltaje.

Fuente de alimentación. El tablero recibe energía trifásica de 480 cps y 440 voltios desde un conjunto motor – generador controlado remotamente que consta de un motor, un alternador de 3 kVA, un excitador y un equilibrador de fase. El equilibrador de fase se utiliza para obtener tensiones trifásicas equilibradas (necesarias para que la magnitud de la tensión de cada fuente de alimentación sea independiente de su fase) a pesar de la carga esencialmente monofásica.

Entre el generador y las fuentes de energía en el tablero se encuentra un banco de autotransformadores con tomas para tensión normal y para 50% y 25% de tensión normal. Un interruptor selector de tomas en el tablero de instrumentos permite al operador reducir el voltaje de todas las fuentes de energía simultáneamente si esto es necesario para evitar sobrecargar alguno de los circuitos del tablero, por ejemplo, durante el período en que se representa una falla en el sistema de potencia.

Arreglo. El escritorio de instrumentos, en el que está sentado el operador en la Fig. 5, está en el centro, flanqueado a ambos lados por los paneles de tomas y las mesas

que sostienen los cables flexibles. Encima del panel de instrumentos y los paneles de conectores se encuentran las unidades del generador. Las alas en cada extremo del tablero (solo una de las cuales se muestra en la Fig. 5) contienen las unidades de impedancia de línea y carga, capacitores y autotransformadores, cada uno en un cajón extraíble. El tablero está dispuesto de manera que las unidades que requieren el ajuste más frecuente estén más cerca del operador.

Descripción de la calculadora de red C-A de Westinghouse. [19,20] El tablero de cálculo Westinghouse se diferencia del tablero General Electric, que ha sido descrito, principalmente en las siguientes características:

La *frecuencia* es de 440 cps.

La *tensión y corriente nominal* son 100 voltios y 1 amp., respectivamente.

Cada *unidad generadora* consta de dos reguladores de voltaje de inducción trifásicos y un desfasador. Los devanados secundarios trifásicos de los dos reguladores de inducción están en serie y los rotores están acoplados mecánicamente para darles desplazamientos angulares iguales pero opuestos cuando se gira la palanca de voltaje. En consecuencia, los voltajes de salida trifásicos del par de reguladores son constantes en fase a medida que varía la magnitud. (Ver Fig. 6.)[9] La salida de los reguladores va al desfasador. El voltaje de salida del desfasador tiene tres rangos: 0 a 100, 0 a 200 y 0 a 400 voltios.

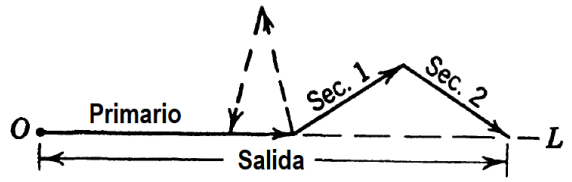


Figura 6
Diagrama vectorial de tensión de una fase de los reguladores de voltaje trifásicos de una unidad generadora de la Calculadora de Red Westinghouse A-C. *O-L* es el lugar geométrico de la tensión de salida.

Para representar la reactancia interna de cada generador existe un *reactor especial* que tiene una resistencia menor que los reactores de línea y de carga.

Cada generador está provisto de un voltímetro, un amperímetro y un vatímetro. Estos instrumentos tienen punteros auxiliares que se pueden preconfigurar manualmente para mostrar las condiciones de funcionamiento deseadas. El voltímetro se puede cambiar para leer el voltaje interno o el voltaje en bornes del generador.

Las *unidades de impedancia* están marcadas en ohmios a 440 cps (igual al porcentaje de impedancia cuando se utilizan 100 ohmios como base); los autotransformadores, en porcentaje; y los condensadores, en microfaradios. En la Tabla 3 se proporciona información adicional sobre los diversos elementos del circuito.

[9] Los primeros modelos tenían sólo un regulador de voltaje trifásico delante del desfasador. En consecuencia, el ajuste de voltaje también cambió la fase, requiriendo un movimiento de compensación del desfasador.

Cada *unidad de carga* está equipada con un autotransformador con tomas, llamado *ajustador de carga*, mediante el cual se puede ajustar simultáneamente la potencia activa y reactiva de cada carga sin cambiar el factor de potencia de la carga. Por lo general, los ajustes de la resistencia de carga y del reactor se calculan para un voltaje de barra estimado (digamos, 100%). Si el voltaje de carga real difiere del valor estimado, la unidad de carga no consume el valor correcto de potencia, porque la potencia en una impedancia constante varía con el cuadrado del voltaje. Sin embargo, mediante el autotransformador, el voltaje en la resistencia y el reactor se puede ajustar al 100% aunque el voltaje del bus tenga otro valor. Simplemente es necesario configurar la toma del autotransformador para que corresponda al voltaje del bus medido. Las tomas están en pasos del 1%. La función de los ajustadores de carga en el tablero es análoga a la de los reguladores de voltaje del alimentador en un sistema de energía real.

Los *instrumentos patrones* incluyen un juego para medir valores escalares y un juego para medir valores vectoriales. Los instrumentos escalares constan de un voltímetro, un amperímetro y un vatímetro-varímetro. Se alimentan de tensión y corriente a través de dos amplificadores de válvulas de vacío con retroalimentación negativa. Los rangos de voltaje son 125 y 250 voltios; los rangos de corriente son 0.06, 0.2, 0.6, 2, y 6 amp.

Los *instrumentos vectoriales* son un amperímetro (rango de 1 y 3 amp.) y un voltímetro (rango de 50 y 500 voltios). Cada uno es un instrumento dinamométrico de dos bobinas, una de las cuales está insertada en la red y la otra, que consume la mayor parte de la energía para accionar el instrumento, se alimenta de una o de la otra fase del devanado secundario de dos fases de un instrumento desfasador. Para leer corriente o voltaje en forma polar, las bobinas de campo se conectan con el devanado "en fase", el desfasador se gira hasta que el instrumento indica cero, y el ángulo se lee en el dial del desfasador; las bobinas de campo luego se conectan al devanado de "cuadratura", y la magnitud de la corriente en el amperímetro, o el voltaje en el voltímetro[10].

Los instrumentos patrones se conectan al elemento del circuito deseado mediante un *selector* formado por un grupo compacto de veinticinco pulsadores. Cuando el operador presiona un botón en cada una de las tres columnas, se activan los relés que conectan la unidad del circuito seleccionado al bus de medición.

Los instrumentos, el selector de circuitos y los controles del grupo motor – generador están montados sobre un escritorio separado del resto del tablero.

Procedimiento de uso del tablero de cálculo. Una vez reunidos los datos del sistema de potencia a estudiar (ver lista de verificación en la página 62 de este capítulo), se deben seguir los siguientes pasos:

[10] Los primeros modelos de la Calculadora sólo tenían instrumentos vectoriales. La potencia activa y reactiva se encontró multiplicando la magnitud de la tensión por los componentes en fase y en cuadratura de la corriente.

Tabla 3

ELEMENTOS DE CIRCUITO DEL ANALIZADOR DE REDES DE C-A DE WESTINGHOUSE

Instalado en el Este de Pittsburgh en 1942 *

Elemento	Número †	Rango	Tamaño de Paso	Tolerancia	Valor Máximo Seguro
Generadores	18				
Tensión		0-400 voltios	Suave	Tensión de regulación debajo del 2%	400 voltios, 3 amp.
Fase		Ilimitado	Suave		
Reactores de Gen. (bajo *R/X*)	18	0-400 ohms	(0-99) 0.2 ohm (99-400) 1 ohm	± 1.1/2% del ajuste	3.0 amp. o 220 voltios
Impedancia de línea	152				220 voltios
Resistencia		0-399 ohms	(0-100) 0.2 ohm (100-396) 1 ohm	± 1.1/2% del ajuste	(0-9.8 ohms) 3.0 amp (10-99.8 ohms) 2.3 amp. (100-399 ohms) 1.2 amp.
Reactancia		0-300 ohms	Suave	± 1.1/2% del ajuste	3.0 amp. o 220 voltios
Impedancias de carga	48				220 voltios
Resistencia		0-3,990 ohms	(0-1,000) 2 ohm (1,000-3,990) 10 ohm	± 1.1/2% del ajuste	(0-8 ohms) 3.0 amp. 10-98 ohms) 2.3 amp. (100-298 ohms) 1.2 amp. (300-998 ohms) 0.48 amp. (1,000-3,990 ohms) 0.23
Reactancia		0-2,400 ohms	Suave ‡		3.0 amp. o 220 voltios
Capacitores	48	0-4.10 µf	0.01 µf		220 voltios
Autotransformadores	36	80-124.5%	0.50%		220 voltios, 3.0 amp.
Reactores mutuos	36				3.0 amp.

* Reemplazo de calculadora construida en 1929. Tiene dos escritorios para instrumentos.

† La cantidad de elementos del circuito varía en diferentes calculadoras construidas por el mismo fabricante.

‡ Los valores de reactancia se obtienen mediante una combinación de reactores con entrehierro fijo en serie con un reactor con entrehierro variable.

1. Elija una base o escala adecuada para representar el sistema de potencia en el tablero de cálculo.
2. Convierta los datos a esta base o escala.
3. Asigne las unidades del tablero a los distintos circuitos.
4. Conecte las unidades del tablero.
5. Configure las resistencias, reactores y condensadores.
6. Ajustar las condiciones de funcionamiento.
7. Tome lecturas
8. Convierta las lecturas a valores del sistema

Algunos de estos pasos merecen mayor discusión.

Elección de base. La escala de voltaje normalmente es tal que el voltaje nominal del sistema de energía está representado por el voltaje nominal del tablero de cálculo. La escala de corriente debe ser casi tan grande como sea posible sin someter a ninguna de las unidades del tablero a sobrecorriente (vea las corrientes máximas seguras en las Tablas 2 y 3). Si la escala de corriente es demasiado pequeña, la corriente y la potencia no se pueden leer con precisión en circuitos con carga ligera. Se puede obtener una escala satisfactoria expresando las cantidades del sistema en una base de mega voltios-amperios de acuerdo con la siguiente tabla: [20]

Mega voltios-amperios máximos en cualquier circuito o generador	Base de Mega voltios-amperios a ser usados para cantidades del sistema
0 a 30	10
30 a 60	20
60 a 120	40
120 a 300	100
300 a 600	200
600 a mas	400

Las cantidades del sistema expresadas en porcentaje sobre la base de mega voltios-amperios seleccionada son iguales a las cantidades correspondientes del tablero de cálculo en porcentaje del cuadro base. La selección de la base no es crítica debido a la amplia gama de impedancias y escalas de instrumentos en el tablero. Para verificar la idoneidad de la base seleccionada, la impedancia de línea más baja y la impedancia de carga más alta (carga más liviana) se pueden comparar con el rango de impedancias del tablero disponibles, y las corrientes de los circuitos más cargados se deben comparar con la corriente que transporta capacidades de las unidades asignadas. Si es necesario, se pueden conectar dos o más generadores o unidades de impedancia de carga o de línea en paralelo para transportar corrientes más grandes, o se pueden conectar dos unidades de impedancia de carga en serie para representar cargas muy pequeñas. Si hay algunas cargas inusualmente pesadas, es mejor representarlas mediante dos o más unidades de carga en paralelo que utilizar una escala de impedancia más alta. Las cargas inferiores al 2% de la base de mega voltios-amperios elegida deben combinarse con otras cargas o ignorarse, porque su influencia en el problema es insignificante.

Si, durante un estudio de estabilidad transitoria, algunos circuitos se sobrecargan parte del tiempo, por ejemplo, mientras hay una falla en el sistema, el voltaje base del tablero puede reducirse temporalmente, dejando las impedancias como estaban.

La *conversión de los datos a la base elegida* ha sido comentada. La resistencia de cada reactor (tomada como el 4% del ajuste de reactancia en el tablero Westinghouse, o el 5% en el tablero General Electric) debe restarse de la resistencia deseada para obtener el ajuste adecuado de la resistencia en serie.

Se debe preparar un *diagrama de circuito* en el que se ingresan las impedancias que se utilizarán y las unidades de circuito asignadas en el tablero de cálculo. A cada circuito se le debe asignar una dirección positiva, que se indica en el diagrama mediante una flecha que apunta hacia; o un punto en, el extremo "positivo" de cada circuito, o está cubierto por una regla general de que el extremo superior o izquierdo de cada circuito es positivo. Los extremos negativos de las ramas en derivación (generadores, capacitancias de línea, cargas y autotransformadores) están conectados a la barra de tierra o neutro.

Las *conexiones* se realizan prestando atención a la polaridad adecuada colocando los enchufes que se conectarán entre sí en tomas adyacentes. En el tablero Westinghouse, el extremo positivo de cada elemento del circuito tiene un cable rojo y el extremo negativo, un cable negro; en el tablero de General Electric el cable amarillo es positivo y el verde, negativo.

Configurar impedancias y capacitancias a los valores que se muestran en el diagrama del circuito es una operación sencilla. Al mismo tiempo se deben comprobar las posiciones de los interruptores serie-paralelo y similares.

Verificar todos los pasos anteriores por otra persona es recomendable porque se puede perder mucho tiempo con errores que no se descubren hasta después de haber realizado muchas lecturas.

Ajuste de las condiciones iniciales de funcionamiento. Los generadores, cargas, autotransformadores y condensadores síncronos deben ajustarse para representar la condición deseada del sistema de energía antes de que ocurra una falla.

Primero, todos los generadores deben configurarse en el mismo ángulo de fase y con voltaje cero. Luego se puede conectar la energía y los voltajes del generador pueden elevarse gradualmente hasta su valor normal, mientras se vigilan las corrientes del generador para detectar valores anormales causados por errores en la configuración de la red. Luego, las cargas y los voltajes en bornes de los generadores se ajustan aproximadamente a los valores deseados mediante los controles de fase y voltaje.

Las tensiones de barra en otros puntos se ajustan según se desee mediante autotransformadores o mediante condensadores o unidades generadoras que representan condensadores síncronos. Si se utiliza una unidad generadora, su potencia debe ajustarse a cero.

Se supone que las impedancias de carga se configuraron inicialmente para extraer la potencia activa y reactiva requerida a un voltaje estimado. Las cargas importantes ahora se reajustan al voltaje de carga real. Si se dispone de ajustadores de carga, se utilizan para este fin; de lo contrario, es necesario reajustar la resistencia y el reactor (o condensador) con la ayuda del vatímetro-varímetro patrón.

A las unidades generadoras, condensadores y otros elementos se les debe dar ahora un ajuste final y preciso, que se verifica con los instrumentos patrones.

Limitaciones del sistema. A veces no se pueden obtener las condiciones de funcionamiento deseadas en el tablero. A menos que se haya cometido un error al conectar o configurar las unidades de la placa, dicha falla indica que la condición deseada es imposible en el sistema de potencia real. Después de ajustar las condiciones de operación, se debe determinar si todos los voltajes del bus están dentro de los límites adecuados y si algún equipo está sobrecargado ya sea en el tablero o en el sistema de energía que representa. Si alguna de las condiciones no es satisfactoria, se debe considerar cambiar las condiciones de operación o la propia red, por ejemplo, agregando nuevas líneas, transformadores, generadores, condensadores, reactores o transformadores desfasadores.

Lecturas. Se recomienda un conjunto completo de lecturas desde el principio para comprobar la red. Generalmente se leen y registran el voltaje y el ángulo de fase de cada bus y la potencia activa y reactiva en cada extremo de cada circuito. Las lecturas se multiplican por factores adecuados para convertirlas en valores del sistema que luego se marcan en un diagrama de circuito unifilar. Se pueden realizar las siguientes comprobaciones: La suma algebraica de la potencia activa de todos los circuitos en el mismo bus debe ser cero; asimismo la suma algebraica de la potencia reactiva. Se puede tomar la diferencia de potencia en los dos extremos de una línea para ver si la pérdida I^2R es razonable; se puede realizar una prueba similar para potencia reactiva e I^2X. Quizás la verificación más valiosa, sin embargo, sea que una persona familiarizada con el sistema de potencia que se está estudiando vea si todos los resultados parecen razonables.

Durante el progreso de un estudio de estabilidad transitoria, las únicas lecturas necesarias son las salidas de energía de los generadores. A veces, sin embargo, se toman lecturas adicionales, por ejemplo, para investigar el funcionamiento de los relés de protección.

Cambios de conexiones. La alimentación de la placa debe apagarse antes de cambiar cualquier conexión. Después de cualquier cambio importante de condiciones, como la adición o eliminación de un cortocircuito, se debe verificar y reajustar si es necesario la fase y magnitud de los voltajes internos de los generadores.

Falla cerca del generador. Cuando se coloca un cortocircuito en o cerca de los bornes de un generador, la corriente de ese generador es alta y el factor de potencia es bajo. Estas condiciones no favorecen una buena precisión del vatímetro. Además, es posible que la resistencia de los reactores que representan el generador y otros circuitos de baja resistencia entre el generador y la falla no representen realmente esas

resistencias. Bajo estas condiciones es preferible, en lugar de leer el vatímetro, calcular la potencia del generador como I^2R usando la corriente medida y los mejores datos obtenibles sobre la resistencia. Se llegan a conclusiones conservadoras con respecto a la estabilidad suponiendo que esta resistencia es cero.

Solución algebraica de redes: ecuaciones potencia – ángulo. Por muy útil que sea el tablero de cálculo para estudios de estabilidad, es deseable saber cómo resolver redes algebraicamente. Para un sistema de dos máquinas, las soluciones algebraicas suelen ser tan simples que no se gana nada utilizando un tablero de cálculo, y para sistemas de tres o cuatro máquinas, las soluciones algebraicas siguen siendo factibles y se puede recurrir a ellas cuando no se dispone de un tablero.

La Figura 7 es una representación esquemática de una red general de *n*-máquinas tal como se presenta en la mayoría de los problemas de redes de sistemas de potencia. El rectángulo representa una red lineal pasiva (impedancia) de cualquier forma, a la que se aplican *n* voltajes externos, que representan los voltajes internos de las máquinas síncronas. Un lado de cada fuente de voltaje está conectado a un borne común o neutro (*O*); los otros lados están conectados a varios puntos de la red, numerados del 1 al n. Los voltajes $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$, ...$\mathbf{E}_n$ comúnmente representan voltajes detrás de reactancias transitorias, en cuyo caso las reactancias transitorias deben considerarse como partes de la red dentro del rectángulo. Llamemos a las corrientes que fluyen hacia la red en los bornes 1, 2, 3, ...*n*; $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$, $\mathbf{I}_3$, ...$\mathbf{I}_n$.

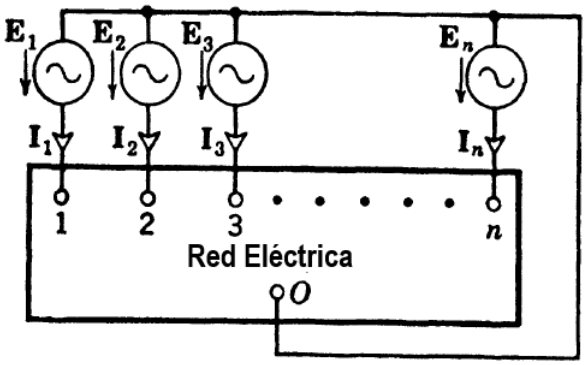


Figura 7
Una red eléctrica de potencia representada por una red lineal pasiva que tiene fem's externas conectadas a ella.

El *vector potencia* ($P + jQ$) suministrado a la red por cualquier máquina se puede encontrar multiplicando el conjugado del voltaje vectorial por la corriente vectorial[11]. En símbolos,

$$P_1 + jQ_1 = \bar{\mathbf{E}}_1\mathbf{I}_1 \qquad (9a)$$

$$P_2 + jQ_2 = \bar{\mathbf{E}}_2\mathbf{I}_2 \qquad (9b)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$P_n + jQ_n = \bar{\mathbf{E}}_n\mathbf{I}_n \qquad (9c)$$

[11] Entonces la potencia reactiva capacitiva (corriente adelantada) es positiva y la potencia reactiva inductiva (corriente retrasada) es negativa, de acuerdo con la convención de la A.S.A. Sin embargo, la convención opuesta se utiliza ampliamente en los estudios de sistemas de potencia y probablemente será adoptada por la A.S.A. En este caso, el conjugado de la corriente vectorial debe multiplicarse por la tensión vectorial.

donde la barra sobre las **E**'s denota sus conjugados. Además, dado que se ha supuesto que la red es lineal, las corrientes suministradas por las distintas máquinas pueden escribirse como funciones lineales de los voltajes aplicados, así:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{Y}_{11}\mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_{12}\mathbf{E}_2 + \ldots + \mathbf{Y}_{1n}\mathbf{E}_n = \sum_{k=1}^{n} \mathbf{Y}_{1k}\mathbf{E}_k \qquad (10a)$$

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{Y}_{21}\mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_{22}\mathbf{E}_2 + \ldots + \mathbf{Y}_{2n}\mathbf{E}_n = \sum_{k=1}^{n} \mathbf{Y}_{2k}\mathbf{E}_k \qquad (10b)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\mathbf{I}_n = \mathbf{Y}_{n1}\mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_{n2}\mathbf{E}_2 + \ldots + \mathbf{Y}_{nn}\mathbf{E}_n = \sum_{k=1}^{n} \mathbf{Y}_{nk}\mathbf{E}_k \qquad (10c)$$

Las **Y**'s son números complejos conocidos como admitancias terminales propias y mutuas de la red, o como admitancias de punto de conducción y de transferencia. Si los dos subíndices son iguales, **Y** es una admitancia propia o de punto de conducción; en caso contrario, admitancia mutua o de transferencia. El significado de estas admitancias se revela al considerar lo que sucede con la ecs. 10 si todos los voltajes aplicados excepto uno, se igualan a cero. Al dejar que todos los voltajes excepto $\mathbf{E}_1$ se vuelvan cero, obtenemos:

Las **Y**'s son números complejos conocidos como admitancias terminales propias y mutuas de la red, o como admitancias de punto de conducción y de transferencia. Si los dos subíndices son iguales, **Y** es una admitancia propia o de punto de conducción; en caso contrario, admitancia mutua o de transferencia. El significado de estas admitancias se revela al considerar lo que sucede con la ecs. 10 si todos los voltajes aplicados excepto uno, se igualan a cero. Al dejar que todos los voltajes excepto $\mathbf{E}_1$ se vuelvan cero, obtenemos:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{Y}_{11}\mathbf{E}_1, \qquad \mathbf{I}_2 = \mathbf{Y}_{21}\mathbf{E}_1, \quad \ldots \quad \mathbf{I}_n = \mathbf{Y}_{n1}\mathbf{E}_1 \qquad (11)$$

permitiéndonos definir las **Y**'s de la siguiente manera: $\mathbf{Y}_{11}$ es la relación $\mathbf{I}_1/\mathbf{E}_1$ cuando todos los voltajes excepto $\mathbf{E}_1$ son cero; $\mathbf{Y}_{21}$ es la relación $\mathbf{I}_2/\mathbf{E}_1$ cuando todos los voltajes excepto $\mathbf{E}_1$ son cero; etcétera. Al dejar que todos los voltajes excepto E2 se vuelvan cero, podemos definir de manera similar $\mathbf{Y}_{12}$, $\mathbf{Y}_{22}$, ... $\mathbf{Y}_{n2}$. Estas definiciones señalan cómo se pueden determinar las admitancias mediante medición. Veremos cómo se pueden determinar mediante cálculo. Sin embargo, antes de hacerlo, volvamos a la ecuación 9, dando la potencia vectorial de salida de cada fuente de voltaje, y sustituyamos en ella las ecs. 10. Obtenemos

$$\begin{aligned} P_1 + jQ_1 &= \bar{\mathbf{E}}_1\mathbf{Y}_{11}\mathbf{E}_1 + \bar{\mathbf{E}}_1\mathbf{Y}_{12}\mathbf{E}_2 + \ldots + \bar{\mathbf{E}}_1\mathbf{Y}_{1n}\mathbf{E}_n \\ &= \bar{\mathbf{E}}_1 \sum_{k=1}^{n} \mathbf{Y}_{1k}\mathbf{E}_k \end{aligned} \qquad (12a)$$

$$\begin{aligned} P_2 + jQ_2 &= \bar{\mathbf{E}}_2\mathbf{Y}_{21}\mathbf{E}_1 + \bar{\mathbf{E}}_2\mathbf{Y}_{22}\mathbf{E}_2 + \ldots + \bar{\mathbf{E}}_2\mathbf{Y}_{2n}\mathbf{E}_n \\ &= \bar{\mathbf{E}}_2 \sum_{k=1}^{n} \mathbf{Y}_{2k}\mathbf{E}_k \end{aligned} \qquad (12b)$$

y así sucesivamente. Estas son ecuaciones vectoriales. Para cálculos de estabilidad es preferible tener ecuaciones escalares que incluyan los ángulos de desplazamiento de la máquina δ. Por lo tanto, sustituyamos en la ecs. 12 lo siguiente:

$$\mathbf{E}_1 = E_1\underline{\lfloor \delta_1}, \qquad \mathbf{E}_2 = E_2\underline{\lfloor \delta_2}, \quad \ldots \quad \mathbf{E}_n = E_n\underline{\lfloor \delta_n} \tag{13}$$

o, para los conjugados:

$$\bar{\mathbf{E}}_1 = E_1\underline{\lfloor -\delta_1}, \quad \bar{\mathbf{E}}_2 = E_2\underline{\lfloor -\delta_2}, \quad \ldots \quad \bar{\mathbf{E}}_n = E_n\underline{\lfloor -\delta_n} \tag{14}$$

También tenemos,

$$\mathbf{Y}_{11} = Y_{11}\underline{\lfloor \theta_{11}}, \quad \mathbf{Y}_{12} = Y_{12}\underline{\lfloor \theta_{12}}, \quad \mathbf{Y}_{21} = Y_{21}\underline{\lfloor \theta_{21}}, \quad \mathbf{Y}_{22} = Y_{22}\underline{\lfloor \theta_{22}} \tag{15}$$

y así sucesivamente. Las ecuaciones 12 se convierten,

$$\begin{aligned} P_1 + jQ_1 &= E_1^2 Y_{11}\underline{\lfloor \theta_{11}} + E_1E_2Y_{12}\underline{\lfloor \theta_{12} - \delta_1 + \delta_2} + \ldots + E_1E_nY_{1n}\underline{\lfloor \theta_{1n} - \delta_1 + \delta_n} \\ &= \sum_{k=1}^{n} E_1E_kY_{1k}\underline{\lfloor \theta_{1k} - \delta_1 + \delta_k} \end{aligned} \tag{16a}$$

$$\begin{aligned} P_2 + jQ_2 &= E_2E_1Y_{21}\underline{\lfloor \theta_{21} - \delta_2 + \delta_1} + E_2^2 Y_{22}\underline{\lfloor \theta_{22}} + \ldots + E_2E_nY_{2n}\underline{\lfloor \theta_{2n} - \delta_2 + \delta_n} \\ &= \sum_{k=1}^{n} E_2E_kY_{2k}\underline{\lfloor \theta_{2k} - \delta_2 + \delta_k} \end{aligned} \tag{16b}$$

y así sucesivamente. Usando la relación (la cual define la notación),

$$\underline{\lfloor \phi} = \cos\phi + j\,\mathrm{sen}\,\phi$$

y tomando la parte real de cada lado de las ecuaciones, obtenemos

$$\begin{aligned} P_1 &= E_1^2 Y_{11}\cos\theta_{11} + E_1E_2Y_{12}\cos(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2) + \ldots + E_1E_nY_{1n}\cos(\theta_{1n} - \delta_1 + \delta_n) \\ &= \sum_{k=1}^{n} E_1E_kY_{1k}\cos(\theta_{1k} - \delta_1 + \delta_k) \end{aligned} \tag{17a}$$

$$\begin{aligned} P_2 &= E_2E_1Y_{21}\cos(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1) + E_2^2 Y_{22}\cos\theta_{22} + \ldots + E_2E_nY_{2n}\cos(\theta_{2n} - \delta_2 + \delta_n) \\ &= \sum_{k=1}^{n} E_2E_kY_{2k}\cos(\theta_{2k} - \delta_2 + \delta_k) \end{aligned} \tag{17b}$$

y así sucesivamente. Debido a que estas ecuaciones dan la potencia eléctrica de salida de cada máquina (entrada de potencia a la red) como funciones de las posiciones angulares de todas las máquinas, pueden denominarse ecuaciones de ángulos de potencia. Dado que este capítulo trata principalmente de redes, se ha utilizado el símbolo P para energía eléctrica en lugar de P_u, que se utilizó en el Capítulo II con el mismo significado.

Solución algebraica de redes: determinación de admitancias de bornes. Las ecuaciones 17 son suficientes para encontrar la potencia de salida de todas las

máquinas cuando se conocen la magnitud del voltaje y la fase (desplazamiento angular) de todas las máquinas. Sin embargo, para obtener tales ecuaciones debemos saber cómo obtener cada $\mathbf{Y} = Y\underline{\lfloor\theta}$ para la red dada.

Una clave sobre un método para hacer esto se encuentra considerando una red lineal pasiva de *n* bornes que no tiene nodos (uniones) excepto los bornes. Una red de este tipo tiene, en general, un elemento de impedancia conectado entre cada par de bornes (incluido el neutro), como se muestra en la Fig. 8 para una red de cuatro bornes, incluido el neutro (un sistema de tres máquinas). En esta red hay seis elementos de impedancia. Para una red de *m* bornes (o $n = m - 1$ máquinas [12]) existen, en general, $m(m-1)/2 = (n+1)n/2$ elementos. Si alguno de estos elementos falta, se puede considerar que está presente como elementos de admitancia propia cero (es decir, impedancia infinita o circuito abierto). Si dos o más elementos están en paralelo, podrán ser reemplazados por un elemento único equivalente que tenga una admitancia igual a la suma de las admitancias de varios elementos paralelos. Desde este punto de vista, cualquier red puede convertirse en una red que tenga uno y sólo un elemento conectado entre cada par de nodos y que tenga $m(m-1)/2$ elementos. Esta forma de red se llama *circuito en malla*.

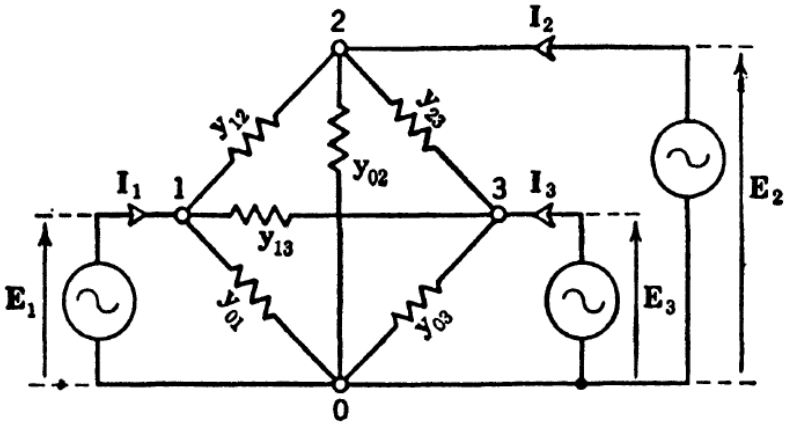


Figura 8
Una red pasiva de cuatro bornes que tiene uno y sólo un elemento conectado entre cada par de bornes.

Las corrientes de la máquina en la red de la Fig. 8 se pueden escribir como funciones lineales de los voltajes de la máquina y las admitancias propias de los elementos (y minúsculas), observando que cada corriente de máquina o de borne es la suma de varias corrientes de elementos, cada uno de los cuales puede escribirse como el producto de la admitancia del elemento y el voltaje a través del elemento. De este modo,

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{y}_{12}(\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) + \mathbf{y}_{13}(\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_3) + \mathbf{y}_{01}\mathbf{E}_1 \qquad (18a)$$

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{y}_{12}(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) + \mathbf{y}_{23}(\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_3) + \mathbf{y}_{02}\mathbf{E}_2 \qquad (18b)$$

[12] Si no hay cargas u otras ramas de derivación en la red, entonces $m = n$.

$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{y}_{13}\left(\mathbf{E}_3 - \mathbf{E}_1\right) + \mathbf{y}_{23}\left(\mathbf{E}_3 - \mathbf{E}_2\right) + \mathbf{y}_{03}\mathbf{E}_3 \qquad (18c)$$

Reagrupando los términos por las **E**'s,

$$\mathbf{I}_1 = \left(\mathbf{y}_{01} + \mathbf{y}_{12} + \mathbf{y}_{13}\right)\mathbf{E}_1 + \left(-\mathbf{y}_{12}\right)\mathbf{E}_2 + \left(-\mathbf{y}_{13}\right)\mathbf{E}_3 \qquad (19a)$$

$$\mathbf{I}_2 = \left(-\mathbf{y}_{12}\right)\mathbf{E}_1 + \left(\mathbf{y}_{02} + \mathbf{y}_{12} + \mathbf{y}_{23}\right)\mathbf{E}_2 + \left(-\mathbf{y}_{23}\right)\mathbf{E}_3 \qquad (19b)$$

$$\mathbf{I}_3 = \left(-\mathbf{y}_{13}\right)\mathbf{E}_1 + \left(-\mathbf{y}_{23}\right)\mathbf{E}_2 + \left(\mathbf{y}_{03} + \mathbf{y}_{13} + \mathbf{y}_{23}\right)\mathbf{E}_3 \qquad (19c)$$

Comparando éstas con las ecuaciones de tipo (ecs. 10, reescritas para $n = 3$ como ecs. 20, lo que sigue)

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{Y}_{11}\mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_{12}\mathbf{E}_2 + \mathbf{Y}_{13}\mathbf{E}_3 \qquad (20a)$$

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{Y}_{21}\mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_{22}\mathbf{E}_2 + \mathbf{Y}_{23}\mathbf{E}_3 \qquad (20b)$$

$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{Y}_{13}\mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_{32}\mathbf{E}_2 + \mathbf{Y}_{33}\mathbf{E}_3 \qquad (20c)$$

las admitancias de bornes determinan como

Admitancias propias

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_{11} = \mathbf{y}_{01} + \mathbf{y}_{12} + \mathbf{y}_{13} & (21a) \\ \mathbf{Y}_{22} = \mathbf{y}_{02} + \mathbf{y}_{12} + \mathbf{y}_{23} & (21b) \\ \mathbf{Y}_{33} = \mathbf{y}_{03} + \mathbf{y}_{13} + \mathbf{y}_{23} & (21c) \end{cases}$$

Admitancias mutuas

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_{12} = \mathbf{Y}_{21} = -\mathbf{y}_{12} & (22a) \\ \mathbf{Y}_{13} = \mathbf{Y}_{31} = -\mathbf{y}_{13} & (22b) \\ \mathbf{Y}_{23} = \mathbf{Y}_{32} = -\mathbf{y}_{23} & (22c) \end{cases}$$

Es decir, la admitancia propia de cada nodo es la suma de las admitancias de todos los elementos conectados a ese borne. La admitancia mutua de cada borne (entre dos bornes dados) es el negativo de la admitancia del elemento conectado entre los bornes dados.

Solución algebraica de redes: reducción de redes. Ahora tenemos las admitancias de bornes propias y mutuas en términos de las admitancias propias de elementos de una red que no tiene nodos excepto los bornes. En general, la red tendrá otros nodos. Estos nodos adicionales, sin embargo, pueden eliminarse mediante un proceso conocido como *reducción de red*. Para establecer el proceso, supongamos que los nodos adicionales se consideran inicialmente como bornes adicionales. Supongamos, por ejemplo, que la red tiene cinco nodos, de los cuales uno se va a eliminar. Las ecuaciones de voltios-amperios de bornes para cinco bornes (neutro y otros cuatro) son:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{Y}_{11}\mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_{12}\mathbf{E}_2 + \mathbf{Y}_{13}\mathbf{E}_3 + \mathbf{Y}_{14}\mathbf{E}_4 \qquad (23a)$$

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{Y}_{21}\mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_{22}\mathbf{E}_2 + \mathbf{Y}_{23}\mathbf{E}_3 + \mathbf{Y}_{24}\mathbf{E}_4 \qquad (23b)$$

$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{Y}_{31}\mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_{32}\mathbf{E}_2 + \mathbf{Y}_{33}\mathbf{E}_3 + \mathbf{Y}_{34}\mathbf{E}_4 \qquad (23c)$$

$$\mathbf{I}_4 = \mathbf{Y}_{41}\mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_{42}\mathbf{E}_2 + \mathbf{Y}_{43}\mathbf{E}_3 + \mathbf{Y}_{44}\mathbf{E}_4 \qquad (23d)$$

Ahora supongamos que se va a eliminar el nodo 4. Sólo se puede eliminar si no tiene conexiones externas; es decir, si, cuando se considera como borne, está en circuito abierto. Por tanto

$$\mathbf{I}_4 = 0 = \mathbf{Y}_{41}\mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_{42}\mathbf{E}_2 + \mathbf{Y}_{43}\mathbf{E}_3 + \mathbf{Y}_{44}\mathbf{E}_4 \tag{24}$$

Resolviendo para $\mathbf{E}_4$ y sustituyendo la expresión en lugar de $\mathbf{E}_4$ en las ecs. 23 se obtiene

$$\mathbf{E}_4 = -\frac{\mathbf{Y}_{41}\mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_{42}\mathbf{E}_2 + \mathbf{Y}_{43}\mathbf{E}_3}{\mathbf{Y}_{44}} \tag{25}$$

$$\mathbf{I}_1 = \left(\mathbf{Y}_{11} - \frac{\mathbf{Y}_{14}\mathbf{Y}_{41}}{\mathbf{Y}_{44}}\right)\mathbf{E}_1 + \left(\mathbf{Y}_{12} - \frac{\mathbf{Y}_{14}\mathbf{Y}_{42}}{\mathbf{Y}_{44}}\right)\mathbf{E}_2 + \left(\mathbf{Y}_{13} - \frac{\mathbf{Y}_{14}\mathbf{Y}_{43}}{\mathbf{Y}_{44}}\right)\mathbf{E}_3 \tag{26a}$$

$$\mathbf{I}_2 = \left(\mathbf{Y}_{21} - \frac{\mathbf{Y}_{24}\mathbf{Y}_{41}}{\mathbf{Y}_{44}}\right)\mathbf{E}_1 + \left(\mathbf{Y}_{22} - \frac{\mathbf{Y}_{24}\mathbf{Y}_{42}}{\mathbf{Y}_{44}}\right)\mathbf{E}_2 + \left(\mathbf{Y}_{23} - \frac{\mathbf{Y}_{24}\mathbf{Y}_{43}}{\mathbf{Y}_{44}}\right)\mathbf{E}_3 \tag{26b}$$

$$\mathbf{I}_3 = \left(\mathbf{Y}_{31} - \frac{\mathbf{Y}_{34}\mathbf{Y}_{41}}{\mathbf{Y}_{44}}\right)\mathbf{E}_1 + \left(\mathbf{Y}_{32} - \frac{\mathbf{Y}_{34}\mathbf{Y}_{42}}{\mathbf{Y}_{44}}\right)\mathbf{E}_2 + \left(\mathbf{Y}_{33} - \frac{\mathbf{Y}_{34}\mathbf{Y}_{43}}{\mathbf{Y}_{44}}\right)\mathbf{E}_3 \tag{26c}$$

La cual puede ser escrita en forma normal

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{Y}_{11}'\mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_{12}'\mathbf{E}_2 + \mathbf{Y}_{13}'\mathbf{E}_3 \tag{27a}$$

$$\mathbf{I}_2 = \mathbf{Y}_{21}'\mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_{22}'\mathbf{E}_2 + \mathbf{Y}_{23}'\mathbf{E}_3 \tag{27b}$$

$$\mathbf{I}_3 = \mathbf{Y}_{31}'\mathbf{E}_1 + \mathbf{Y}_{32}'\mathbf{E}_2 + \mathbf{Y}_{33}'\mathbf{E}_3 \tag{27c}$$

en la que las **Y**'s son las nuevas admitancias de borne. Estas admitancias de borne se relacionan con las anteriores por

$$\mathbf{Y}_{11}' = \mathbf{Y}_{11} - \frac{\mathbf{Y}_{14}\mathbf{Y}_{41}}{\mathbf{Y}_{44}} \tag{28}$$

$$\mathbf{Y}_{12}' = \mathbf{Y}_{12} - \frac{\mathbf{Y}_{14}\mathbf{Y}_{42}}{\mathbf{Y}_{44}} \tag{29}$$

$$\mathbf{Y}_{13}' = \mathbf{Y}_{13} - \frac{\mathbf{Y}_{14}\mathbf{Y}_{43}}{\mathbf{Y}_{44}} \tag{30}$$

$$\mathbf{Y}_{22}' = \mathbf{Y}_{22} - \frac{\mathbf{Y}_{24}\mathbf{Y}_{42}}{\mathbf{Y}_{44}} \tag{31}$$

$$\mathbf{Y}_{23}' = \mathbf{Y}_{23} - \frac{\mathbf{Y}_{24}\mathbf{Y}_{43}}{\mathbf{Y}_{44}} \tag{32}$$

$$\mathbf{Y}_{33}' = \mathbf{Y}_{33} - \frac{\mathbf{Y}_{34}\mathbf{Y}_{43}}{\mathbf{Y}_{44}} \tag{33}$$

o, en general, por

$$\mathbf{Y}_{jk}' = \mathbf{Y}_{jk} - \frac{\mathbf{Y}_{j4}\mathbf{Y}_{4k}}{\mathbf{Y}_{44}} \tag{34}$$

Donde, $j = 1, 2, 3$; $k = 1, 2, 3$.

Ahora encontremos las relaciones entre los elementos de las redes anteriores y nuevas. Supongamos que tanto las redes anteriores como las nuevas son del tipo estándar y tienen un solo elemento entre cada par de bornes. Utilice relaciones como las de las ecs. 21 y 22, a saber:

$$\mathbf{Y}_{11} = \mathbf{y}_{01} + \mathbf{y}_{12} + \mathbf{y}_{13} + \mathbf{y}_{14} \tag{35a}$$
$$\mathbf{Y}_{22} = \mathbf{y}_{02} + \mathbf{y}_{12} + \mathbf{y}_{23} + \mathbf{y}_{24} \tag{35b}$$
$$\mathbf{Y}_{33} = \mathbf{y}_{03} + \mathbf{y}_{13} + \mathbf{y}_{23} + \mathbf{y}_{34} \tag{35c}$$
$$\mathbf{Y}_{44} = \mathbf{y}_{04} + \mathbf{y}_{14} + \mathbf{y}_{24} + \mathbf{y}_{34} \tag{35d}$$
$$\mathbf{Y}_{12} = \mathbf{Y}_{21} = -\mathbf{y}_{12} \tag{36a}$$
$$\mathbf{Y}_{13} = \mathbf{Y}_{31} = -\mathbf{y}_{13} \tag{36b}$$
$$\mathbf{Y}_{14} = \mathbf{Y}_{41} = -\mathbf{y}_{14} \tag{36c}$$
$$\mathbf{Y}_{23} = \mathbf{Y}_{32} = -\mathbf{y}_{23} \tag{36d}$$
$$\mathbf{Y}_{24} = \mathbf{Y}_{42} = -\mathbf{y}_{24} \tag{36e}$$
$$\mathbf{Y}_{34} = \mathbf{Y}_{43} = -\mathbf{y}_{34} \tag{36f}$$
$$\mathbf{Y}_{11}' = \mathbf{y}_{01}' + \mathbf{y}_{12}' + \mathbf{y}_{13}' \tag{37a}$$
$$\mathbf{Y}_{22}' = \mathbf{y}_{02}' + \mathbf{y}_{12}' + \mathbf{y}_{23}' \tag{37b}$$
$$\mathbf{Y}_{33}' = \mathbf{y}_{03}' + \mathbf{y}_{13}' + \mathbf{y}_{23}' \tag{37c}$$
$$\mathbf{Y}_{12}' = \mathbf{Y}_{21}' = -\mathbf{y}_{12}' \tag{38a}$$
$$\mathbf{Y}_{13}' = \mathbf{Y}_{31}' = -\mathbf{y}_{13}' \tag{38b}$$
$$\mathbf{Y}_{23}' = \mathbf{Y}_{32}' = -\mathbf{y}_{23'} \tag{38c}$$

Sustituya estas relaciones (ecs. 35 a 38 inclusive) en las ecs. 28 a 34 inclusive. Esta sustitución funciona más fácilmente para las admitancias de borne mutuas, ecs. 29, 30 y 32. Por ejemplo, la sustitución en la ec. 29 da:

$$-\mathbf{y}_{12}' = -\mathbf{y}_{12} - \frac{(-\mathbf{y}_{14})(-\mathbf{y}_{24})}{\mathbf{y}_{04} + \mathbf{y}_{14} + \mathbf{y}_{24} + \mathbf{y}_{34}}$$

o cambiando los signos,

$$\mathbf{y}_{12}' = \mathbf{y}_{12} + \frac{\mathbf{y}_{14}\mathbf{y}_{24}}{\mathbf{y}_{04} + \mathbf{y}_{14} + \mathbf{y}_{24} + \mathbf{y}_{34}} \tag{39}$$

De manera similar, obtenemos

$$\mathbf{y}_{13}{}' = \mathbf{y}_{13} + \frac{\mathbf{y}_{14}\mathbf{y}_{34}}{\mathbf{y}_{04} + \mathbf{y}_{14} + \mathbf{y}_{24} + \mathbf{y}_{34}} \tag{40}$$

$$\mathbf{y}_{23}{}' = \mathbf{y}_{23} + \frac{\mathbf{y}_{24}\mathbf{y}_{34}}{\mathbf{y}_{04} + \mathbf{y}_{14} + \mathbf{y}_{24} + \mathbf{y}_{34}} \tag{41}$$

Las ecuaciones para las admitancias propias de borne requieren un poco más de manipulación, pero dan resultados similares. Por ejemplo, la sustitución en la ec. 28 da

$$\mathbf{y}_{01}{}' + \mathbf{y}_{12}{}' + \mathbf{y}_{13}{}' = \mathbf{y}_{01} + \mathbf{y}_{12} + \mathbf{y}_{13} + \mathbf{y}_{14} - \frac{(-\mathbf{y}_{14})(-\mathbf{y}_{14})}{\mathbf{y}_{04} + \mathbf{y}_{14} + \mathbf{y}_{24} + \mathbf{y}_{34}}$$

La resta de la ec. 39 de la ec. 40 de esto, da

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_{01}{}' &= \mathbf{y}_{01} + \mathbf{y}_{14} - \frac{\mathbf{y}_{14}(\mathbf{y}_{14} + \mathbf{y}_{24} + \mathbf{y}_{34})}{\mathbf{y}_{04} + \mathbf{y}_{14} + \mathbf{y}_{24} + \mathbf{y}_{34}} \\ &= \mathbf{y}_{01} + \frac{\mathbf{y}_{14}(\mathbf{y}_{04} + \mathbf{y}_{14} + \mathbf{y}_{24} + \mathbf{y}_{34} - \mathbf{y}_{14} - \mathbf{y}_{24} - \mathbf{y}_{34})}{\mathbf{y}_{04} + \mathbf{y}_{14} + \mathbf{y}_{24} + \mathbf{y}_{34}} \\ &= \mathbf{y}_{01} + \frac{\mathbf{y}_{04}\mathbf{y}_{14}}{\mathbf{y}_{04} + \mathbf{y}_{14} + \mathbf{y}_{24} + \mathbf{y}_{34}}\end{aligned} \tag{42}$$

Similarmente

$$\mathbf{y}_{02}{}' = \mathbf{y}_{02} + \frac{\mathbf{y}_{04}\mathbf{y}_{24}}{\mathbf{y}_{04} + \mathbf{y}_{14} + \mathbf{y}_{24} + \mathbf{y}_{34}} \tag{43}$$

$$\mathbf{y}_{03}{}' = \mathbf{y}_{03} + \frac{\mathbf{y}_{04}\mathbf{y}_{34}}{\mathbf{y}_{04} + \mathbf{y}_{14} + \mathbf{y}_{24} + \mathbf{y}_{34}} \tag{44}$$

En general

$$\mathbf{y}_{jk}{}' = \mathbf{y}_{jk} + \frac{\mathbf{y}_{j4}\mathbf{y}_{k4}}{\sum_{i=0}^{4}\mathbf{y}_{i4}} \tag{45}$$

La ecuación 45 puede interpretarse de la siguiente manera: *Cada elemento de la red nueva o reducida es el resultado de poner en paralelo el elemento correspondiente de la red anterior con un elemento que surge de una conversión de malla – estrella*. La admitancia del elemento de malla que surge de la conversión de malla en estrella viene dada por el último término de la ec. 45. La conversión de malla en estrella con notación algo simplificada se muestra en la Fig. 9. La Figura 9*a* muestra una estrella de cuatro puntas que debe convertirse en una malla de cuatro terminales (Fig. 9*b*), eliminando así el nodo *S*. Las admitancias del elemento de malla en términos de las admitancias del elemento estrella son:

$$\mathbf{y}_{12} = \frac{\mathbf{y}_1\mathbf{y}_2}{\sum\mathbf{y}} \qquad (46a) \qquad\qquad \mathbf{y}_{23} = \frac{\mathbf{y}_2\mathbf{y}_3}{\sum\mathbf{y}} \qquad (46d)$$

$$\mathbf{y}_{13} = \frac{\mathbf{y}_1\mathbf{y}_3}{\sum \mathbf{y}} \qquad (46b) \qquad\qquad \mathbf{y}_{24} = \frac{\mathbf{y}_2\mathbf{y}_4}{\sum \mathbf{y}} \qquad (46e)$$

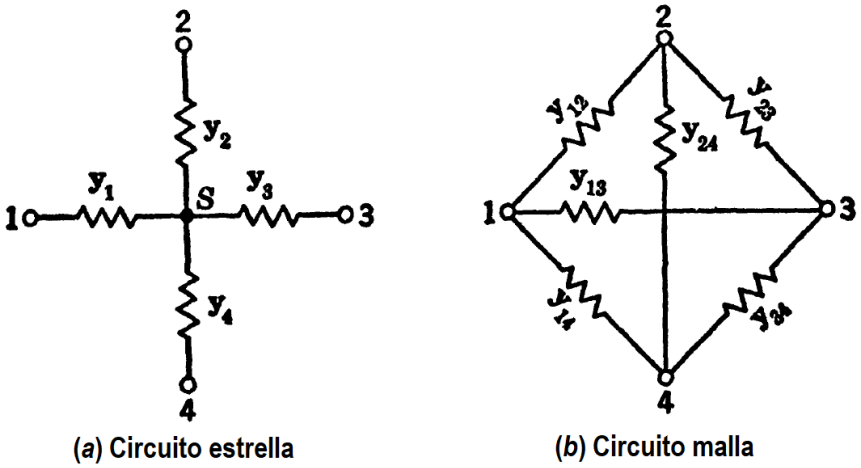
$$\mathbf{y}_{14} = \frac{\mathbf{y}_1\mathbf{y}_4}{\sum \mathbf{y}} \qquad (46c) \qquad\qquad \mathbf{y}_{34} = \frac{\mathbf{y}_3\mathbf{y}_4}{\sum \mathbf{y}} \qquad (46f)$$

Donde $$\sum \mathbf{y} = \mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_2 + \mathbf{y}_3 + \mathbf{y}_4 \qquad (47)$$

Si la estrella tiene *n* puntas, se aplican fórmulas similares, pero la expresión para Σy tiene *n* términos. Si *n* = 3, tenemos una conversión Y-delta. Si *n* = 2, tenemos una combinación de series simple.

Sólo si *n* = 3 siempre hay una conversión inversa única, es decir, de delta a Y. En general, la conversión de malla a estrella para *n* > 3 no es posible. Si *n* = 2, la conversión se puede realizar, pero no es única; es decir, un único elemento se puede dividir en dos elementos en serie de infinitas formas.

Mediante una conversión de malla en estrella, se elimina un nodo. Mediante conversiones sucesivas de malla en estrella, se pueden eliminar tantos nodos como se desee. Para los fines actuales, deben eliminarse todos los nodos excepto los bornes.



(*a*) Circuito estrella (*b*) Circuito malla

Figura 9
Conversión estrella – malla

La fórmula para la conversión de malla en estrella es más sencilla cuando se expresa en términos de admitancias que en términos de impedancias. Además, las combinaciones paralelas de los elementos resultantes de tal conversión con otros elementos se realizan más fácilmente trabajando con admitancias que con impedancias. Por estas razones, además del hecho de que queremos admitancias de nodo en nuestras expresiones finales de potencia, es preferible trabajar con admitancias en lugar de impedancias al reducir una red, aunque el uso de impedancias sea, quizás, más habitual.

El proceso de reducción de la red se puede resumir de la siguiente manera, asumiendo las impedancias de los elementos a ser dados:

1. Haga todas las combinaciones de series posibles; haga también combinaciones paralelas de elementos que tengan impedancias iguales.
2. Convierta impedancias a admitancias
3. Elimine un nodo mediante conversión de malla en estrella, dando preferencia a un nodo con el menor número de elementos conectados a él.
4. Realice combinaciones paralelas de los nuevos elementos resultantes de la conversión y los elementos anteriores.
5. Repita los pasos 3 y 4 hasta que se hayan eliminado todos los nodos excepto los bornes.[13]

Para prepararse para los cálculos de potencia requeridos en un estudio de estabilidad, realice el siguiente paso adicional, que no forma parte estrictamente del proceso de reducción de la red:

6. Calcule las admitancias en borne a partir de las admitancias de los elementos usando ecuaciones como 21 y 22.

Todos estos pasos deben repetirse para varias condiciones de red diferentes. Por lo tanto, si la perturbación que causa la oscilación de las máquinas es una falla, la red debe resolverse para la condición previa a la falla, para la condición de falla y, a menos que la falla se mantenga, para la condición posterior o eliminación de la falla. Si la eliminación de la falla se logra mediante la apertura secuencial de dos o más interruptores, la red debe resolverse para dos o más condiciones de falla. Además, si se deben realizar diferentes recorridos para diferentes ubicaciones de fallas, diferentes líneas conectadas o desconectadas u otras condiciones diferentes, se deben crear soluciones de red para cada condición. En un tablero de cálculo, los cambios necesarios en la red para estas diferentes condiciones se realizan de forma muy rápida y sencilla. Está claro que el uso de un tablero de cálculo es deseable en estudios de estabilidad de múltiples máquinas.

Determinación de las condiciones iniciales de funcionamiento. Incluso después de determinar las admitancias de bornes de la red para las condiciones de pre-falla, falla y post-falla, todavía no estamos listos para comenzar el cálculo de las curvas de oscilación, ya que primero se deben determinar las condiciones iniciales de operación. En concreto debemos encontrar los valores de magnitud y fase de las tensiones internas de todas las máquinas síncronas. Si se dieran estos valores, sería sencillo sustituirlos en las ecuaciones de potencia (como la ecs. 17) para la condición previa a la falla y así calcular la potencia de salida previa a la falla de cada máquina, que también es la entrada de energía a la máquina.

Sin embargo, las condiciones iniciales no suelen conocerse en tales términos. Generalmente se conocen o se suponen las potencias de salida de las máquinas; la información restante puede consistir en las salidas de potencia reactiva en los terminales (no detrás de la reactancia transitoria), el factor de potencia, el voltaje de

[13] Aunque cualquier red puede reducirse mediante el uso exclusivo de conversiones de malla en estrella y combinaciones en paralelo, en muchas redes la reducción puede acelerarse mediante el uso de conversiones Δ-Y y combinaciones en serie.

los terminales, la corriente o alguna mezcla de dichas cantidades. Ocasionalmente, se dan condiciones en algún lugar de la red que no sea en los terminales de la máquina: por ejemplo, voltaje en una determinada barra de la subestación, o potencia o corriente en una determinada línea. A partir de estos datos, a veces insuficientes y a veces contradictorios, es necesario determinar lo mejor posible los valores iniciales de la tensión detrás de la reactancia transitoria y de las posiciones angulares. Como regla general, esto sólo puede hacerse mediante métodos de corte y prueba, que probablemente sean muy laboriosos si la red se resuelve algebraicamente. Incluso con un tablero de cálculo se deben adoptar procedimientos de corte y prueba, pero el trabajo va mucho más rápido cuando se utiliza una tabla que cuando se confía en soluciones algebraicas.

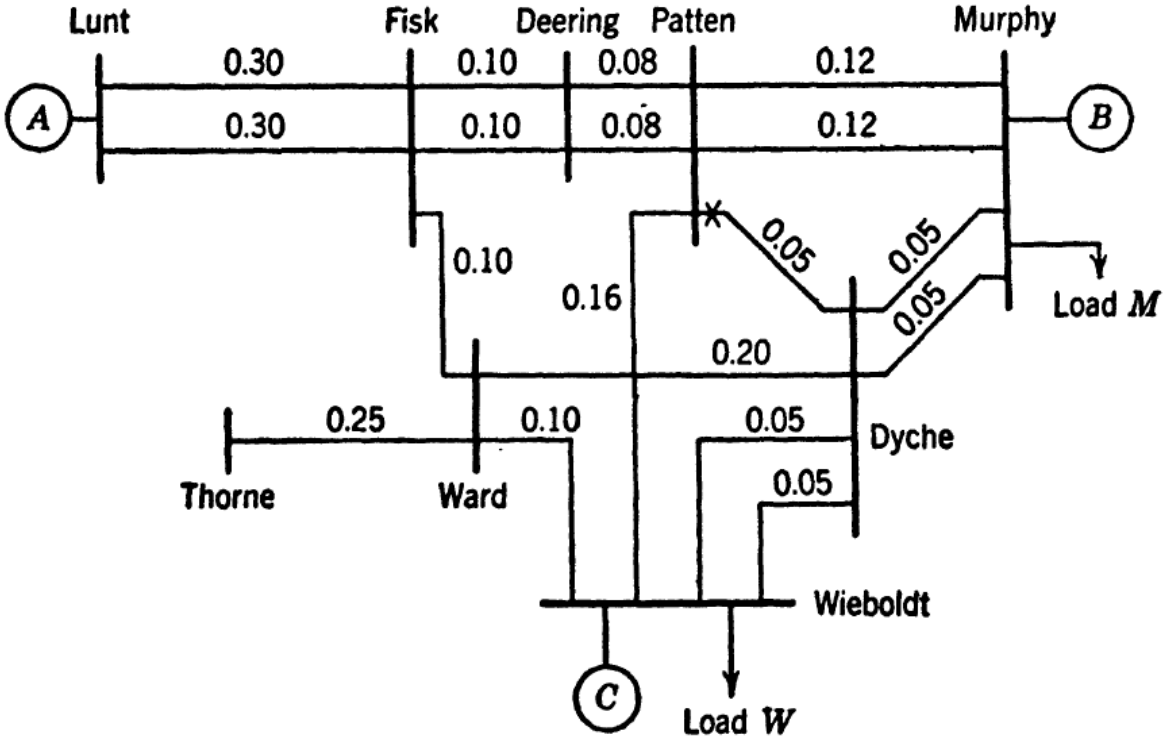


Figura 10

Sistema de tres máquinas del Ejemplo 1. Las reactancias de línea se dan por unidad sobre una base de 100 MVA.

Una vez que se hayan encontrado las salidas de potencia iniciales, los ángulos y los voltajes internos, se puede comenzar el cálculo de las curvas de oscilación.

EJEMPLO 1

En la figura 10 se muestra el diseño de un sistema trifásico de tres máquinas de 60 ciclos. Las reactancias de las líneas, expresadas por unidad sobre una base de 100 MVA, están marcadas en la figura. Se pueden despreciar las resistencias de línea. Los datos sobre los generadores y sobre las salidas iniciales de la estación generadora y las tensiones de las barras se dan en la Tabla 4. Se pueden despreciar todas las cargas excepto aquellas en Murphy y Wieboldt, que son cada una de 200 MW con un factor de potencia unitario.

Tabla 4
DATOS PARA EL EJEMPLO 1

Estación	Vapor o Hidráulica	Número de Unidades	MVA nom. de c/und.	x_d' (pu)	H MJ/MVA	Salida inicial (MW)	Tensión de barra inicial (pu)
Lunt	Hidráulica	3	35	0.35	3.00	80	1.05
Murphy	Vapor	4	75	0.21	7.00	230	1.00
Wielboldt	Vapor	2	50	0.18	8.00	90	1.00

Encuentre la fase inicial y la magnitud del voltaje detrás de la reactancia transitoria (x_d') de cada generador.

Solución.

Reseña.

1. La red entre las barras Lunt, Murphy y Wieboldt se reducirán a su forma más simple (delta).

2. Las magnitudes conocidas y los ángulos de fase supuestos de los voltajes de estos tres buses se sustituirán en las ecuaciones de potencia, y los ángulos se variarán hasta que los valores calculados de la entrada de energía a la red coincidan con las salidas de la estación generadora dadas menos la carga local.

3. La corriente suministrada a la red en cada borne se encontrará a partir de los voltajes y admitancias de los bornes conocidos.

4. Los generadores de cada estación se combinarán poniendo en paralelo sus impedancias para obtener una máquina equivalente en cada estación. La caída interna de ZI de cada máquina equivalente se sumará al voltaje en bornes para encontrar la fase y la magnitud del voltaje interno.

1. Reducción de red. Los símbolos que se utilizarán se dan en la Fig. 11. Primero, la red de la Fig. 10 se simplifica haciendo las combinaciones obvias en serie y paralelo y omitiendo la rama abierta de Ward a Thorne. El resultado se muestra en la Fig. 12*a*, en la que los nombres de las estaciones se abrevian a sus letras iniciales. Los valores de impedancia por unidad están con un círculo. Estos valores de impedancia se convierten en valores de admitancia, que no están con círculo. Los ángulos de impedancia y admitancia, que son 90° y –90° respectivamente, se omiten por brevedad.

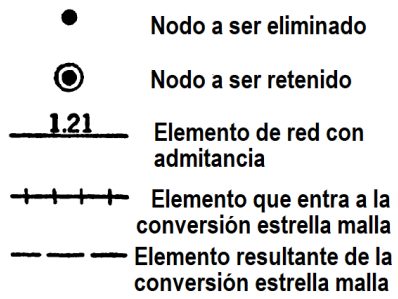

Nodo a ser eliminado
Nodo a ser retenido
1.21
Elemento de red con admitancia
Elemento que entra a la conversión estrella malla
Elemento resultante de la conversión estrella malla

Figura 11
Símbolos usados en la reducción de red

Mediante conversiones alternas de malla en estrella y combinaciones paralelas de elementos, se eliminan todos los nodos excepto los tres (L, M y Wi) que deben conservarse. El orden en que se eliminan no es particularmente importante; Wa es eliminado primero. Los elementos estrella irradiándose desde Wa están sombreados en

cruz en la Fig. 12*a*. Los elementos de malla resultantes se muestran con líneas discontinuas en la Fig. 12*b*. Los cálculos estrella-malla son los siguientes:

$$\sum \mathbf{y} = 10.0 + 5.0 + 10.0 = 25.0$$

$$\mathbf{y}_{FD} = \mathbf{y}_{WiD} = \frac{10.0 \times 5.0}{25.0} = 2.0$$

$$\mathbf{y}_{FWi} = \frac{10.0 \times 10.0}{25.0} = 4.0$$

Se realiza una combinación paralela entre *Wi* y *D*, cuyo resultado se muestra en la Fig. 12*c*.

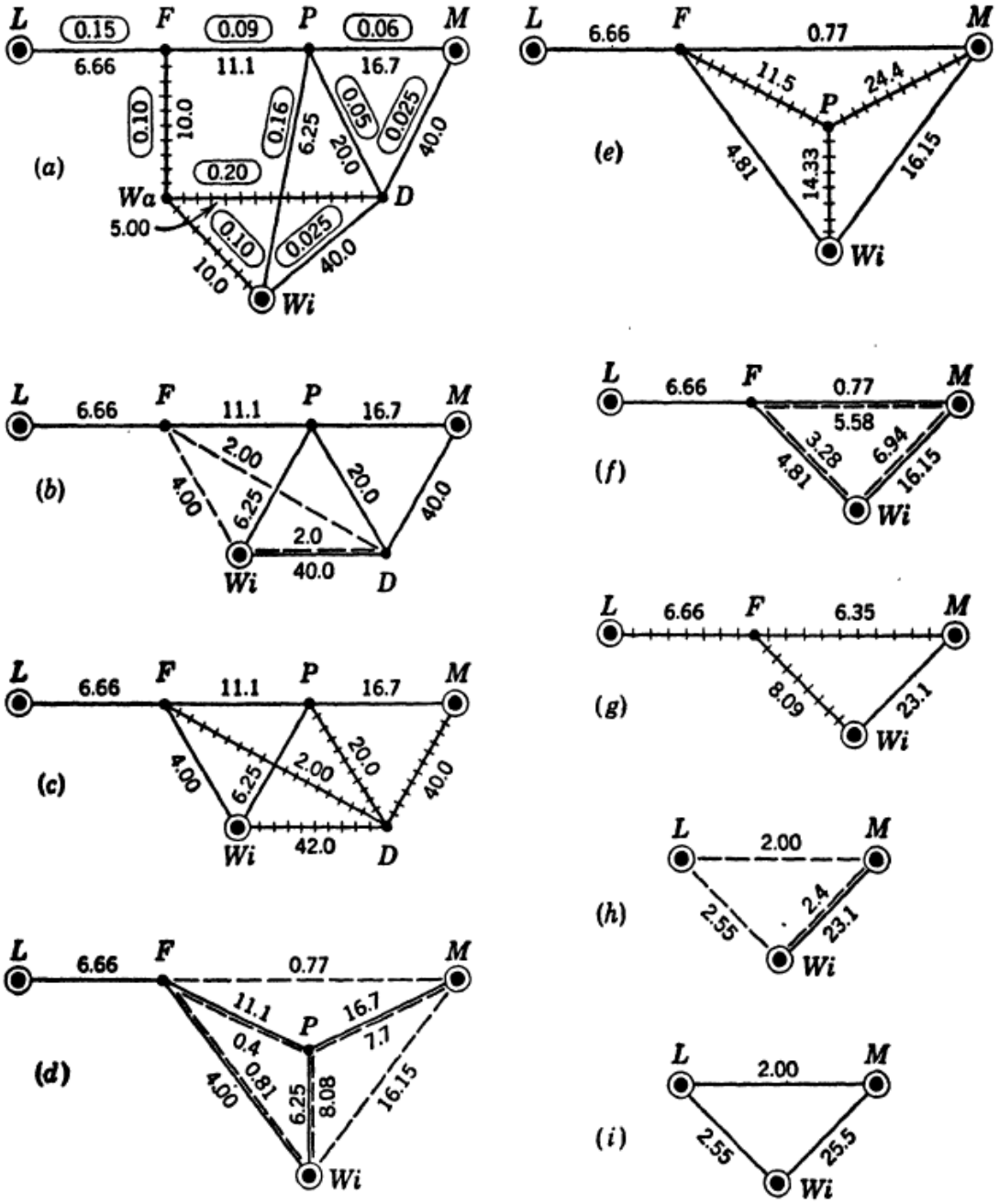


Figura 12

Reducción de la red de la Fig. 10 (Ejemplo 1)

A continuación, se elimina el nodo *D*, con resultados como se muestra en la Fig. 12*d*. Los cálculos son los siguientes:

$$\sum \mathbf{y} = 40.0 + 20.0 + 2.0 + 42.0 = 104.0$$

$$\frac{40 \times 20}{104} = 7.70 \qquad \frac{40 \times 42}{104} = 16.15$$

$$\frac{40 \times 2}{104} = 0.77 \qquad \frac{20 \times 42}{104} = 8.08$$

$$\frac{20 \times 2}{104} = 0.385 \qquad \frac{2 \times 42}{104} = 0.81$$

Se realizan cuatro combinaciones paralelas, con resultados como se muestra en la Fig. 12*e*.

Ahora se elimina el nodo *P*, con los resultados que se muestran en la figura 12*f*. Los cálculos son los siguientes:

$$\sum \mathbf{y} = 11.5 + 24.4 + 14.3 = 50.2$$

$$\frac{11.5 \times 24.4}{50.2} = 5.58 \qquad \frac{11.5 \times 14.3}{50.2} = 3.28$$

$$\frac{24.4 \times 14.3}{50.2} = 5.94$$

Se realizan tres combinaciones paralelas, con resultados como los que se muestran en la Fig. 12*g*.

A continuación, se elimina el nodo F, con el resultado que se muestra en la figura 12*h*. Se realiza una combinación en paralelo, lo que finalmente da como resultado la red Δ de la Fig. 12*i*.

1. *Determinación de ángulos de tensión de la barra*. Las admitancias terminales se calculan a partir de las admitancias de los elementos de la siguiente manera:

$$\mathbf{Y}_{LL} = 2.00\underline{|-90°} + 2.55\underline{|-90°} = 4.55\underline{|-90}\ \text{p.u.}$$
$$\mathbf{Y}_{MM} = 2.0\underline{|-90°} + 25.5\underline{|-90°} = 27.5\underline{|-90}\ \text{p.u.}$$
$$\mathbf{Y}_{WW} = 2.6\underline{|-90°} + 25.5\underline{|-90°} = 28.1\underline{|-90}\ \text{p.u.}$$
$$\mathbf{Y}_{LM} = \mathbf{Y}_{ML} = -2.00\underline{|-90°} = 2.00\underline{|-90}\ \text{p.u.}$$
$$\mathbf{Y}_{LW} = \mathbf{Y}_{WL} = -2.55\underline{|-90°} = 2.55\underline{|90°}\ \text{p.u.}$$
$$\mathbf{Y}_{MW} = \mathbf{Y}_{WM} = -25.5\underline{|-90°} = 25.5\underline{|90°}$$

Las entradas de potencia a la red son iguales a las salidas del generador menos la carga local.

$$P_L = 0.80 - 0 = 0.80\ \text{p.u.}$$
$$P_M = 2.30 - 2.00 = 0.30\ \text{p.u.}$$
$$P_W = 0.90 - 2.00 = -1.10\ \text{p.u.}$$

Las tensiones de barra son:

$$\mathbf{E}_L = 1.05\angle\underline{\delta_L}$$
$$\mathbf{E}_M = 1.00\angle\underline{\delta_M}$$
$$\mathbf{E}_W = 1.00\angle\underline{0} \text{ (tomado como referencia de fase)}$$

Las ecuaciones de potencia son:

$$P_L = E_L{}^2 Y_{LL}\cos\theta_{LL} + E_L E_M Y_{LM}\cos\left(\theta_{LM} - \delta_L + \delta_M\right) + E_L E_W Y_{LW}\cos\left(\theta_{LW} - \delta_L + \delta_W\right) \qquad (a)$$

$$P_M = E_M{}^2 Y_{MM}\cos\theta_{MM} + E_M E_L Y_{ML}\cos\left(\theta_{ML} - \delta_M + \delta_L\right) + E_M E_W Y_{MW}\cos\left(\theta_{MW} - \delta_M + \delta_W\right) \qquad (b)$$

$$P_W = E_W{}^2 Y_{WW}\cos\theta_{WW} + E_W E_W Y_{WL}\cos\left(\theta_{WL} - \delta_W + \delta_L\right) + E_W E_M Y_{WM}\cos\left(\theta_{WM} - \delta_W + \delta_M\right) \qquad (c)$$

Como no hay pérdidas en la red, sólo es necesario utilizar las dos primeras ecuaciones. Como $\theta_{LL} = \theta_{MM} = \theta_{WW} = -90°$, los términos de admitancia propia desaparecen. $\theta_{LM} = \theta_{LW} = \theta_{ML} = \theta_{MW} = 90°$, y podemos usar la relación, cos $(90° - x)$ = sen x, observando también que $\delta_W = 0$, tenemos:

$$P_L = E_L E_M Y_{LM}\,\mathrm{sen}\left(\delta_L - \delta_M\right) + E_L E_W Y_{LW}\,\mathrm{sen}\,\delta_L \qquad (d)$$

$$P_M = E_L E_M Y_{LM}\,\mathrm{sen}\left(\delta_M - \delta_L\right) + E_M E_W Y_{MW}\,\mathrm{sen}\,\delta_M \qquad (e)$$

Sustituyendo los valores numéricos, obtenemos:

$$0.80 = 2.10\,\mathrm{sen}\left(\delta_L - \delta_M\right) + 2.68\,\mathrm{sen}\,\delta_L \qquad (f)$$

$$0.30 = 2.10\,\mathrm{sen}\left(\delta_M - \delta_L\right) + 25.5\,\mathrm{sen}\,\delta_M \qquad (g)$$

Estas ecuaciones deben resolverse mediante prueba para δ_L y δ_M. Debido al gran coeficiente de sen δ_M podemos estar seguros de que δ_M es pequeño. Como primera prueba, sea $\delta_M = 0$. La ecuación f entonces se convierte en

$$0.80 = \left(2.10 + 2.68\right)\mathrm{sen}\,\delta_L = 4.78\,\mathrm{sen}\,\delta_L$$

$$\mathrm{sen}\,\delta_L = \frac{0.80}{4.78} = 0.1675; \qquad \delta_L = 9.6°$$

Sustituyendo este valor δ_L en la ec. g, nos da

$$0.30 \cong 2.10\,\mathrm{sen}\left(-9.6°\right) + 25.5\,\mathrm{sen}\,\delta_M$$

$$25.5\,\mathrm{sen}\,\delta_M = 0.30 + 2.10 \times 0.1675 = 0.30 + 0.352 = 0.652$$

$$\mathrm{sen}\,\delta_M = 0.0256; \qquad \delta_M = 1.5°$$

Sustituyendo $\delta_L = 9.60$ y $\delta_M = 1.5°$ en las ecs. *f* y *g* para los miembros de la mano derecha nos da:

$$P_L = 2.10\,\text{sen}\,8.1° + 2.68\,\text{sen}\,9.6° = 2.10 \times 0.141 + 2.68 \times 0.167$$
$$= 0.296 + 0.448 = 0.744 \text{ (debería ser 0.80)}$$

$$P_M = 2.10\,\text{sen}\,(-8.1°) + 25.5\,\text{sen}\,1.5°$$
$$= -0.296 + 0.652 = 0.356 \text{ (debería ser 0.30)}$$

P_L aumentará al aumentar δ_L y P_M al aumentar δ_M. Dado que P_L es demasiado pequeño y P_M demasiado grande, se debe aumentar δ_L y disminuir δ_M. Probamos $\delta_L = 10.3°$, $\delta_M = 1.4°$.

$$P_L = 2.10\,\text{sen}\,8.9° + 2.68\,\text{sen}\,10.3°$$
$$= 2.10 \times 0.1547 + 2.68 \times 0.1788$$
$$= 0.324 + 0.479 = 0.803 \text{ (debería ser 0.800)}$$

$$P_M = -0.324 + 25.5\,\text{sen}\,1.4°$$
$$= -0.324 + 25.5 \times 0.0244$$
$$= -0.324 + 0.622 = 0.298 \text{ (debería ser 0.300)}$$

Estos valores están bastante cerca a los valores correctos. Por lo tanto, las tensiones de barra serán

$$\mathbf{E}_L = 1.05\underline{|10.3°} = 1.032 + j0.188 \text{ p.u.}$$
$$\mathbf{E}_M = 1.00\underline{|1.4°} = 1.000 + j0.024 \text{ p.u.}$$
$$\mathbf{E}_W = 1.00\underline{|0.0°} = 1.000 + j0.000 \text{ p.u.}$$

2. *Determinación de corrientes*.

$$\mathbf{I}_{LW} = \mathbf{y}_{LW}(\mathbf{E}_L - \mathbf{E}_W) = -j2.55(0.032 + j0.188)$$
$$= 0.479 - j0.082 \text{ p.u.}$$

$$\mathbf{I}_{MW} = \mathbf{y}_{MW}(\mathbf{E}_M - \mathbf{E}_W) = -j25.5 \times j0.024 = 0612 + j0.000$$

$$\mathbf{I}_{LM} = \mathbf{y}_{LM}(\mathbf{E}_L - \mathbf{E}_M) = -j2.00(0.032 + j0.162)$$
$$= 0.324 - j0.064 \text{ p.u.}$$

Las corrientes de borne de la red son:

$$\mathbf{I}_L = \mathbf{I}_{LW} + \mathbf{I}_{LM} = 0.803 - j0.146 \text{ p.u.}$$
$$\mathbf{I}_M = \mathbf{I}_{MW} - \mathbf{I}_{LM} = 0.288 + j0.064 \text{ p.u.}$$
$$\mathbf{I}_W = -\mathbf{I}_{LW} - \mathbf{I}_{MW} = -1.091 + j0.082 \text{ p.u.}$$

Las corrientes de cargas, calculadas con la fórmula

$$\mathbf{I} = \frac{P + jQ}{\bar{\mathbf{E}}}$$

$$\mathbf{I}_M{}' = \frac{2.00\angle 0}{1.00\angle -1.14°} = 2.00\angle 1.4° = 2.000 + j0.049 \text{ p.u.}$$

$$\mathbf{I}_W{}' = \frac{2.00\angle 0}{1.00\angle 0} = 2.00\angle 0 = 2.000 + j0.000$$

Las corrientes de los generadores son iguales a las corrientes suministradas a la red más la carga local:

En L, $\mathbf{I}_A = \mathbf{I}_L = 0.803 - j0.146$ p.u.

En W, $\mathbf{I}_B = \mathbf{I}_M + \mathbf{I}_M{}' = 2.288 + j0.113$ p.u.

En W, $\mathbf{I}_C = \mathbf{I}_W + \mathbf{I}_W{}' = 0.909 + j0.082$ p.u.

Determinación de las tensiones internas de los generadores. Las reactancias del generador, que se dieron por unidad en base a los valores nominales del generador, deben convertirse a por unidad sobre una base de 100 MVA

$$X_A = 0.35\frac{100}{3\times 35} = 0.333 \text{ p.u.} \qquad \mathbf{Z}_A = j0.333 \text{ p.u.}$$

$$X_B = 0.21\frac{100}{4\times 75} = 0.070 \text{ p.u.} \qquad \mathbf{Z}_B = j0.070 \text{ p.u.}$$

$$X_C = 0.18\frac{100}{2\times 50} = 0.180 \text{ p.u.} \qquad \mathbf{Z}_C = j0.180 \text{ p.u.}$$

Cada tensión interna es el vector suma de la tensión en borne (barra) y la caída interna **ZI**.

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_A &= \mathbf{E}_L + \mathbf{Z}_A\mathbf{I}_A = 1.032 + j0.188 + j0.333(0.803 - j0.146)\\ &= 1.032 + j0.188 + 0.049 + j0.268 = 1.081 + j0.456\\ &= 1.17\angle 23.0° \text{ p.u.} \quad \textit{Rpta.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_B &= \mathbf{E}_M + \mathbf{Z}_B\mathbf{I}_B = 1.000 + j0.024 + j0.070(2.29 + j0.11)\\ &= 1.000 + j0.024 - 0.008 + j0.160 = 0.992 + j0.184\\ &= 1.00\angle 9.5° \text{ p.u.} \quad \textit{Rpta.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_C &= \mathbf{E}_W + \mathbf{Z}_C\mathbf{I}_C = 1.000 + j0.000 + j0.180(0.909 + j0.082)\\ &= 1.000 - 0.015 + j0.164 = 0.985 + j0.164\\ &= 1.00\angle 9.5° \text{ p.u.} \quad \textit{Rpta.}\end{aligned}$$

Revisión,

$$\begin{aligned}P_A &= \mathbf{E}_A \bullet \mathbf{I}_A = 1.081\times 0.803 + 0.456(-0.146) = 0.886 - 0.067\\ &= 0.801 \text{ p.u. (Debería ser 0.80)}\end{aligned}$$

$$P_B = \mathbf{E}_B \bullet \mathbf{I}_B = 0.92\times 2.29 + 0.184\times 0.113 = 2.27 + 0.021$$

$$= 2.291 \text{ p.u.} \quad \text{(Debería ser 2.30)}$$

$$P_C = \mathbf{E}_C \bullet \mathbf{I}_C = 0.85 \times 0.909 + 0.164 \times 0.082 = 0.895 + 0.013$$
$$= 0.908 \text{ p.u.} \quad \text{(Debería ser 0.90)}$$

EJEMPLO 2

Encuentre las admitancias terminales de la red del sistema de tres máquinas del Ejemplo 1, incluidas las cargas y las reactancias transitorias de eje directo de las máquinas, (*a*) cuando hay un cortocircuito trifásico presente en el punto *X*, Fig. 10, y (*b*) después de que se haya solucionado el cortocircuito abriendo ambos extremos de la línea.

Solución. (**a**) El cortocircuito en *X* es eléctricamente equivalente a un cortocircuito en la barra Patten. En la reducción de la red del Ejemplo 1, la barra Patten (nodo *P*) se conservó hasta la etapa que se muestra en la Fig. 12e. La aplicación del cortocircuito se puede representar conectando el nodo *P* al nodo 0 (el neutro), un nodo que no se muestra en la Fig. 12 porque la red reducida en el Ejemplo 1 no tenía elementos de derivación. Por lo tanto, *P* puede reetiquetarse como *O*. Las admitancias de las tres máquinas equivalentes y de las dos cargas deben sumarse a la red. Todas las admitancias ahora deben expresarse como números complejos, porque las admitancias de carga no tienen el mismo ángulo que las admitancias de línea y de máquina. Se utilizará una base de 100 MVA, como en el Ejemplo 1.

Las impedancias de la máquina por unidad sobre una base de 100 MVA, como se encuentra en el Ejemplo 1, y las admitancias correspondientes son las siguientes:

Máquina	*Estación*	*Impedancia*	*Admitancia*
A	Lunt	$0.33\underline{\vert 90°}$	$3.00\underline{\vert -90°}$
B	Murphy	$0.07\underline{\vert 90°}$	$14.3\underline{\vert -90°}$
C	Wieboldt	$0.18\underline{\vert 90°}$	$5.55\underline{\vert -90°}$

Las admitancias de las cargas en Murphy y en Wieboldt son cada una $2.00\underline{\vert 0}$ p.u.

Después de agregar la máquina y las admitancias de carga, la red de la Fig. 12*e* se convierte en la de la Fig. 13*a*.

Luego se realiza una combinación en serie entre *A* y *F*; eliminando el nodo *L*, y se hacen combinaciones paralelas entre *M* y *O* y entre *Wi* y *O*. El cálculo es el siguiente:

$$A - F: \quad \frac{3.00\underline{\vert -90°} \times 6.66\underline{\vert -90°}}{9.66\underline{\vert -90°}} = 2.07\underline{\vert -90°}$$

$$M - O: \quad 2.0 - \text{j}24.4 = 24.5\underline{\vert -85.3°}$$

$$Wi - O: \quad 2.0 - \text{j}14.33 = 14.5\underline{\vert -82.0°}$$

La red resultante se muestra en la Fig. 13*b*. A continuación, el nodo *F* se elimina mediante una conversión de malla en estrella, de la siguiente manera:

$$\sum \mathbf{y} = \left(2.07 + 0.77 + 11.5 + 4.81\right)\underline{\vert -90°} = 19.15\underline{\vert -90°}$$

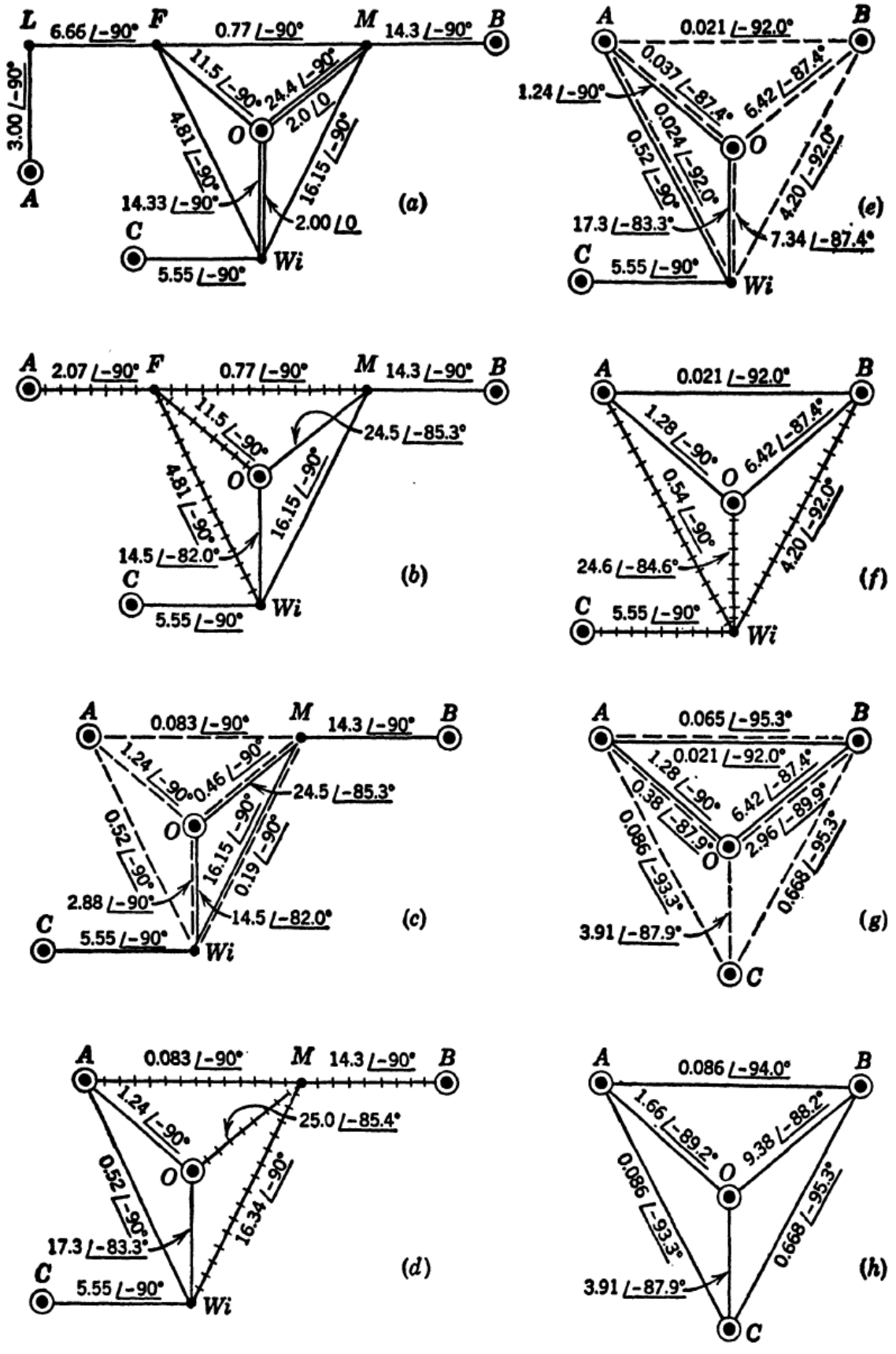


Figura 13

Reducción de la red de la Fig. 10 con un cortocircuito en *X* (Ejemplo 2)

$$A-M: \quad \frac{2.07\times 0.77}{19.15}\underline{|-90^\circ} = 0.083\underline{|-90^\circ}$$

$$A-O: \quad \frac{2.07\times 11.5}{19.15}\underline{|-90^\circ} = 01.24\underline{|-90^\circ}$$

$$A-Wi: \quad \frac{2.07\times 4.81}{19.15}\underline{|-90^\circ} = 0.520\underline{|-90^\circ}$$

$$M-O: \quad \frac{0.77\times 11.5}{19.15}\underline{|-90^\circ} = 0.46\underline{|-90^\circ}$$

$$M-Wi: \quad \frac{0.77\times 4.81}{19.15}\underline{|-90^\circ} = 0.193\underline{|-90^\circ}$$

$$O-Wi: \quad \frac{11.5\times 4.81}{19.15}\underline{|-90^\circ} = 2.88\underline{|-90^\circ}$$

La red resultante se muestra en la Fig. 13*c*. Se realizan combinaciones en paralelo de la siguiente manera:

$$M-Wi: \quad (16.15+0.19)\underline{|-90^\circ} = 16.34\underline{|-90^\circ}$$

$$M-O: \quad (2.0-j24.4)-j0.5 = 2.0-j24.9 = 25.0\underline{|-85.4^\circ}$$

$$Wi-O: \quad (2.0-j14.3)-j14.3 = 2.0-j17.3 = 17.3\underline{|-83.3^\circ}$$

La red resultante se muestra en la Fig. 13*d*. El nodo *M* se elimina como sigue:

$$\sum \mathbf{y} = (2.0-j24.9)-j16.3-j14.3-j0.1 = 2.0-j55.6$$
$$= 55.6\underline{|-88.0^\circ}$$

$$O-B: \quad \frac{25.0\underline{|-85.4^\circ}\times 14.3\underline{|-90^\circ}}{55.6\underline{|-88.0^\circ}} = 6.42\underline{|-87.4^\circ}$$

$$O-Wi: \quad \frac{25.0\underline{|-85.4^\circ}\times 16.34\underline{|-90^\circ}}{55.6\underline{|-88.0^\circ}} = 7.34\underline{|-87.4^\circ}$$

$$B-Wi: \quad \frac{14.3\underline{|-90^\circ}\times 16.34\underline{|-90^\circ}}{55.6\underline{|-88.0^\circ}} = 4.20\underline{|-92.0^\circ}$$

$$A-O: \quad \frac{0.083\underline{|-90^\circ}\times 25.0\underline{|-85.4^\circ}}{55.6\underline{|-88^\circ}} = 0.037\underline{|-87.4^\circ}$$

$$A-B: \quad \frac{0.083\underline{|-90^\circ}\times 14.3\underline{|-90^\circ}}{55.6\underline{|-88.0^\circ}} = 0.021\underline{|-92.0^\circ}$$

$$A-Wi: \quad \frac{0.083\underline{|-90^\circ}\times 16.34\underline{|-90^\circ}}{55.6\underline{|-88.0^\circ}} = 0.024\underline{|-92^\circ}$$

La red resultante se muestra en la Fig. 13*e*. Se realizan combinaciones en paralelo, como sigue

$$O-Wi: \quad 17.3\underline{|-83.3^\circ} + 7.34\underline{|-87.4^\circ} = 2.0-j17.2+0.3-j7.3$$
$$= 2.3-j24.5 = 24.6\underline{|-84.6^\circ}$$

$$A-O: \quad -j1.24-j0.04 = -j1.28 = 1.28\underline{|-90^\circ}$$

$$A-Wi: \quad -j0.52-j0.02 = 0.54\underline{|-90^\circ}$$

La red resultante se muestra en la Fig. 13*f*. El nodo *Wi* se elimina como sigue:

$$\begin{aligned}\sum \mathbf{y} &= 24.6\angle -84.6^\circ + 5.55\angle -90^\circ + 0.54\angle -90^\circ + 4.20\angle -92.0^\circ \\ &= (2.3 - j24.5) - j5.6 - j0.5 + (-0.2 - j4.2) \\ &= 2.1 - j34.8 = 34.9\angle -86.7^\circ\end{aligned}$$

$$A - O: \quad \frac{0.54\angle -90^\circ \times 24.6\angle -84.6^\circ}{34.9\angle -86.7^\circ} = 0.38\angle -87.9^\circ$$

$$A - B: \quad \frac{0.54\angle -90^\circ \times 4.2\angle -92.0^\circ}{34.9\angle -86.7^\circ} = 0.065\angle -95.3^\circ$$

$$A - C: \quad \frac{0.54\angle -90^\circ \times 5.55\angle -90^\circ}{34.9\angle -86.7^\circ} = 0.086\angle -93.3^\circ$$

$$B - O: \quad \frac{4.20\angle -92.0^\circ \times 24.6\angle -84.6^\circ}{34.9\angle -86.7^\circ} = 2.96\angle -89.9^\circ$$

$$B - C: \quad \frac{4.20\angle -92.0^\circ \times 5.55\angle -90^\circ}{34.9\angle -86.7^\circ} = 0.668\angle -95.3^\circ$$

$$O - C: \quad \frac{24.6\angle -84.6^\circ \times 5.55\angle -90^\circ}{34.9\angle -86.7^\circ} = 3.91\angle -87.9^\circ$$

La red resultante se muestra en la Fig. 13*g*. Se realizaron combinaciones en paralelo como sigue

$$\begin{aligned}A - B: \quad & 0.065\angle -95.3^\circ + 0.021\angle -92.0^\circ \\ & = -0.005 - j0.065 - 0.001 - j0.021 = -0.006 - j0.086 \\ & = 0.086\angle -94^\circ \\ A - O: \quad & 1.28\angle -90^\circ + 0.38\angle -87.9^\circ = -j1.28 + 0.02 - j0.38 \\ & = 0.02 - j1.66 = 1.66\angle -89.2^\circ \\ B - O: \quad & 6.42\angle -87.4^\circ + 2.96\angle -89.9^\circ = 0.29 - j6.42 + 0.01 - j2.96 \\ & = 0.30 - j9.38 = 9.38\angle 88.2^\circ\end{aligned}$$

El resultado es la red final mostrada en la Fig. 13*h*.

Cálculo de admitancias de borne

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_{AA} &= 1.66\angle -89.2^\circ + 0.086\angle -94.0^\circ + 0.086\angle -93.3^\circ \\ &= 0.02 - j1.66 - 0.01 - j0.09 - 0.01 - j0.09 \\ &= 0.00 - j1.84 = 1.84\angle -90.0^\circ \text{ p.u.} \quad \textit{Rpta.} \\ \mathbf{Y}_{BB} &= 9.38\angle -88.2^\circ + 0.086\angle -94.0^\circ + 0.668\angle -95.3^\circ \\ &= 0.30 - j9.38 - 0.01 - j0.09 - 0.05 - j0.66 \\ &= 0.24 - j10.13 = 10.14\angle -88.7^\circ \text{ p.u.} \quad \textit{Rpta.} \\ \mathbf{Y}_{CC} &= 3.91\angle -87.9^\circ + 0.086\angle -93.3^\circ + 0.668\angle -95.3^\circ\end{aligned}$$

$$= 0.15 - j3.91 - 0.01 - j0.09 - 0.05 - j0.66$$
$$= 0.09 - j4.66 = 4.66\underline{|-88.9°} \text{ p.u.} \qquad Rpta.$$

$$\mathbf{Y}_{AB} = -0.086\underline{|-94.0°} = 0.086\underline{|86.0°} \text{ p.u.} \qquad Rpta.$$
$$\mathbf{Y}_{AC} = -0.086\underline{|-93.3°} = 0.086\underline{|86.7°} \text{ p.u.} \qquad Rpta.$$
$$\mathbf{Y}_{BC} = -0.668\underline{|-95.3°} = 0.668\underline{|84.7°} \text{ p.u.} \qquad Rpta.$$

(**b**) Para eliminar la falla, la línea de Dyche (*D*) a Patten (*P*) se desconecta de la red. En la reducción de la red del Ejemplo 1, esta línea se conservó hasta la etapa que se muestra en la Fig. 12*c*. Podemos, por tanto, comenzar con ese diagrama y desconectar la línea, luego reducir aún más la red, conservando los terminales *L*, *M* y *Wi*. En este punto

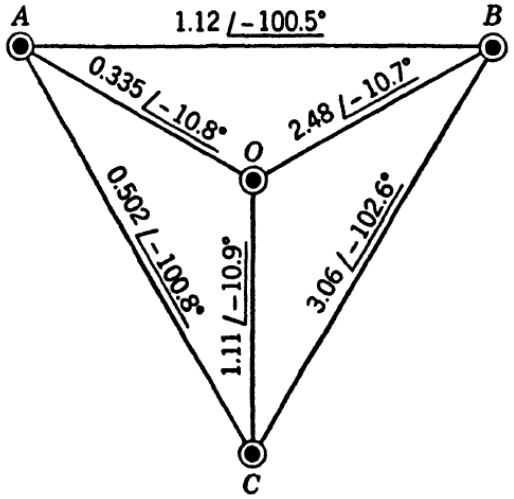


Figura 14
Red resultante de la reducción de la red de la Fig. 10 con la línea de Patten a Dyche desconectada (Ejemplo 2).

se pueden unir la carga y las admitancias de la máquina, como en la parte a de esta solución, y reducir aún más la red, preservando las terminales *A*, *B*, *C* y *O*. Los detalles del cálculo no se darán aquí. La red resultante se muestra en la Fig. 14. Las admitancias de los elementos son:

$$\mathbf{y}_{AB} = 1.12\underline{|-100.5°} = -0.205 - j1.10 \text{ p.u.}$$
$$\mathbf{y}_{BC} = 3.06\underline{|-102.6°} = -0.66 - j2.98 \text{ p.u.}$$
$$\mathbf{y}_{CA} = 0.502\underline{|-100.8} = -0.093 - j0.493 \text{ p.u.}$$
$$\mathbf{y}_{AO} = 0.335\underline{|-10.8} = +0.330 - j0.063 \text{ p.u.}$$
$$\mathbf{y}_{BO} = 2.48\underline{|-10.7°} = +2.44 - j0.46 \text{ p.u.}$$
$$\mathbf{y}_{CO} = 1.11\underline{|-10.9°} = +1.08 - j0.21 \text{ p.u.}$$

Las admitancias de borne son

$$\mathbf{Y}_{AA} = \mathbf{y}_{AB} + \mathbf{y}_{CA} + \mathbf{y}_{AO} = +0.03 - j1.66 = 1.66\underline{|-89.0°} \text{ p.u.} \qquad Rpta.$$
$$\mathbf{Y}_{BB} = \mathbf{y}_{AB} + \mathbf{y}_{BC} + \mathbf{y}_{BO} = +1.58 - j4.54 = 4.81\underline{|-70.7°} \text{ p.u.} \qquad Rpta.$$
$$\mathbf{Y}_{CC} = \mathbf{y}_{BC} + \mathbf{y}_{CA} + \mathbf{y}_{CO} = +0.33 - j3.68 = 3.69\underline{|-84.9°} \text{ p.u.} \qquad Rpta.$$

$$\mathbf{Y}_{AB} = -\mathbf{y}_{AB} = +0.205 - j1.10 = 1.12\underline{|79.5°} \text{ p.u.} \qquad \textit{Rpta.}$$
$$\mathbf{Y}_{BC} = -\mathbf{y}_{BC} = +0.66 + j2.98 = 3.06\underline{|77.4°} \text{ p.u.} \qquad \textit{Rpta.}$$
$$\mathbf{Y}_{CA} = -\mathbf{y}_{CA} = +0.093 + j0.493 = 0.502\underline{|79.2°} \text{ p.u.} \qquad \textit{Rpta.}$$

EJEMPLO 3

Calcule y trace las curvas de oscilación para el sistema de tres máquinas de la Fig. 10 con condiciones iniciales como en el Ejemplo 1, suponiendo que se produzca un cortocircuito trifásico en el punto X, Fig. 10, y que se solucione (a) en 0.40 seg. y (b) en 0.35 seg. Lleve las curvas lo suficientemente lejos como para determinar si el sistema es estable.

Solución. Las condiciones iniciales, calculadas en el Ejemplo 1, son:

$$E_A = 1.17 \qquad \delta_A = 23.0° \qquad P_{uA} = P_{iA} = 0.80$$
$$E_B = 1.01 \qquad \delta_B = 10.4° \qquad P_{uB} = P_{iB} = 2.30$$
$$E_C = 1.00 \qquad \delta_C = 9.5° \qquad P_{uC} = P_{iC} = 0.90$$

Las admitancias de borne con la falla presente, calculadas en el Ejemplo 2, parte *a*, son:

$$Y_{AA}\cos\theta_{AA} = 0$$
$$Y_{BB}\cos\theta_{BB} = 0.24$$
$$Y_{CC}\cos\theta_{CC} = 0.09$$

$$Y_{AB} = 0.086 \qquad \theta_{AA} = 86.0°$$
$$Y_{BC} = 0.668 \qquad \theta_{BC} = 84.7°$$
$$Y_{CA} = 0.086 \qquad \theta_{CA} = 86.7°$$

Las admitancias de borne con la falla eliminada, calculadas en el Ejemplo 2, parte *b*, son:

$$Y_{AA}\cos\theta_{AA} = 0.03$$
$$Y_{BB}\cos\theta_{BB} = 1.58$$
$$Y_{CC}\cos\theta_{CC} = 0.33$$

$$Y_{AB} = 1.12 \qquad \theta_{AA} = 79.5°$$
$$Y_{BC} = 3.06 \qquad \theta_{BC} = 77.4°$$
$$Y_{CA} = 0.502 \qquad \theta_{CA} = 79.2°$$

Las ecuaciones potencia – ángulo tienen la forma de las ecs. 17. Sustituyendo los valores numéricos anteriores, obtenemos las siguientes expresiones, que se aplican mientras la falla está activa:

$$\begin{aligned} P_{uA} &= (1.17)^2 \times 0 + 1.17 \times 0.086 \cos(86.0° - \delta_A + \delta_B) \\ &\qquad + 1.17 \times 1.00 \times 0.086 \cos(86.7° - \delta_A + \delta_C) \\ &= 0.10\cos(86.0° - \delta_A + \delta_B) + 0.10\cos(86.7° - \delta_A + \delta_C) \end{aligned}$$

$$P_{uB} = (1.01)^2 \times 0.24 + 1.01 \times 1.17 \times 0.086 \cos(86.0° - \delta_B + \delta_A) + 1.01 \times 1.00 \times 0.668 \cos(84.7° - \delta_B + \delta_C) = 0.24 + 0.10 \cos(86.0° - \delta_A + \delta_B) + 0.68 \cos(84.7° - \delta_B + \delta_C)$$

$$P_{uC} = (1.00)^2 \times 0.09 + 1.00 \times 1.17 \times 0.086 \cos(86.7° - \delta_C + \delta_A) + 1.00 \times 1.01 \times 0.668 \cos(84.7° - \delta_C + \delta_B) = 0.09 + 0.10 \cos(86.7° - \delta_C + \delta_A) + 0.68 \cos(84.7° - \delta_C + \delta_B)$$

Y las siguientes expresiones, las cuales se aplican después que la falla ha sido eliminada

$$P_{uA} = (1.17)^2 \times 0.03 + 1.17 \times 1.01 \times 1.12 \cos(79.5° - \delta_A + \delta_B) + 1.17 \times 1.00 \times 0.502 \cos(79.2° - \delta_A + \delta_C) = 0.04 + 1.03 \cos(79.5° - \delta_A + \delta_B) + 0.59 \cos(79.2° - \delta_A + \delta_C)$$

$$P_{uB} = (1.01)^2 \times 1.58 + 1.01 \times 1.17 \times 1.12 \cos(79.5° - \delta_B + \delta_A) + 1.01 \times 1.00 \times 3.06 \cos(77.4° - \delta_B + \delta_C) = 1.61 + 1.30 \cos(79.5° - \delta_B + \delta_A) + 3.09 \cos(77.4° - \delta_B + \delta_C)$$

$$P_{uC} = (1.00)^2 \times 0.33 + 1.00 \times 1.17 \times 0.502 \cos(79.2° - \delta_C + \delta_A) + 1.00 \times 1.01 \times 3.06 \cos(77.4° - \delta_C + \delta_B) = 0.33 + 0.59 \cos(79.2° - \delta_C + \delta_A) + 3.09 \cos(77.4° - \delta_C + \delta_B)$$

Las constantes de inercia de las máquinas se pueden calcular de los datos dados en el Ejemplo 1 por la fórmula (ec. 54, Capitulo II)

$$M = \frac{GH}{180f} = \frac{GH}{180 \times 60}$$

Donde: M = constate de inercia por unidad

G = Potencia aparente en por unidad de la estación

H = energía cinética a velocidad nominal en megajulios por mega voltio-amperio nominal

f = frecuencia en ciclos por segundo.

$$M_A = \frac{3 \times 35 \times 3.00}{100 \times 10,800} = 2.92 \times 10^{-4}$$

$$M_B = \frac{4 \times 75 \times 7.00}{100 \times 10,800} = 19.45 \times 10^{-4}$$

$$M_C = \frac{2 \times 50 \times 8.00}{100 \times 10,800} = 7.41 \times 10^{-4}$$

El intervalo de tiempo Δt para los cálculos punto por punto se tomará como 0.10 seg. Entonces

$$\frac{\Delta t^2}{M_A} = \frac{0.010}{2.92\times10^{-4}} = 34.3$$

$$\frac{\Delta t^2}{M_B} = \frac{0.010}{19.45\times10^{-4}} = 5.14$$

$$\frac{\Delta t^2}{M_C} = \frac{0.010}{7.41\times10^{-4}} = 13.5$$

Los cálculos de potencia se llevan a cabo en las Tablas 5, 6 y 7, y los cálculos de las curvas de oscilación en las Tablas 8, 9 y 10. Los resultados de los cálculos de las curvas de oscilación, es decir, las posiciones angulares de las tres máquinas como funciones del tiempo, y también las diferencias angulares entre cada par de máquinas, se enumeran en la Tabla 11. Las curvas de oscilación se trazan en las Figs. 15 y 16. La figura 15 muestra

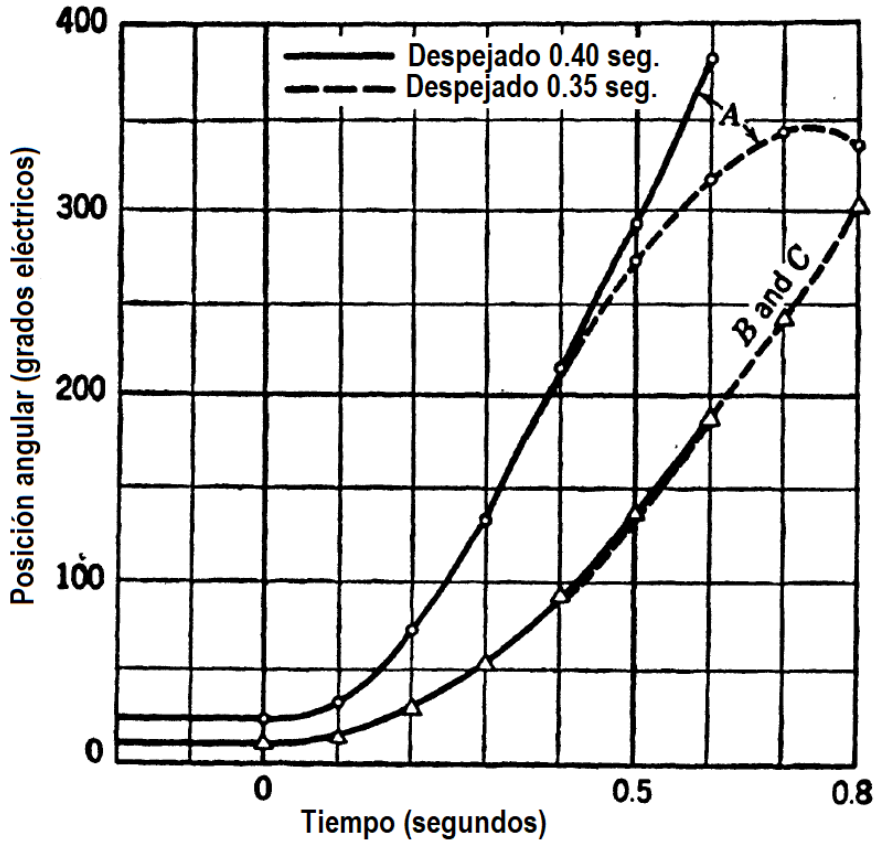


Figura 15

Las curvas de oscilación del sistema de tres máquinas de la Fig. 10 con un cortocircuito trifásico en el punto X cerca del bus Patten se despejaron en 0.35 seg. y en 0.40 seg. Las máquinas B y C permanecen aproximadamente 2° entre sí. Véase también la Fig. 16. (Ejemplo 3.)

la posición angular de cada máquina con respecto a un eje de referencia que gira a velocidad normal. Las tres máquinas aumentan su velocidad debido a la caída de la producción durante el cortocircuito y al supuesto de entrada constante. Las máquinas *B* y *C* oscilan prácticamente juntas y, por tanto, están representadas por la misma curva. La figura 16 muestra la posición angular de la máquina *A* con respecto a la máquina *B*.

Tabla 5 CALCULO DE P_{uA} (EJEMPLO 3)

θ_{AB}	δ_{AB}	$\theta_{AB} - \delta_{AB}$	cos	P_{ABm}	P_{AB}	θ_{AC}	δ_{AC}	$\theta_{AC} - \delta_{AC}$	cos	P_{ACm}	P_{AC}	P_{AA}	P_{uA}
86.0	12.6	73.4	0.286	0.10	0.03	86.7	13.5	73.2	0.289	0.10	0.03	0	0.06
"	20.2	65.8	0.410	"	0.04	"	20.9	65.8	0.410	"	0.04	"	0.08
"	42.1	43.9	0.721	"	0.07	"	42.3	44.4	0.714	"	0.07	"	0.14
"	76.1	9.9	0.985	"	0.10	"	75.4	11.3	0.981	"	0.10	"	0.20
"	119.9	– 33.9	0.830	"	0.08	"	117.8	– 31.1	0.856	"	0.09	"	0.17
79.5	119.9	– 40.4	0.762	1.30	0.99	79.2	117.8	– 38.6	0.782	0.59	0.46	0.04	1.49
"	153.8	– 74.3	0.271	"	0.35	"	151.4	– 72.2	0.306	"	0.18	"	0.57
"	133.1	– 53.6	0.593	"	0.77	"	131.9	– 52.7	0.606	"	0.36	"	1.17
"	127.6	– 48.1	0.668	"	0.87	"	128.8	– 49.6	0.648	"	0.38	"	1.29
"	99.6	– 20.1	0.939	"	1.22	"	102.4	– 23.2	0.919	"	0.54	"	1.80

Tabla 6 CALCULO DE P_{uB} (EJEMPLO 3)

θ_{AB}	δ_{AB}	$\theta_{AB} + \delta_{AB}$	cos	P_{ABm}	P_{BA}	θ_{BC}	δ_{BC}	$\theta_{BC} - \delta_{BC}$	cos	P_{BCm}	P_{BC}	P_{BB}	P_{uB}
86.0	12.6	98.6	– 0.150	0.10	– 0.02	84.7	0.9	83.8	0.108	0.68	0.07	0.24	0.29
"	20.2	106.2	– 0.279	"	– 0.03	"	0.7	84.0	0.104	"	0.07	"	0.28
"	42.1	128.1	– 0.617	"	– 0.06	"	0.2	84.5	0.096	"	0.07	"	0.25
"	76.1	162.1	– 0.952	"	– 0.10	"	– 0.7	85.4	0.080	"	0.05	"	0.19
"	119.9	205.9	– 0.900	"	– 0.09	"	– 2.1	86.8	0.056	"	0.04	"	0.19
79.5	119.9	199.4	– 0.943	1.30	– 1.23	77.4	– 2.1	79.5	0.182	3.09	0.56	1.61	0.94
"	153.8	233.3	– 0.598	"	– 0.78	"	– 2.4	79.8	0.177	"	0.55	"	1.38
"	133.1	212.6	– 0.842	"	– 1.09	"	– 1.2	78.6	0.198	"	0.61	"	1.13
"	127.6	207.1	– 0.890	"	– 1.16	"	1.2	76.2	0.238	"	0.74	"	1.19
"	99.6	179.1	– 1.000	"	– 1.30	"	2.8	74.6	0.266	"	0.82	"	1.13

Tabla 7 CALCULO DE P_{uC} (EJEMPLO 3)

θ_{AC}	δ_{AC}	$\theta_{AC} + \delta_{AC}$	cos	P_{ACm}	P_{CA}	θ_{BC}	δ_{BC}	$\theta_{BC} + \delta_{BC}$	cos	P_{BCm}	P_{CB}	P_{CC}	P_{uC}
86.7	13.5	100.2	– 0.177	0.10	– 0.02	84.7	0.9	85.6	0.077	0.68	0.05	0.09	0.12
"	20.9	107.6	– 0.316	"	– 0.03	"	0.7	85.4	0.080	"	0.05	"	0.11
"	42.3	129.0	– 0.629	"	– 0.06	"	0.2	84.9	0.089	"	0.06	"	0.09
"	75.4	162.1	– 0.952	"	– 0.10	"	– 0.7	84.0	0.104	"	0.07	"	0.06
"	117.8	204.5	– 0.910	"	– 0.09	"	– 2.1	82.6	0.129	"	0.09	"	0.09
79.2	117.8	197.0	– 0.956	0.59	– 0.56	77.4	– 2.1	75.3	0.254	3.09	0.78	0.33	0.55
"	151.4	230.6	– 0.635	"	– 0.37	"	– 2.4	75.0	0.259	"	0.80	"	0.76
"	131.9	211.1	– 0.883	"	– 0.50	"	– 1.2	76.2	0.238	"	0.74	"	0.57
"	128.8	208.0	– 0.883	"	– 0.52	"	1.2	78.6	0.198	"	0.61	"	0.42
"	102.4	181.6	– 1.000	"	– 0.59	"	2.8	80.2	0.170	"	0.52	"	0.26

Tabla 8

CÁLCULO DE δ_A

t (seg.)	P_{iA} (p.u.)	P_{uA} (p.u.)	P_{aA} (p.u.)	34.3 P_{aA} (grad. elec.)	$\Delta\delta_A$ (grad. elec.)	δ_A (grad. elec.)
0+	0.80	0.06	0.74			23.0
0 prom.			0.37	12.7		
					12.7	
0.1	"	0.08	0.72	24.7		35.7
					37.4	
0.2	"	0.14	0.66	22.6		73.1
					60.0	
0.3	"	0.2	0.60	20.6		133.1
					80.6	
0.4 –	"	0.17				213.7
0.4 +	"	1.49				
0.4 prom.	"	0.83	– 0.03	– 1.0		
					79.6	
0.5	"	0.57	0.23	7.9		293.3
					87.5	
0.6						380.8
					80.6	
0.4	0.80	1.49	– 0.69	– 23.6		213.7
					57.0	
0.5	"	1.17	– 0.37	– 12.7		270.7
					44.3	
0.6	"	1.29	– 0.49	– 16.8		315.0
					27.5	
0.7	"	1.8	– 1.00	– 34.3		342.5
					-6.8	
0.8						335.7

Tabla 9
CÁLCULO DE δ_B

t (seg.)	P_{iB} (p.u.)	P_{uB} (p.u.)	P_{aB} (p.u.)	5.14 P_{aB} (grad. elec.)	$\Delta\delta_B$ (grad. elec.)	δ_B (grad. elec.)
0+	2.30	0.29	2.01			10.4
0 prom.			1.00	5.1		
					5.1	
0.1	"	0.28	2.02	10.4		15.5
					15.5	
0.2	"	0.25	2.05	10.5		31.0
					26.0	
0.3	"	0.19	2.11	10.8		57.0
					36.8	
0.4 –	"	0.19				93.8
0.4 +	"	0.94				
0.4 prom.	"	0.56	1.74	8.9		
					45.7	
0.5	"	1.38	0.92	4.7		139.5
					50.4	
0.6						189.9
					36.8	
0.4	2.30	0.94	1.36	7.0		3.8
					43.8	
0.5	"	1.13	1.17	6.0		137.6
					49.8	
0.6	"	1.19	1.11	5.7		187.4
					55.5	
0.7	"	1.13	1.17	6.0		242.9
					61.5	
0.8						304.4

Tabla 10
CÁLCULO DE δ_C

t (seg.)	P_{iC} (p.u.)	P_{uC} (p.u.)	P_{aC} (p.u.)	13.5 P_{aC} (grad. elec.)	$\Delta\delta_C$ (grad. elec.)	δ_C (grad. elec.)
0 +	0.90	0.12	0.78			9.5
0 prom.			0.39	5.3		
					5.3	
0.1	"	0.11	0.79	10.7		14.8
					16.0	
0.2	"	0.09	0.81	10.9		30.8
					26.9	
0.3	"	0.06	0.84	11.3		57.7
					38.2	
0.4 –	"	0.09				95.9
0.4 +	"	0.55				
0.4 prom.	"	0.32	0.58	7.8		
					46.0	
0.5	"	0.76	0.14	1.9		141.9
					47.9	
0.6						189.8
					38.2	
0.4	0.90	0.55	0.35	4.7		95.9
					42.9	
0.5	"	0.57	0.33	4.5		138.8
					47.4	
0.6	"	0.42	0.48	6.5		186.2
					53.9	
0.7	"	0.26	0.64	8.6		240.1
					62.5	
0.8						302.6

Si el cortocircuito se despeja en 0.40 seg., el sistema es inestable: la máquina *A* se desfasa con las máquinas *B* y *C*, aunque *B* y *C* permanecen juntas. Si el cortocircuito se despeja en 0.35 seg., el sistema es estable. Ambas condiciones son evidentes en la Fig. 16 a 0.6 segundos. El tiempo crítico de limpieza está entre 0.35 y 0.40 seg.

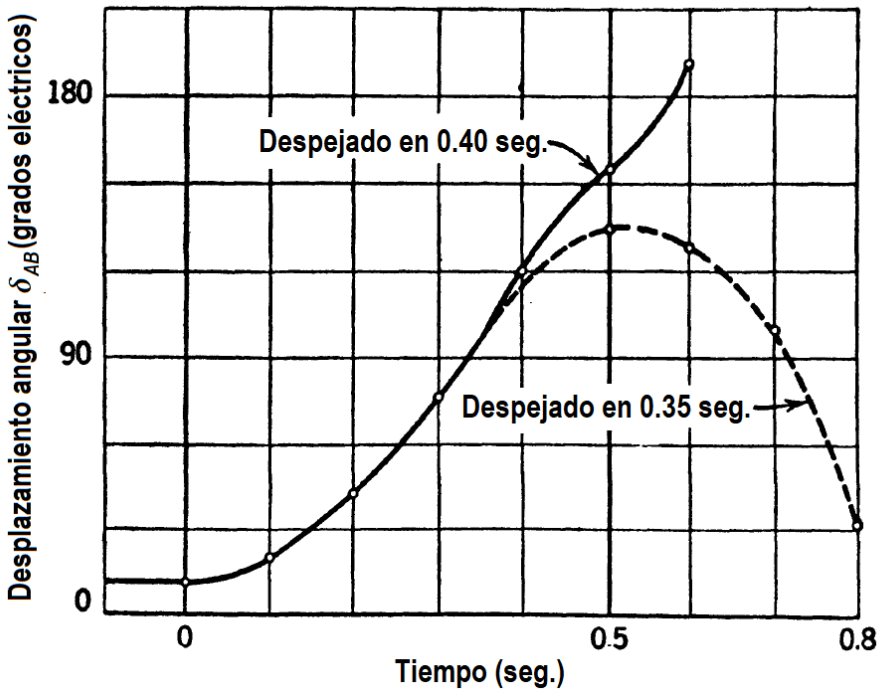


Figura 16
Curva de oscilación en términos de diferencia angular entre las máquinas *A* y *B*. (Ejemplo 3).

Tabla 11
DATOS DE LA CURVA DE OSCILACIÓN (EJEMPLO 3)

t (seg.)	δ_A (grad. elec.)	δ_B (grad. elec.)	δ_C (grad. elec.)	δ_{AB} (grad. elec.)	δ_{AC} (grad. elec.)	δ_{BC} (grad. elec.)
0	23.0	10.4	9.5	12.6	13.5	0.9
0.1	35.7	15.5	14.8	20.2	20.9	0.7
0.2	73.1	31.0	30.8	42.1	42.3	0.2
0.3	133.1	57.0	57.7	76.1	75.4	– 0.7
0.4	213.7	93.8	95.9	119.9	117.8	– 2.1
0.5	293.3	139.5	141.9	153.8	151.4	– 2.4
0.6	380.8	189.9	189.8	190.9	191.0	0.1
0.5	270.7	137.6	138.8	133.1	131.9	– 1.2
0.6	315.0	187.4	186.2	127.6	128.8	1.2
0.7	342.5	242.9	240.1	99.6	102.4	2.8
0.8	335.7	304.4	302.6	31.3	33.1	1.8

Reducción de red mediante uso del Tablero de cálculo. A veces, para montar una red en un tablero de cálculo sin exceder el número de unidades de impedancia disponibles, es necesario reducir la red o una parte de ella a un circuito equivalente.

Si es necesario conservar las identidades de sólo dos terminales de la red, incluido el neutro o la tierra, si hay ramas conectadas a ella, la red puede reducirse a un elemento de impedancia; si se deben conservar tres terminales, se puede reducir a un circuito Δ (o Y) equivalente; si tiene cuatro terminales, a un circuito en malla equivalente de seis elementos; y así sucesivamente.

La reducción puede realizarse mediante cálculo, como ya se ha descrito, o puede realizarse de forma muy sencilla con la ayuda de un tablero de cálculo. Si se va a utilizar el método del tablero, se configura la red; un terminal está conectado a una fuente de alimentación y los otros terminales están conectados mediante puentes a la

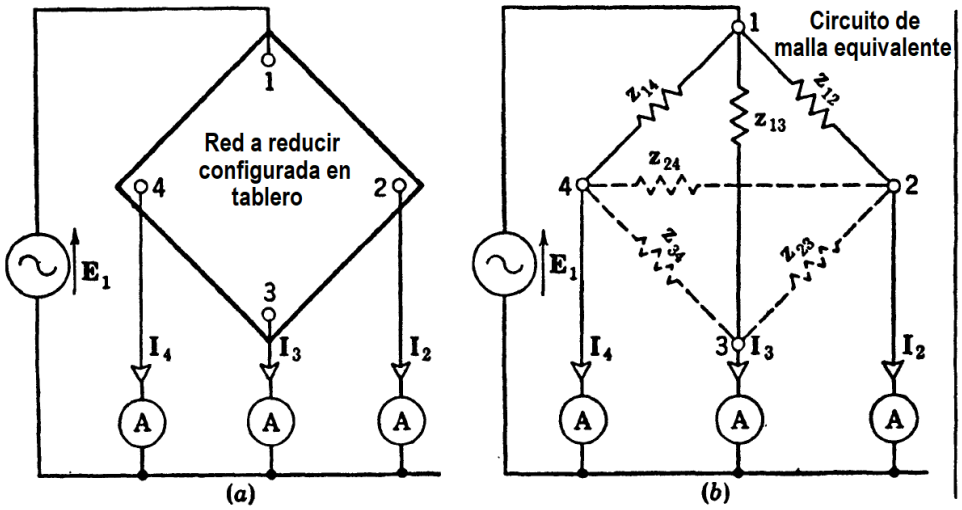


Figura 17

Reducción de una red de cuatro terminales, configurada en un tablero de cálculo, a un circuito de malla equivalente de cuatro terminales mediante mediciones de tensión y corriente.

barra neutra como se muestra en la Fig. I7*a* para una red de cuatro terminales. Luego se miden en forma vectorial el voltaje aplicado y las corrientes que salen de todos los demás terminales. Si se configurara el circuito equivalente (Fig. 17*b*), produciría las mismas mediciones. Como no habría corrientes en los elementos en cortocircuito (que se muestran con líneas discontinuas en la Fig. 17*b*), cada corriente terminal medida sería igual a la corriente en uno de los elementos restantes. Por tanto las impedancias de estos elementos son:

$$\mathbf{z}_{12} = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{I}_2}, \qquad \mathbf{z}_{13} = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{I}_3}, \qquad \mathbf{z}_{14} = \frac{\mathbf{E}_1}{\mathbf{I}_4} \tag{48}$$

Ahora bien, si se aplica tensión entre el terminal 2 y los terminales 1, 3 y 4 unidos, y si se hacen medidas similares, tenemos:

$$\mathbf{z}_{12} = \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{I}_1}, \qquad \mathbf{z}_{23} = \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{I}_3}, \qquad \mathbf{z}_{24} = \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{I}_4} \tag{49}$$

Si se realizan mediciones similares con la tensión aplicada a cada terminal por turno, cada impedancia se determina dos veces (como se indicó para $\mathbf{z}_{12}$ arriba), proporcionando así una verificación del trabajo.

Si se desprecian la resistencia y la capacitancia, o si se supone que todos los ángulos de impedancia son iguales, se puede usar un tablero de cálculo d-c de esta manera para determinar las admitancias en las ecuaciones de potencia – ángulo que luego se usan para calcular las salidas de las máquinas.

Combinando máquinas. De la discusión y los ejemplos anteriores se desprende que la cantidad de trabajo involucrado en hacer un estudio de estabilidad aumenta enormemente a medida que aumenta el número de máquinas síncronas incluidas, especialmente si la red se resuelve algebraicamente. Para ahorrar trabajo es importante mantener al mínimo el número de máquinas representadas por separado. Incluso en un tablero de cálculo, este número no debe exceder el número de unidades generadoras en el tablero. El número de máquinas puede reducirse combinando varias máquinas que oscilan juntas o casi juntas para formar una única máquina equivalente.

Si varias máquinas estuvieran acopladas mecánicamente (con relaciones de velocidad tales que todas generaran la misma frecuencia), se verían obligadas a oscilar juntas, es decir, a tener velocidades y aceleraciones iguales, aunque no tuvieran posiciones angulares iguales. Dado que la constante de inercia puede definirse como la potencia requerida para producir una aceleración angular unitaria, y dado que la potencia (o torque) requerida para producir la misma aceleración de todas las máquinas es la suma de las potencias (o torques) requeridas para acelerar las máquinas individuales, la constante de inercia del grupo es la suma de las constantes de inercia de las máquinas individuales. Si las máquinas oscilan juntas, aunque no estén acopladas mecánicamente, las condiciones en la red son las mismas que si estuvieran acopladas mecánicamente. Por lo tanto, *la constante de inercia de la máquina equivalente se toma como la suma de las constantes de inercia de las máquinas individuales* (referidas a una base común de mega voltamperios[14] si la potencia se expresa en por unidad). No importa si las máquinas se ven obligadas a oscilar juntas mediante un acoplamiento eléctrico cercano (baja impedancia entre máquinas) o si simplemente oscilan juntas a pesar de estar eléctricamente alejadas.

Si las máquinas que se van a combinar para formar una máquina equivalente están conectadas en paralelo en sus terminales, entonces, según el teorema de Thevenin, su efecto sobre la red es el mismo que si fueran reemplazadas por una única fuente de f.e.m., igual a la tensión de circuito abierto del grupo de máquinas, en serie con una única impedancia, igual a la impedancia vista desde los terminales cuando las fem's de las máquinas son cero. Por lo tanto, *la impedancia de la máquina equivalente es una reactancia igual a la combinación paralela de las reactancias de las máquinas individuales* (referida, por supuesto, a una base común de mega voltamperios si se

[14] Como se indicó en el Capítulo II, la constante de inercia varía inversamente con los mega voltamperios base.

expresa en por unidad). La fem equivalente es una especie de promedio de las fem's de las máquinas individuales. Si las máquinas oscilan juntas, la fem equivalente es de magnitud constante y tiene la misma frecuencia que la fem de las máquinas. *La fem de la máquina equivalente es tal que la máquina equivalente suministra inicialmente a la red la misma potencia activa y reactiva que el grupo de máquinas que reemplaza*.

Si las máquinas a combinar no están en paralelo en sus bornes, sus reactancias no se pueden combinar. Los puntos ficticios entre la reactancia y la fuente de tensión interna de cada máquina están conectados entre sí, sin embargo, de esta manera se ponen en paralelo las diversas fuentes de tensión y se conectan en un extremo todas las reactancias, cuyos otros extremos van a diferentes puntos de la red. Las fuentes de tensión en paralelo se sustituyen por una única fuente que, como antes, se ajusta para entregar inicialmente a la red la misma potencia activa y reactiva que las fuentes a las que sustituye. La división de esta potencia entre los distintos puntos de conexión a la red será generalmente diferente de la división original. Las reactancias de las máquinas individuales pueden dejarse como parte de la red establecida en una placa calculadora; o, si se desea, la red puede reducirse aún más. En el tablero de cálculo es fácil combinar máquinas cuando las condiciones lo justifican y luego separarlas nuevamente o formar nuevas combinaciones según parezca deseable.[15]

La única prueba concluyente de si las máquinas pueden combinarse en un caso dado sin demasiado error en las curvas de oscilación o en las conclusiones relativas a la estabilidad del sistema es calcular las curvas de oscilación, primero con las máquinas no combinadas y luego nuevamente con ellas combinadas, y comparar los resultados de los dos cálculos. Si las curvas de oscilación obtenidas con las máquinas no combinadas muestran que un grupo de máquinas oscilan casi juntas, sin embargo, esta evidencia es suficiente para concluir, sin correr las curvas de oscilación combinadas, que las máquinas del grupo pueden combinarse con un efecto despreciable en las curvas de oscilación de las otras máquinas. Ninguno de los criterios anteriores para combinar máquinas ahorra trabajo en los casos a los que se aplica; por tanto, su único valor es dar experiencia de cómputo que debería desarrollar su juicio sobre las circunstancias bajo las cuales se pueden hacer combinaciones. Por lo tanto, conviene hacer algunas observaciones adicionales.

La posibilidad de que las máquinas oscilen juntas aumenta por una disminución de la impedancia de las conexiones entre ellas, por la proximidad en sus posiciones angulares iniciales, por la similitud de sus constantes de inercia y por la lejanía de la falla o fuente de la perturbación. Es habitual combinar todas las máquinas en la misma estación (a menos que la estación sea operada separadamente), aunque las máquinas tengan capacidades, impedancias, constantes de inercia o cargas iniciales diferentes. También se pueden combinar dos o más estaciones que estén conectadas entre sí mediante puentes de baja impedancia. Con frecuencia, todo un sistema urbano está representado por una única máquina equivalente si el estudio se refiere a la estabilidad

[15] Un ejemplo de esta práctica aparece en el Estudio 1, Capítulo VII.

de las conexiones entre dicho sistema y centrales hidroeléctricas remotas u otros sistemas urbanos.

EJEMPLO 4

Las curvas de oscilación obtenidas en el Ejemplo 3 muestran que las máquinas *B* y *C* oscilan casi juntas. Combínelas para formar una única máquina equivalente llamada *D* y calcule las curvas de oscilación del sistema de dos máquinas resultante para las mismas condiciones que las que se cumplen en el Ejemplo 3.

Solución. La constante de inercia de la máquina equivalente es:

$$M_D = M_B + M_C = (19.5 + 7.4)10^{-4} = 26.9 \times 10^{-4} \text{ por unidad}$$
$$M_A = 2.92 \times 10^{-4}, \text{ como antes}$$

El intervalo de tiempo Δt para cálculos punto por punto se tomará como 0.10 seg., como en el Ejemplo 3.

$$\frac{\Delta t^2}{M_A} = 34.3, \text{ como antes}$$
$$\frac{\Delta t^2}{M_D} = \frac{0.010}{26.9 \times 10^{-4}} = 3.72$$

Las condiciones iniciales para el sistema de tres máquinas, calculado como en el Ejemplo 1 y utilizado en el Ejemplo 3, son:

$E_A = 1.17$	$\delta_A = 23.0°$	$P_{iA} = 0.80$
$E_B = 1.01$	$\delta_B = 10.4°$	$P_{iB} = 2.30$
$E_C = 1.00$	$\delta_C = 9.5°$	$P_{iC} = 0.90$

Las condiciones para la máquina A aún se mantienen. La entrada y salida de prefalla de la máquina D es

$$P_{iD} = P_{iB} + P_{iC} = 2.30 + 0.90 = 3.20$$

Los valores de E_B y E_C son casi iguales, por lo que el valor de E_D puede considerarse sin error grave como igual al de E_B = 1,01. El valor de *D* estará entre los valores de δ_B = 10.4° y δ_C = 9.5°, probablemente más cerca del valor de δ_B porque *B* es una máquina más grande que *C*. Se podría utilizar un promedio ponderado, así:

$$\delta_D = \frac{\delta_B P_B + \delta_C P_C}{P_D} = \frac{10.4 \times 2.3 + 9.5 \times 0.90}{3.20} = 10.1°$$

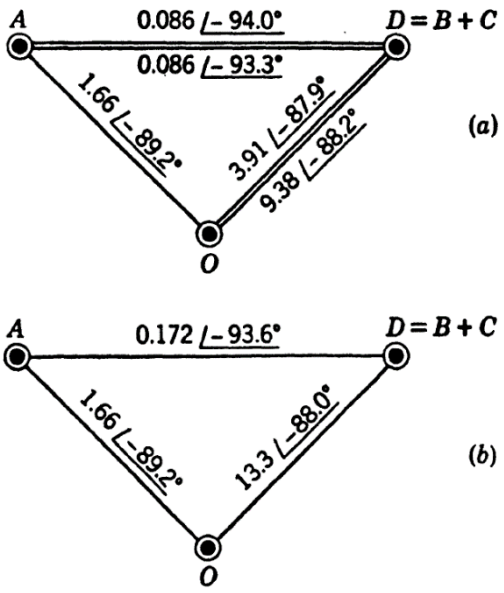


Figura 18

Reducción de la red de la Fig. 13*h* uniendo los terminales *B* y *C* para formar el terminal *D*. Cortocircuito presente. (Ejemplo 4).

Un método más riguroso y mucho más laborioso es tomar la red de prefalla de la Fig. 12*i*; añadirle ramas que representen las admitancias de las dos cargas y de las tres máquinas; unir los puntos *B* y *C* para formar el terminal *D*; reducir la red a un delta entre los puntos *A*, *D*, y *O*; escribir la ecuación potencia – ángulo que proporcione P_{uD} en función de δ_A, δ_D y las admitancias de los terminales de la red; sustituir en esta ecuación los valores de P_{uD} y δ_A, y resolver para δ_D. El resultado es δ_D = 10,3°. Se utilizará este valor, aunque no se mostrarán los detalles de su cálculo.

Reducción de red y ecuaciones potencia – ángulo, falla presente. La red reducida del sistema de tres máquinas con la falla activada se muestra en la Fig. 13*h* y se vuelve a dibujar en la Fig. 18*a* con los terminales *B* y *C* unidos para dar el terminal *D*. Luego se hacen dos combinaciones en paralelo, dando la red de la Fig. 18*b*. Los detalles del cálculo son los siguientes:

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_{AD} &= \mathbf{y}_{AB} + \mathbf{y}_{AC} = 0.086\underline{|-94.0^\circ} + 0.086\underline{|-93.3^\circ} \\ &= -0.006 - j0.086 - 0.005 - j0.086 \\ &= -0.011 - j0.172 = 0.172\underline{|-93.6^\circ}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_{DO} &= \mathbf{y}_{BO} + \mathbf{y}_{CO} = 9.38\underline{|-88.2^\circ} + 3.91\underline{|-87.9^\circ} \\ &= 0.30 - j9.38 + 0.15 - j3.91 = 0.45 - j13.29 \\ &= 13.3\underline{|-88.0^\circ}\end{aligned}$$

Las admitancias de borne son

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_{AA} &= -j1.84 = 1.84\underline{|-90.0^\circ}, \quad \text{como antes} \\ \mathbf{Y}_{DD} &= \mathbf{y}_{AD} + \mathbf{y}_{DO} = -0.01 - j.17 + 0.45 - j13.29 \\ &= 0.44 - j13.46 = 13.5\underline{|-88.1^\circ} \\ \mathbf{Y}_{AD} &= -\mathbf{y}_{AD} = -0.172\underline{|-93.6^\circ} = 0.172\underline{|86.4^\circ}\end{aligned}$$

Las ecuaciones potencia – ángulo son:

$$\begin{aligned}P_{uA} &= 1.17 \times 1.01 \times 0.172 \cos\left(86.4 - \delta_A + \delta_D\right) \\ &= 0.203 \cos\left(86.4^\circ - \delta_{AD}\right) = 0.203 \operatorname{sen}\left(3.6^\circ + \delta_{AD}\right) \\ P_{uD} &= \left(1.01\right)^2 \times 0.44 + 1.01 \times 1.17 \times 0.172 \cos\left(86.4^\circ + \delta_{AD}\right) \\ &= 0.45 + 0.203 \operatorname{sen}\left(3.6^\circ - \delta_{AD}\right)\end{aligned}$$

Reducción de red y ecuaciones de potencia – ángulo, falla eliminada. La red reducida del sistema de tres máquinas con la falla eliminada se muestra en la Fig. 14 y se vuelve a

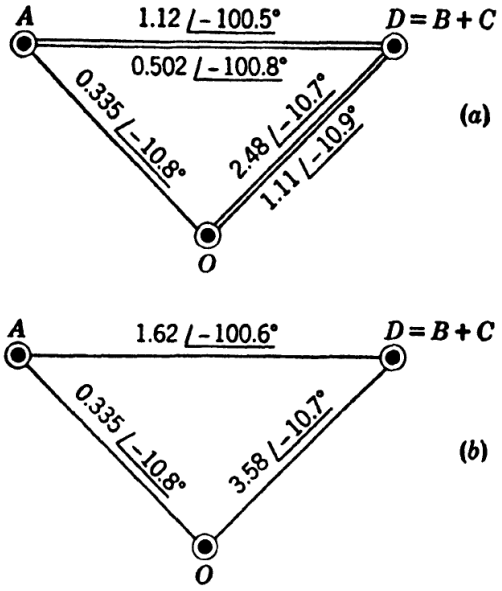


Figura 19

Reducción de la red de la Fig. 14 uniendo los terminales *B* y *C* para formar el terminal *D*. Cortocircuito eliminado. (Ejemplo 4).

dibujar en la Fig. 19*a* con los terminales *B* y *C* unidos para dar el terminal *D*. Después de hacer dos combinaciones en paralelo, como sigue, se obtiene la red de la Fig. 19*b*.

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_{AD} &= \mathbf{y}_{AB} + \mathbf{y}_{AC} = 1.12\underline{|-100.5^\circ} + 0.502\underline{|-100.8^\circ} \\ &= -0.205 - j1.10 - 0.093 - j0.49 = -0.30 - j1.59 \\ &= 1.62\underline{|-100.6^\circ} \\ \mathbf{y}_{DO} &= \mathbf{y}_{BO} + \mathbf{y}_{CO} = 2.48\underline{|-10.7^\circ} + 1.11\underline{|-10.9^\circ} \\ &= 2.44 - j0.46 + 1.08 - j0.21 = 3.52 - j0.67 \\ &= 3.58\underline{|-10.7^\circ}\end{aligned}$$

Las admitancias de borne son:

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}_{AA} &= 0.03 - j1.66 = 1.66\underline{|-89.0^\circ} \\ \mathbf{Y}_{DD} &= \mathbf{y}_{AD} + \mathbf{y}_{DO} \\ &= -0.30 - j1.59 + 3.52 - j0.67 = 3.22 - j2.26 \\ \mathbf{Y}_{AD} &= -\mathbf{y}_{AD} = -1.62\underline{|-100.6^\circ} = 1.62\underline{|79.4^\circ}\end{aligned}$$

Las ecuaciones potencia – ángulo son:

$$\begin{aligned}P_{uA} &= (1.17)^2 \times 0.03 + 1.17 \times 1.01 \times 1.62 \cos(79.4^\circ - \delta_{AD}) \\ &= 0.04 + 1.91 \operatorname{sen}(10.6^\circ + \delta_{AD}) \\ P_{uD} &= (1.01)^2 \times 3.22 + 1.01 \times 1.17 \times 1.62 \cos(79.4^\circ + \delta_{AD}) \\ &= 3.28 + 1.91 \operatorname{sen}(10.6^\circ - \delta_{AD})\end{aligned}$$

Tabla 12 CÁLCULO DE P_{uA} Y P_{uD} (EJEMPLO 4)

θ_{AD}'	δ_{AD}	$\theta_{AD}' + \delta_{AD}$	sen	P_{ADm}	P_{AD}	P_{AA}	P_{uA}	$\Theta' - \delta_{AD}$	sen	P_{DAm}	P_{DA}	P_{DD}	P_{uD}
11.0	12.7	23.7	0.402	1.91	0.77	0.03	0.80	– 1.7	– 0.030	1.91	– 0.06	3.26	3.20
3.6	12.7	16.3	0.281	0.203	0.057	0.00	0.057	– 9.1	– 0.158	0.203	– 0.03	0.45	0.42
"	20.2	23.8	0.404	"	0.082	"	0.082	– 16.6	– 0.286	"	– 0.06	"	0.39
"	41.9	45.5	0.713	"	0.145	"	0.145	– 38.3	– 0.620	"	– 0.13	"	0.32
"	75.3	78.9	0.981	"	0.199	"	0.199	– 71.1	– 0.949	"	– 0.19	"	0.26
"	118.4	122.0	0.848	"	0.172	"	0.172	– 114.8	– 0.908	"	– 0.18	"	0.27
10.6	118.4	129.0	0.777	1.91	1.485	0.04	1.525	– 107.8	– 0.952	1.91	– 1.83	3.28	1.45
"	151.1	161.7	0.314	"	0.60	"	0.64	– 140.5	– 0.636	"	– 1.22	"	2.06
"	130.2	140.8	0.632	"	1.21	"	1.25	– 119.6	– 0.870	"	– 1.66	"	1.62
"	120.7	131.3	0.751	"	1.43	"	1.47	– 110.1	– 0.939	"	– 1.79	"	1.49
"	81.8	92.4	0.999	"	1.91	"	1.95	– 71.2	– 0.947	"	– 1.81	"	1.47

Los cálculos de potencia se llevan a cabo en la Tabla 12, y los cálculos de las curvas de oscilación, en las Tablas 13 y 14. Las posiciones angulares de las dos máquinas y la diferencia angular entre ellas se tabulan como funciones del tiempo en la Tabla 15. Los resultados concuerdan bastante bien con los del sistema de tres máquinas, Tabla 11, Ejemplo 3.

Tabla 13

CÁLCULO DE δ_A (EJEMPLO 4)

t (seg.)	P_{iA} (p.u.)	P_{uA} (p.u.)	P_{aA} (p.u.)	34.3 P_{aC} (grad. elec.)	$\Delta\delta_A$ (grad. elec.)	δ_A (grad. elec.)
0 –	0.800	0.800	0.00			
0+	"	0.057	0.743			
0 prom.			0.371	12.7		23.0
					12.7	
0.1	"	0.082	0.718	24.6		35.7
					37.3	
0.2	"	0.145	0.655	22.4		73.0
					59.7	
0.3	"	0.199	0.601	20.6		132.7
					80.3	
0.4 –	"	0.172				
0.4+	"	1.52				
0.4prom		0.85	– 0.05	– 1.7		
					78.6	
0.5	"	0.64	0.16	5.5		291.6
					84.1	
0.6						375.7
					80.3	
0.4	"	1.525	– 0.725	– 24.8		213.0
					55.5	
0.5	"	1.25	– 0.45	– 15.4		268.5
					40.1	
0.6	"	1.47	– 0.67	– 23.0		308.6
					17.1	
0.7	"	1.95	– 1.15	– 39.4		325.7
					– 22.3	
0.8						303.4

Tabla 14

CÁLCULO DE δ_D (EJEMPLO 4)

t (seg.)	P_{iD} (p.u.)	P_{uD} (p.u.)	P_{aD} (p.u.)	3.72 P_{aD} (grad. elec.)	$\Delta\delta_D$ (grad. elec.)	δ_D (grad. elec.)
0 –	3.20	3.20	0.00			
0+	"	0.42	2.78			
0 prom.			1.39	5.2		10.3
					5.2	
0.1	"	0.39	2.81	10.4		15.5
					15.6	
0.2	"	0.32	2.88	10.7		31.1
					26.3	
0.3	"	0.26	2.94	10.9		57.4
					37.2	
0.4 –	"	0.27				94.6
0.4+	"	1.45				
0.4prom	"	0.86	2.34	8.7		
					45.9	
0.5		2.06	1.14	4.2		140.5
					50.1	
0.6						190.6
					37.2	
0.4	"	1.45	1.75	6.5		94.6
					43.7	
0.5	"	1.62	1.58	5.9		138.3
					49.6	
0.6	"	1.49	1.71	6.4		187.9
					56.0	
0.7	"	1.49	1.73	6.4		243.9
					62.4	
0.8						306.3

Tabla 15

DATOS DE CURVA DE OSCILACIÓN (EJEMPLO 4)

t (seg.)	δ_A (grad. elec.)	δ_D (grad. elec.)	δ_{AD} (grad. elec.)
0.0	23.0	10.3	12.7
0.1	35.7	15.5	20.2
0.2	73.0	31.1	41.9
0.3	132.7	57.4	75.3
0.4	213.0	94.6	118.4
0.5	291.6	140.5	151.1
0.6	375.7	190.6	185.1
0.5	268.5	138.3	130.2
0.6	308.6	187.9	120.7
0.7	325.7	243.9	81.8
0.8	303.4	306.3	– 2.9

Tratamiento de condensadores síncronos. Lógicamente, en el cálculo de las curvas de oscilación, un condensador síncrono debería tratarse del mismo modo que un generador. Su potencia de salida es cero inicialmente, pero no mientras oscila. Cuando los condensadores se tratan como generadores, a menudo se encuentra que, aunque oscilan con gran amplitud y período más corto que los generadores, debido a sus constantes de inercia más pequeñas tienen poco efecto sobre la oscilación de los generadores. Por lo tanto, los condensadores síncronos a veces se representan en estudios de estabilidad transitoria en el tablero de cálculo mediante un condensador estático (o mediante reactores si los condensadores funcionan con corriente en retraso). Cada uno de estos condensadores está en serie con un reactor que representa la reactancia transitoria del condensador. En cada paso del cálculo de la oscilación, la capacitancia se reajusta para que su voltaje, que representa el voltaje detrás de la reactancia transitoria, se restablezca al valor inicial. De esta manera, se tiene en cuenta la potencia reactiva del condensador síncrono, pero se ignora la potencia activa. Este procedimiento evita la toma de lecturas de potencia y el cálculo de la curva de ala del condensador. Ofrece otro método, además de la combinación de máquinas, para reducir el número de máquinas consideradas en un estudio de estabilidad.

REFERENCIAS

1. *Electrical Transmission and Distribution Reference Book*, by Central Station Engineers of the Westinghouse Electric & Manufacturing Company, East Pittsburgh, Pa., 1st edition,1942.

a. Chapter16, "Power Transformers and Reactors," by J. E. Hobson and R. L. Witzke.

b. Appendix, Table7, "Equivalent Circuits of Power and Regulating Transformers."

c. Chapter 3, "Characteristics of Aerial Lines," by Sherwin H. Wright and C. F. Hall.

d. Chapter 6, "Electrical Characteristics of Cables," by H. N. Muller, Jr.

2. C. F. WAGNER and R. D. EVANS, Symmetrical Components, New York, Mc-Graw-Hill Book Co., 1933.

a. Chapter VI, "Constants of Transformers."

b. Chapters VII, VIII, IX, which discuss constants of transmission lines.

c. Chapter X, "Constants of Cables."

d. Appendix VII, "Characteristics of Conductors."

3. EDITH CLARKE, *Circuit Analysis of A-C Power Systems*, vol. I, New York, John Wiley & Sons, 1943.

a. Chapter VI, "Transmission Circuits with Distributed Constants."

b. Chapter XI, "Impedances of Overhead Transmission Lines."

c. Chapter XII, "Capacitances of Overhead Transmission Lines."

4. A. BOYAJIAN, "Theory of Three-Circuit Transformers," A.I.E.E. *Trans*., vol. 43, pp. 508-28, February, 1924; disc., p.529.

5. O. G. C. DAHL, *Electric Circuits-Theory and Applications*, vol. I, New York, McGraw-Hill Book Co., 1928. Chapter II, "Transformer Impedance and Equivalent Circuits."

6. F. M. STARR, "An Equivalent Circuit for the Four-Winding Transformer," Gen. Elec. Rev., vol. 36, pp. 150-2, March, 1933.

7. L. C. AICHER, JR., "A Useful Equivalent Circuit for a Five-Winding Transformer," *A.I.E.E. Trans.*, vol. 62, pp. 66-70, February, 1943; disc., p. 385.

8. J. E. CLEM, "Equivalent Circuit Impedance of Regulating Transformers," A.I.E.E. Trans., vol. 58, pp. 871-3, 1939; disc., pp. 873-4.

9. J. E. HOBSON and W. A. LEWIS, "Regulating Transformers in Power-System Analysis," *A.I.E.E. Trans*., vol. 58, pp. 874-83, 1939; disc., pp. 883-6.

10. L. F. BLUME, G. CAMILLI, A. BOYAJIAN, and V. M. MONTSINGER, *Transformer Engineering*, New York, John Wiley & Sons, 1938.

11. L. F. Woodruff, *Principles of Electric Power Transmission*, New York, John Wiley & Sons, 2nd edition, 1938. Líneas T y π equivalentes, pp. 112-5.

12. L. F. WOODRUFF, "Complex Hyperbolic Function Charts," *Elec*. *Eng*., vol. 54, pp. 550-4, May, 1935; disc., p. 1002, Sept., 1935. Las cartas también están publicadas en el libro, Ref. 11.

13. C. A. STREIFUS, C. S. ROADHOUSE, and R. B. Gow, "Measured Electrical Constants of 270-Mile 154-Kv. Transmission Line," *A.I.E.E. Trans*., vol. 63, pp. 538-42, July, 1944; disc., pp. 1351-2.

14. DONALD M. SIMMONS, "Calculation of the Electrical Problems of Underground Cables," *Elec*. *Jour*., vol. 29, pp. 237-41, 283-7, 336-40, 395-8, 423-6, 470-7, 527-30, May to November, 1932.

15. H. L. HAZEN, O. R. SCHURIG, and M. F. GARDNER, "The M.I.T. Network Analyzer: Design and Application to Power System Problems," *A.I.E.E. Trans*., vol. 49, pp. 1102-13, July, 1930; disc., pp. 1113-4.

16. H. A. TRAVERS and W. W. PARKER, "An Alternating-Current Calculating Board," *Elec*. *Jour*., vol. 27, pp. 266-70, May, 1930.

17. H. P. KUEHNI and R. G. LORRAINE, "A New A-C Network Analyzer," *A.I.E.E. Trans*., vol. 57, pp. 67-73, February, 1938; disc., pp. 418-22, July, 1938.

18. H. A. THOMPSON, "A Stabilized Amplifier for Measurement Purposes," *A.I.E.E. Trans*., vol. 57, pp. 379-84, July, 1938.

19. W. W. PARKER, "The Modern A-C Network Calculator," *A.I.E.E. Trans*., vol. 60, pp. 977-82, November, 1941; disc., pp. 1395-8.

20. Westinghouse Electric & Manufacturing Company, *Instruction Book on Alternating-Current Network Calculator*. Estos libros, proporcionados a los compradores de las calculadoras, son algo diferentes para cada modelo de calculadora.

21. General Electric Company, A-C. *Network Analyzer Manual*, Publication GET-1285, Schenectady, 1945.

22. DAN BRAYMER, "Today's Network Calculators Will Plan Tomorrow's Systems," *Elec. Wld.*, vol. 125, pp. 52-4, January 5, 1946. En la Tabla I se listan los tableros de cálculo A-C existentes o pedidos, con la propiedad, fecha, frecuencia, número de cada tipo de unidad de circuito y nombre y cargo del responsable.

PROBLEMAS DEL CAPITULO III

1. Mediante una conversión de T a π, verifique la regla del texto (pág. 61) para distribuir una pequeña carga derivada entre los dos extremos de la línea.

2. Escriba una expresión para la impedancia de una carga en función de su voltaje y potencia vectorial.

3. Verifique la regla dada (pág. 58) para estimar la reactancia de un autotransformador.

4. Encuentre las admitancias terminales de la red de la Fig. 10, considerada como un sistema de dos máquinas, para un cortocircuito parcialmente despejado abriendo el interruptor automático solo en el extremo de Patten.

5. Utilizando los resultados del Problema 4 y el Ejemplo 4, calcule y grafique las curvas de oscilación para determinar, con una precisión de 0.05 seg., el tiempo crítico de apertura del interruptor en Patten si el interruptor en Dyche permanece cerrado.

6. Resuelva el Ejemplo 2 para una nueva condición (*c*), cortocircuito parcialmente despejado abriendo el interruptor automático solo en el extremo de Patten.

7. Utilizando los resultados del Problema 6 y el Ejemplo 3, calcule y grafique las curvas de oscilación para determinar, con una precisión de 0.05 seg., el tiempo crítico de apertura del interruptor en Patten para despejar parcialmente un cortocircuito trifásico en *X* si el interruptor en Dyche permanece cerrado.

8. Resuelva el Ejemplo 1 con los siguientes cambios: Las dos líneas de Murphy a Dyche (Fig. 10) están fuera de servicio. Las salidas iniciales del generador son: Lunt, 105 MW; Murphy, 195 MW; Wieboldt, 100 MW.

9. Resuelva el Ejemplo 2 para la condición descrita en el Problema 8.

10. Calcule y grafique las curvas de oscilación para el sistema de tres máquinas de la Fig. 10 con las condiciones descritas en el Prob. 8 si se produce un cortocircuito trifásico en el punto *X* y se despeja en 0.30 seg. abriendo los interruptores en ambos extremos de la línea. Los resultados de los problemas 8 y 9 son necesarios para resolver este problema.

CAPITULO IV

EL CRITERIO DE ESTABILIDAD DE ÁREAS IGUALES

Aplicabilidad del criterio de áreas iguales. Para determinar si un sistema de potencia es estable después de una perturbación, es necesario, en general, trazar e inspeccionar las curvas de oscilación. Si estas curvas muestran que el ángulo entre dos máquinas cualesquiera tiende a aumentar sin límite, el sistema, por supuesto, es inestable. Si, por el contrario, después de que se hayan producido todas las perturbaciones, incluida la conmutación, los ángulos entre las dos máquinas de cada par posible alcanzan valores máximos y luego disminuyen, es probable, aunque no seguro, que el sistema sea estable. Ocasionalmente, en un sistema de múltiples máquinas, una de las máquinas puede permanecer en el paso en la primera oscilación y aún perder el paso en la segunda oscilación porque las otras máquinas están en diferentes posiciones y reaccionan de manera diferente sobre la primera máquina.

En un sistema de dos máquinas, bajo las suposiciones habituales de entrada constante, sin amortiguamiento y tensión constante detrás de la reactancia transitoria, el ángulo entre las máquinas aumenta indefinidamente o bien, después de que se han producido todas las perturbaciones, oscila con amplitud constante. En otras palabras, las dos máquinas pierden el paso en la primera oscilación o nunca. En estas condiciones, la observación de que las máquinas se detienen entre sí puede tomarse como prueba de que el sistema es estable. Existe un método gráfico simple, que se explicará en este capítulo, para determinar si las máquinas se detienen entre sí. Este método se conoce como el *criterio de áreas iguales para la estabilidad*. Cuando este criterio es aplicable, su uso elimina total o parcialmente la necesidad de calcular las curvas de oscilación y, por lo tanto, ahorra una cantidad considerable de trabajo. Es aplicable a cualquier sistema de dos máquinas para el cual se pueden hacer las suposiciones establecidas anteriormente.

El hecho de que las condiciones supuestas no sean estrictamente ciertas no invalida necesariamente el criterio. Si la entrada a las máquinas no es constante, sino que cambia por la acción de los gobernadores, el efecto de tal acción generalmente no será apreciable hasta después de la primera oscilación y entonces tendrá una dirección tal que ayude a la estabilidad. Cualquier amortiguación presente reducirá ligeramente la amplitud de la primera oscilación y reducirá aún más la amplitud de las oscilaciones subsiguientes.

El efecto de variar la tensión detrás de la reactancia transitoria, o lo que es lo mismo, variar el enlace de flujo del devanado de campo, merece consideración. Al ocurrir una falla, la corriente de campo aumenta repentinamente en la medida requerida para compensar el aumento de la reacción de desmagnetización de la corriente de armadura y, por lo tanto, para mantener un enlace de flujo constante del circuito de campo. Si la máquina no tiene un regulador de tensión, la corriente de campo finalmente vuelve a su valor original, igual a la tensión del excitador dividido por la resistencia del circuito de campo; y, a medida que decae, el enlace de flujo también decae. La constante de tiempo de la caída es del orden de 2 a 5 seg., y durante la primera oscilación los enlaces de flujo no disminuyen mucho en ninguna máquina que no pierda el paso en esa oscilación, si la falla se mantiene durante un tiempo. Sin embargo, durante mucho tiempo, los enlaces de flujo pueden reducirse tanto que el sistema, aunque sobreviva a la primera oscilación, finalmente se volverá inestable. Incluso si la falla se elimina rápidamente, la apertura de una línea para eliminarla puede disminuir la potencia de sincronización máxima y, por lo tanto, aumentar el desplazamiento angular requerido para una transferencia de potencia dada y disminuir el enlace de flujo para una corriente de campo dada. En este caso, así como en el caso de una falla sostenida, es posible que las máquinas permanezcan sincronizadas durante la primera oscilación, pero pierdan el ritmo más adelante. Si el sistema es estable en la primera oscilación y también estable en el estado estacionario subsiguiente (suponiendo una corriente de campo constante),[1] es razonable suponer que no será inestable en ningún momento intermedio; porque probablemente habrá suficiente amortiguamiento para reducir la amplitud de oscilación tan rápido como decae el flujo.

Si las máquinas tienen reguladores de tensión, los reguladores tenderán a mantener una tensión terminal constante, lo que requeriría un aumento de los enlaces de flujo de campo. Con los sistemas de excitación de velocidad de respuesta ordinaria, la acción del regulador y del excitador es demasiado lenta para tener un efecto apreciable durante la primera oscilación, pero es lo suficientemente rápida para evitar la pérdida de sincronismo en oscilaciones posteriores. Mediante el uso de reguladores de tensión, es posible preservar la estabilidad incluso en algunos casos en los que el sistema sería inestable sobre la base de una corriente de campo constante en estado estable después de eliminar la falla.[2]

De la discusión anterior puede verse que, si un sistema de dos máquinas no pierde sincronismo durante la primera oscilación, es muy probable que sea estable, especialmente si las máquinas tienen reguladores de tensión, y también que la estabilidad o inestabilidad en la primera oscilación puede determinarse con buena precisión bajo los supuestos de entrada constante, sin amortiguamiento y tensión constante detrás de la reactancia transitoria. El criterio de áreas iguales es un medio útil para determinar si un sistema de dos máquinas es estable bajo estas suposiciones.

[1] En el Capítulo IV, Vol. III se discute la Estabilidad de Estado estable

[2] El decremento de campo y la acción del regulador de tensión se discuten en los Capítulos XII y XIII, Vol. III

El criterio de áreas iguales es aplicable a todos los sistemas de dos máquinas, ya sea que realmente tengan solo dos máquinas o que sean representaciones simplificadas de sistemas con más de dos máquinas. Los sistemas de dos máquinas se pueden dividir en dos tipos, que se considerarán a su vez: (1) aquellos que tienen una máquina finita que oscila con respecto a una barra infinita,[3] y (2) aquellos que tienen dos máquinas finitas que se balancean entre sí.

Una máquina oscilando respecto a una barra infinita. La ecuación de oscilación de la máquina finita es

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a = P_i - P_u \tag{1}$$

Donde M es la constante de inercia de la máquina finita, y δ el desplazamiento angular de la máquina con respecto a la barra infinita.

Multiplicando cada miembro de la ecuación por $2d\delta$ / Mdt:

$$2\frac{d^2\delta}{dt^2}\frac{d\delta}{dt} = 2\frac{P_a}{M}\frac{d\delta}{dt} \tag{2}$$

o

$$\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2\right] = 2\frac{P_a}{M}\frac{d\delta}{dt} \tag{3}$$

A continuación, multiplique cada lado por dt obteniendo diferenciales en lugar de derivadas,

$$d\left[\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2\right] = 2\frac{P_a}{M}d\delta \tag{4}$$

e integremos

$$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = \frac{2}{M}\int_{\delta_0}^{\delta} P_a\, d\delta \tag{5}$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega' = \sqrt{\frac{2}{M}\int_{\delta_0}^{\delta} P_a\, d\delta} \tag{6}$$

Cuando la máquina se detiene con respecto al barra infinita, – una condición que puede tomarse como indicadora de estabilidad –

$$\omega' = 0 \tag{7}$$

[3] Una *barra infinita* es una fuente de tensión constante en fase, magnitud y frecuencia y no se ve afectado por la cantidad de corriente extraída de él. Se puede considerar como una barra al que se conectan máquinas que tienen una clasificación agregada infinita o, en otras palabras, como una máquina que tiene impedancia cero e inercia infinita. Un gran sistema de potencia a menudo se puede considerar como una barra infinita.

Requiriendo que

$$\int_{\delta_0}^{\delta_m} P_a \, d\delta = 0 \tag{8}$$

Esta integral puede interpretarse gráficamente (Fig. 1) como el área bajo una curva de P_a trazada contra δ entre los límites δ_0, el ángulo inicial, y δ_m, el ángulo final; o, desde

$$P_a = P_i - P_u \tag{9}$$

la integral también puede interpretarse como el área entre la curva de P_i frente a δ y la curva de P_u frente a δ y la curva de P_u frente a δ. La curva de P_i versus δ es una línea horizontal, ya que se supone que P_i es constante. La curva de P_u frente a δ, conocida como *curva de potencia – ángulo*, es una sinusoide (derivada en la siguiente sección de este capítulo) si la red es lineal y si la máquina está representada por una reactancia constante. El área para ser igual a cero, debe constar de una parte positiva A_1, para la cual $P_i > P_u$, y una parte negativa igual y opuesta A_2, para la cual $P_i < P_u$. De ahí se origina el nombre, *criterio de igualdad de áreas para la estabilidad*.

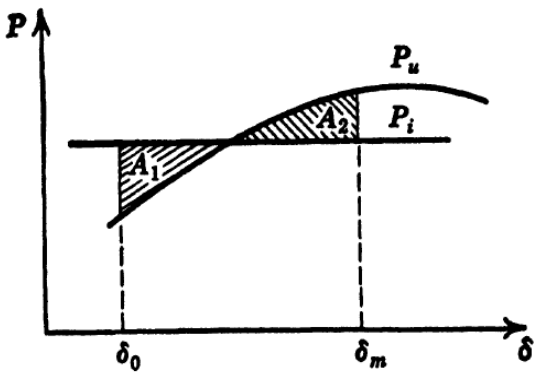


Figura 1
El criterio de igualdad de áreas para estabilidad

Las áreas A_1 y A_2 pueden interpretarse en términos de energía cinética. El trabajo realizado sobre un cuerpo giratorio por un momento de torsión T que actúa en un ángulo $\delta - \delta_0$ es

$$W = \int_{\delta_0}^{\delta} T \, d\delta \tag{10}$$

y este trabajo aumenta la energía cinética del cuerpo. La potencia de aceleración P_a es proporcional al torque, bajo la suposición anterior de una velocidad casi constante. Por tanto, el trabajo realizado sobre la máquina para acelerarla, que aparece como energía cinética, es proporcional al área A_1. Cuando la potencia de aceleración se vuelve negativa y la máquina se retarda, esta energía cinética se pierde; y, cuando todo se da por vencido, la máquina ha vuelto a su velocidad original. Esto ocurre cuando $A_2 = A_1$. Las energías cinéticas involucradas en esta explicación son ficticias y se calculan en términos de la velocidad relativa en lugar de la velocidad real.

La ecuación potencia – ángulo para el caso de una máquina y una barra infinita se sigue directamente de la ecuación potencia – ángulo para una máquina de un sistema multimáquina (ec. 17*a*, Capítulo III) si dejamos que el subíndice 1 denote la máquina finita y el subíndice 2 denote la barra infinita, y si ponemos $\delta_1 = \delta$ y $\delta_2 = 0$.

$$P_{u1} = E_1^2 Y_{11} \cos\theta_{11} + E_1 E_2 Y_{12} \cos(\theta_{12} - \delta)$$

$$= P_C + P_M \operatorname{sen}(\delta - \gamma) \qquad (11)$$

Donde: $P_C = E_1^2 Y_{11} \cos \theta_{11}$

$P_M = E_1 E_2 Y_{12}$

E_1 es la tensión interna de la máquina

E_2 es la tensión de la barra infinita

$Y_{11}\underline{|\theta_{11}}$ y $Y_{12}\underline{|\theta_{12}}$ son las admitancias terminales de la red entre la máquina y la barra infinita, tal como se definen en el Capítulo III.

$\gamma = \theta_{12} - 90°$

La curva potencia – ángulo es, en general, una sinusoide desplazada. Es similar a la sinusoide simple.

$$P_u = P_M \operatorname{sen}\delta \qquad (12)$$

desplazada hacia arriba una distancia P_C y a la derecha una distancia $\gamma = \theta_{12} - 90°$, como se muestra en la Fig.2. (NOTA: para una red que consta de resistencia y reactancia inductiva, θ_{12} se encuentra entre 90° y 180°, γ se encuentra entre 0 y 90°, y θ_{11} se encuentra entre 0 y – 90°. Para una red que consta solo de reactancia inductiva, $\theta_{12} = 90°$, $\gamma = 0$ y $\theta_{11} = -90°$.)

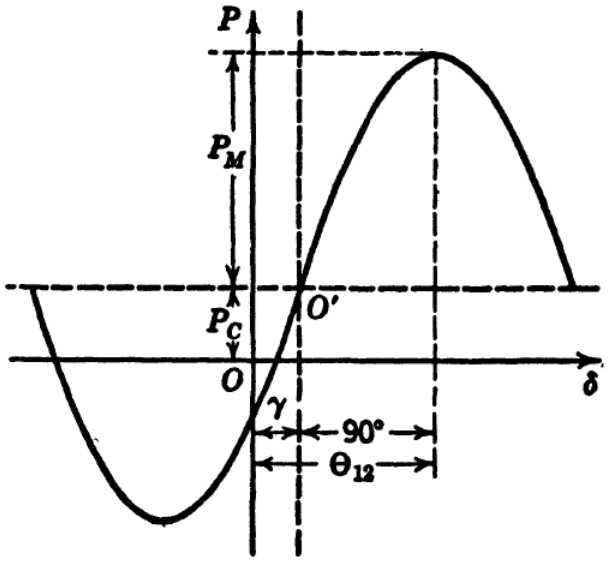


Figura 2

Curva potencia – ángulo de la red disipativa: una sinusoide desplazada. El desplazamiento vertical es P_a y el desplazamiento horizontal es δ.

Si la red consta únicamente de reactancia, entonces la ec. 11 se reduce a la ec. 12 y la curva del ángulo de potencia es una sinusoide no desplazada.

Aplicaciones del criterio. El uso del método de áreas iguales se ilustrará aplicándolo a dos casos simples:

1. Una falla de línea sostenida.

2. Falla de línea que se elimina después de un cierto tiempo mediante la apertura simultánea de los interruptores automáticos en ambos extremos de la línea.

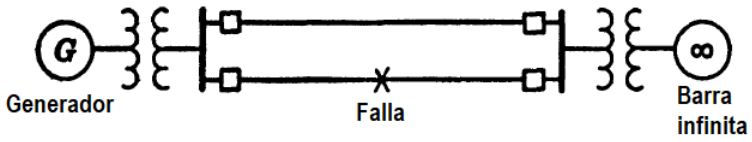


Figura 3

Sistema de potencia consistente en un generador conectado a través de una línea de doble circuito a una barra infinita. El criterio de áreas iguales para la estabilidad de este sistema se ilustra en las Figs. 4, 5 y 6.

Se supone que la falla ocurre en el punto X del sistema simple de la Fig. 3, que consta de un generador conectado a través de una línea de doble circuito a una barra infinita. La entrada al generador y la tensión detrás de la reactancia transitoria se suponen constantes.

1. *Falla de línea sostenida*. Las curvas de potencia – ángulo, que dan la salida del generador frente al ángulo de desplazamiento, se muestran en la Fig. 4 para dos

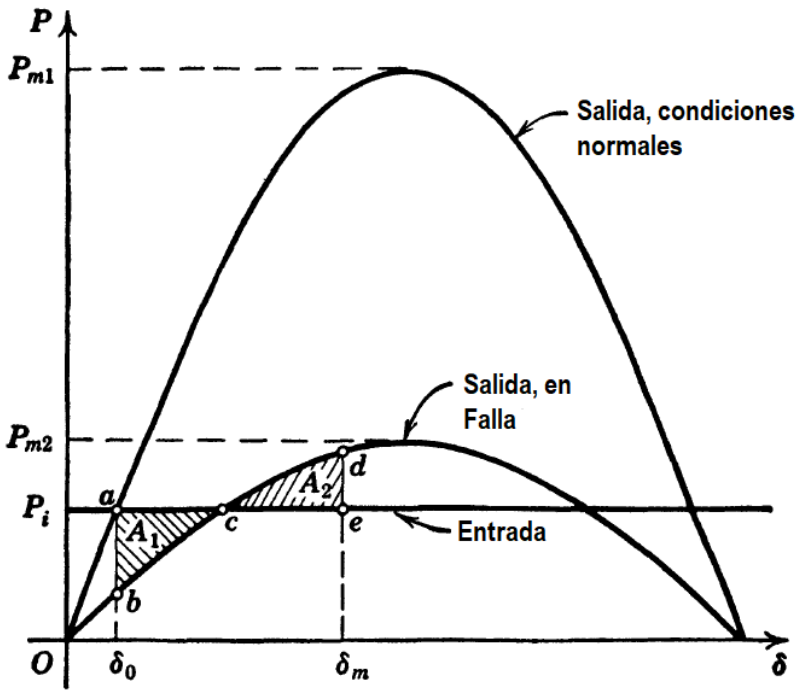


Figura 4

El criterio de áreas iguales aplicado a una falla sostenida en el sistema de potencia de la Fig.3. El generador oscila desde el ángulo inicial δ_0 hasta el ángulo máximo δ_m determinado por la igualdad de las áreas A_1 y A_2. El sistema es estable cuando transmite potencia P_i.

condiciones: (1) normal y (2) con falla. La línea horizontal a la distancia P_i por encima del eje representa la entrada constante. El punto de operación inicial está en la intersección de las curvas de entrada y salida normal. El ángulo de desplazamiento inicial es δ_0 y la velocidad angular relativa inicial es cero. Cuando se aplica la falla, el punto de operación cae a b, directamente debajo de a en la

curva de salida de falla. El ángulo de desplazamiento permanece δ_0 en el instante de la aplicación de la falla. Hay entonces un poder acelerador, $P_a = P_i - P_u$; representado por la longitud *ab*. Como consecuencia, el generador se acelera, el ángulo de desplazamiento aumenta y el punto de operación se mueve a lo largo de la curva de *b* hacia *c*. Al hacerlo, la potencia aceleradora y la aceleración disminuyen, volviéndose cero en *c*. En este punto, sin embargo, la velocidad del generador es mayor que la de la barra infinita y el ángulo θ continúa aumentando. Al hacerlo, P_a se vuelve negativo, lo que representa el poder retardador. La velocidad disminuye hasta que en el punto *d*, determinado por la igualdad del área $A_1 = abc$ y el área $A_2 = cde$, se vuelve cero. Aquí se alcanza el desplazamiento angular máximo δ_m. Todavía hay un torque de retardo; por lo tanto, la velocidad del generador continúa disminuyendo, llegando a ser menor que la de la barra infinita. El ángulo de desplazamiento δ disminuye y el punto de operación se mueve de *d* a través de *c* hacia *b*. El sistema es estable. El punto de operación continuaría oscilando entre *b* y *d* si no hubiera amortiguamiento. De hecho, las oscilaciones disminuyen y el punto de operación finalmente se establece en *c*.

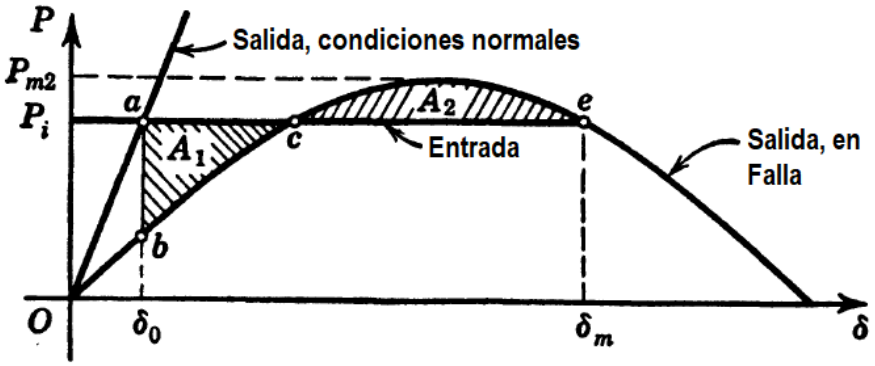


Figura 5

Aplicación del criterio de áreas iguales para encontrar el límite de potencia del sistema de potencia de la Fig. 3 con una falla sostenida. La línea de entrada se eleva desde su posición en la Fig. 4 hasta que δ_m alcanza la intersección de la línea de entrada con la curva de salida, falla presente.

Si se aumentara la carga inicial del generador, como se representa elevando la línea de entrada, aumentarían las áreas A_1 y A_2 y el ángulo máximo δ_m. El mayor valor que podría tener P_i sin que la máquina se desfase durante la existencia de la falla sería aquel valor que hace que δ_m se presente en la intersección de la curva de entrada y la curva de salida de la falla, como se muestra en la Fig. 5. Este es la condición crítica en la que tanto la velocidad como la aceleración se vuelven cero simultáneamente en el ángulo δ_m. El valor de P_i que hace que ocurra esta condición es el *límite de estabilidad transitoria*.

Si la carga inicial fuera aún mayor, el área A_2 de la Fig. 5 sería menor que el área A_1. El generador alcanzaría el punto *e* de la curva, donde la aceleración es cero, con una velocidad superior a la normal. En consecuencia, δ seguiría aumentando y, al hacerlo, el poder de aceleración volvería a ser positivo. El

sistema sería inestable. En este caso hay algún retardo (entre *c* y *e*), pero no lo suficiente como para evitar la pérdida de sincronismo.

Si la entrada P_i fuera mayor que P_{m2}, la salida máxima con la falla encendida, no habría retardo alguno; y, por supuesto, el sistema sería inestable con una falla sostenida.

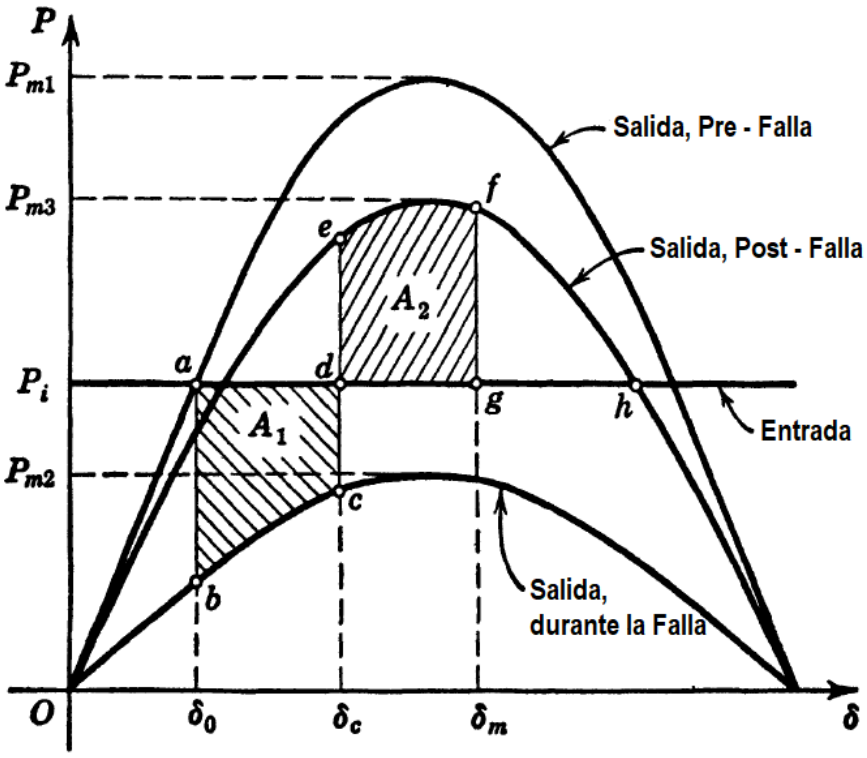


Figura 6

Criterio de áreas iguales aplicado al sistema de potencia de la Fig. 3 para una falla eliminada en el ángulo δ_c.

2. *Fallo de línea con posterior despeje*. En este caso, se necesitan tres curvas de potencia – ángulo: (1) para la condición normal o previa a la falla con el sistema intacto, (2) para la condición de falla y (3) para la condición posterior a la falla o eliminada con la línea con falla desconectada. Estas curvas se muestran en la Fig. 6.

Como en el caso 1, el ángulo inicial δ_0 está determinado por la intersección de la línea de entrada y la curva de salida previa a la falla (punto *a*). La aplicación de la falla hace que el punto de operación caiga de *a* a *b* en la curva de salida de falla, y la potencia de aceleración hace que se mueva a lo largo de la curva de *b* a *c*. Podemos suponer que, cuando se alcanza el punto *c*, los interruptores automáticos se abren, eliminando la falla. Luego, el punto de operación salta hasta *e* en la curva de salida posterior a la falla y viaja a lo largo de esa curva hasta *f*, donde el área $A_2 = defg$ es igual al área $A_1 = abcd$.

Con una falla eliminada, como con una falla sostenida, una entrada más alta (y una salida inicial) haría que el punto *f* se moviera hacia la derecha hasta que en el

límite de estabilidad *f* coincidiera con *h*. Un valor aún más alto de P_i conduciría a la inestabilidad.

Otro factor que haría que *f* se moviera hacia la derecha es un aumento en el tiempo de despeje de la falla, resultando en un ángulo de despeje mayor δ_c. Para cualquier carga inicial dada hay un ángulo de despeje crítico. Si el ángulo de despeje real es menor que el valor crítico, el sistema es estable; si es mayor, el sistema es inestable.

Normalmente, el ángulo de despeje δ_c no se conoce directamente; en cambio, se conoce el tiempo de despeje (suma del tiempo del relé y el tiempo del interruptor). Para determinar el ángulo de despeje a partir del tiempo de despeje, se debe determinar la curva de oscilación hasta el momento del despeje. Para este fin, se puede utilizar una curva de oscilación calculada previamente. (Véase el Capítulo V.) El uso de curvas oscilantes no se elimina por completo, pero se reduce al mínimo por el criterio de áreas iguales.

3. *Otras aplicaciones del criterio de áreas iguales* se dejan al lector. (Consulte los Problemas al final de este capítulo).

EJEMPLO 1

Usando el criterio de áreas iguales, encuentre el ángulo de despeje crítico para las condiciones del Ejemplo 4, Capítulo II. A partir de la curva de oscilación para una falla sostenida, encuentre el tiempo crítico de despeje.

Solución. La red (que se muestra en la Fig. 8, Capítulo II) no tiene resistencia y, por lo tanto, las curvas de potencia – ángulo son sinusoides no desplazadas. En el Ejemplo 4 del Capítulo II se encontró que las amplitudes de las curvas eran 2.58, 0.936 y 2.06 por unidad para las condiciones previas a la falla, falla y posteriores a la falla, respectivamente. La entrada fue de 0.80 por unidad. Las tres curvas de salida y la línea de entrada se trazan en la Fig. 7. El punto de operación inicial *a* se encuentra en la intersección de la línea de entrada y la curva de salida anterior a la falla. El desplazamiento angular inicial 60, determinado a partir de esta intersección, es de aproximadamente 18°. (Se calculó como 18.10 en el Ejemplo 4.) Al ocurrir la falla, el punto de operación cae en *b* en la curva de salida de la falla y luego se mueve a lo largo de esa curva. A medida que se mueve de *b* a *c*, la máquina se acelera y adquiere energía cinética proporcional a A_1 (el área sombreada *abc*). Al contar pequeños cuadrados en el papel cuadriculado, encontramos que esta área es de 19.3 cuadrados. El punto de operación continúa moviéndose a lo largo de la curva de salida de falla y, a medida que se mueve de *c* a *d*, la máquina se retarda. Se encuentra que el área A_2 es –11.4 cuadrados, dando un área neta hasta el punto *d* de 19.3 – 11.4 = 7.9 cuadrados. Por lo tanto, cuando la máquina alcanza un valor de igual a la abscisa del punto *d*, todavía tiene una velocidad positiva con respecto a la barra infinita. A medida que el punto de operación se mueve de *d* a *e*, la máquina se acelera nuevamente y, obviamente, perdería el paso si la falla no se solucionara. De hecho, se encontró que esto era así en el cálculo punto por punto de la curva oscilante de la Fig. 9, Capítulo II, para una falla sostenida. Cuando se elimina la falla, el punto de operación salta a la curva de salida posterior a la falla, o del punto *e* al punto *g*, y luego se mueve a lo largo de esta curva. A medida que se mueve de *g* a *h*; la

máquina está retardada. La velocidad relativa se volverá cero cuando el área neta se vuelva cero. La condición crítica es aquella en la que la velocidad relativa se vuelve cero al igual que el poder de retardo se vuelve cero. Geométricamente, la condición es aquella en la que el área neta hasta la intersección *h* es cero. Esta condición se encuentra deslizando la línea vertical *efg* de izquierda a derecha o de derecha a izquierda hasta el área $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 0$. En la práctica, esto se hace fácilmente contando cuadrados en columnas desde *d* a la derecha y desde *h* a la izquierda, acumulando totales a medida que avanzamos y encontrando dónde los totales son iguales y opuestos o al menos más parecidos. En el presente problema esta igualdad ocurre en 138° o 139°, que es por lo tanto el ángulo crítico de despeje, δ_c. El área sombreada en la Fig. 7 es $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 19.3 - 11.4 + 3.3 - 10.4 = 0.8 \approx 0$.

De la curva de oscilación para una falla sostenida (Fig. 9, Capítulo II) encontramos que el tiempo correspondiente a $\delta = 138°$ es $t = 0.61$ seg. Este es el tiempo crítico de despeje, t_c.

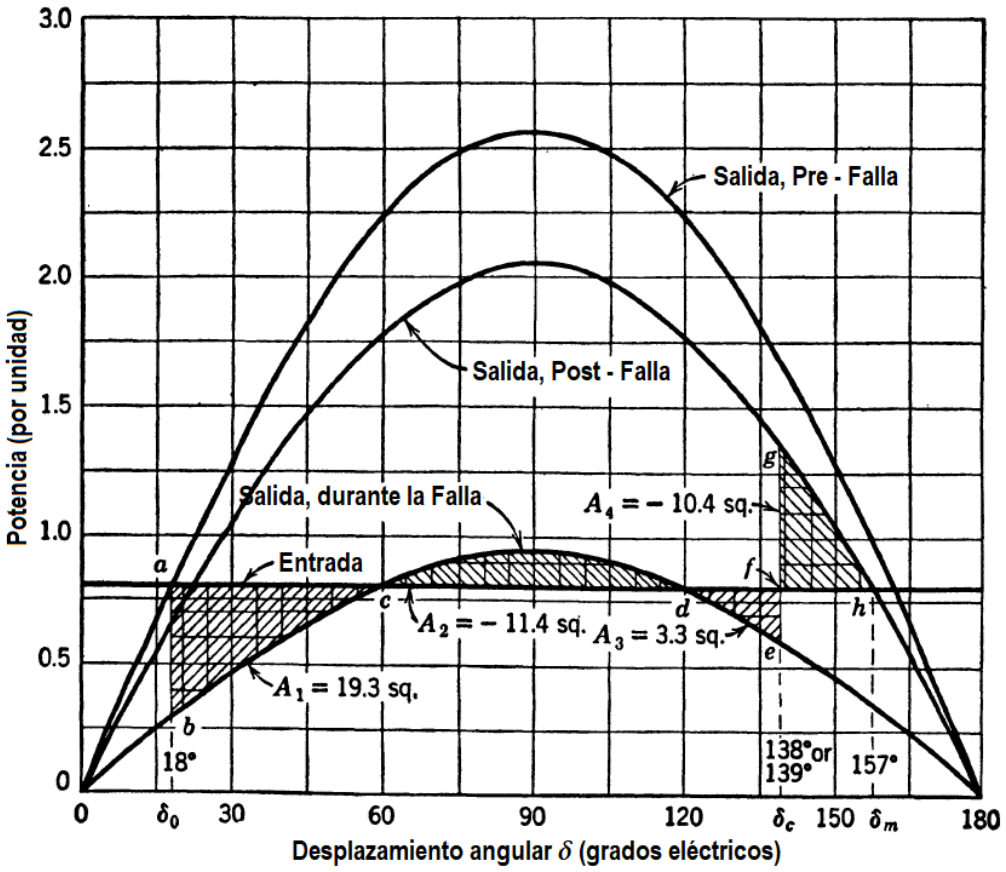


Figura 7

Determinación del ángulo crítico de despeje por el criterio de áreas iguales. (Ejemplo 1.)

Es interesante observar que la curva de oscilación trazada para un tiempo de despeje de 0.60 seg. (ángulo de compensación 136.2°) indica que el sistema es estable. El valor máximo de δ en esa curva es 147°. Para el tiempo crítico de despeje de 0.61 seg. el valor máximo de δ está determinado por la abscisa de la intersección *h*, Fig. 7, y es de unos 157°. La curva de oscilación para un tiempo de despeje de 0.65 seg. (ángulo de compensación de 146.7°) muestra que el sistema es inestable. Por tanto, existe una buena

concordancia entre el ángulo crítico de despeje determinado por el criterio de áreas iguales y el determinado por las curvas de oscilación calculadas punto por punto.

Dos máquinas finitas. Un sistema que tiene dos máquinas finitas se puede reemplazar por un sistema equivalente que tiene una máquina finita y una barra infinita, de modo que las ecuaciones de oscilación y las curvas de oscilación del desplazamiento angular entre las dos máquinas sean las mismas para ambos sistemas. Es necesario utilizar una constante de inercia equivalente, una entrada equivalente y una salida equivalente para la máquina finita equivalente. La constante de inercia equivalente es una función de las constantes de inercia de las dos máquinas reales, y la entrada y salida equivalentes son funciones de las constantes de inercia, entradas y salidas de las dos máquinas reales. Ahora se obtendrá el sistema equivalente.

Las ecuaciones de oscilación de las dos máquinas finitas son las siguientes:

$$\frac{d^2\delta_1}{dt^2} = \frac{P_{a1}}{M_1} = \frac{P_{i1} - P_{u1}}{M_1} \tag{13a}$$

$$\frac{d^2\delta_2}{dt^2} = \frac{P_{i2}}{M_2} = \frac{P_{i2} - P_{u2}}{M_2} \tag{13b}$$

El ángulo relativo: $\delta = \delta_1 - \delta_2$

se usará porque su valor es significativo para mostrar la estabilidad o inestabilidad del sistema de dos máquinas.

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d^2\delta_1}{dt^2} - \frac{d^2\delta_2}{dt^2} = \frac{P_{a1}}{M_1} - \frac{P_{a2}}{M_2} \tag{14}$$

Multiplicando cada lado de la ecuación por $M_1M_2 / (M_1 + M_2)$, obtenemos

$$\frac{M_1M_2}{M_1 + M_2}\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{M_2P_{a1} - M_1P_{a2}}{M_1 + M_2}$$

$$= \frac{M_2P_{i1} - M_1P_{i2}}{M_1 + M_2} - \frac{M_2P_{u1} - M_1P_{u2}}{M_1 + M_2} \tag{15}$$

que puede escribirse más simplemente como

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a = P_i - P_u \tag{16}$$

La ecuación 16 es idéntica en forma a la ec. 1 para una sola máquina finita y una barra infinita. Aquí la entrada equivalente,

$$P_i = \frac{M_2P_{i1} - M_1P_{i2}}{M_1 + M_2} \tag{17}$$

Y la salida equivalente $$P_u = \frac{M_2 P_{u1} - M_1 P_{u2}}{M_1 + M_2} \tag{18}$$

son medias ponderadas de las entradas y salidas, respectivamente, de las dos máquinas reales, con los signos de P_{i2} y P_{u2} invertidos, siendo los pesos inversamente proporcionales a las constantes de inercia. La constante de inercia equivalente,

$$M = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \tag{19}$$

es menor que la constante de inercia menor de las dos máquinas reales. La ley de combinación de las constantes de inercia es similar a la de la combinación paralela de impedancias. Esta ley parecerá razonable si observamos que la constante de inercia es la potencia de aceleración dividida por la aceleración y que en un sistema de dos máquinas la potencia de aceleración del generador es casi[4] *igual* (excepto en el signo) a la del motor, mientras que la *aceleración* relativa es la *suma* de la aceleración del generador y el retardo del motor. Esta situación contrasta con la que prevalece al encontrar la constante de inercia de una máquina equivalente a un grupo de máquinas que giran *juntas* (discutido en el Capítulo III). Allí, la *potencia acelerante* del grupo es la *suma* de las potencias de aceleración de las máquinas individuales, y las *aceleraciones* de todas las máquinas son *iguales*. En consecuencia, las constantes de inercia se combinan como impedancias en serie.

Habiendo obtenido el sistema equivalente, podemos investigar su estabilidad mediante el cálculo de su curva de oscilación o mediante el uso del criterio de áreas iguales. El criterio de áreas iguales es el método más conveniente, pero para aplicarlo primero debemos obtener la curva potencia – ángulo del sistema equivalente.

Curva potencia – ángulo equivalente de dos máquinas finitas. Las ecuaciones de potencia – ángulo de un sistema de dos máquinas son (por ecs, 17, Capítulo III):

$$P_{u1} = E_1^2 Y_{11} \cos\theta_{11} + E_1 E_2 Y_{12} \cos\left(\theta_{12} - \delta_1 + \delta_2\right) \tag{20}$$

$$P_{u2} = E_2 E_1 Y_{21} \cos\left(\theta_{21} - \delta_2 + \delta_1\right) + E_2^2 Y_{22} \cos\theta_{22} \tag{21}$$

Sustituyendo estos valores de P_{u1} y P_{u2} en la expresión de salida equivalente (ec. 18), y sea $\delta = \delta_1 - \delta_2$. El resultado es

$$\begin{aligned} P_u = {} & \frac{M_2 E_1^2 Y_{11} \cos\theta_{11} - M_1 E_2^2 Y_{22} \cos\theta_{22}}{M_1 + M_2} \\ & + \frac{E_1 E_2 Y_{12}\left[M_2 \cos\left(\delta - \theta_{12}\right) - M_1 \cos\left(\delta + \theta_{12}\right)\right]}{M_1 + M_2} \end{aligned} \tag{22}$$

[4] Exactamente igual en una red puramente reactiva, como se explica más adelante en el capítulo.

Los dos términos de coseno que involucran a δ pueden combinarse en un solo término de coseno considerando cada término como la proyección horizontal de un vector en la posición para la cual la variable δ es cero. Así, el primer término y el segundo

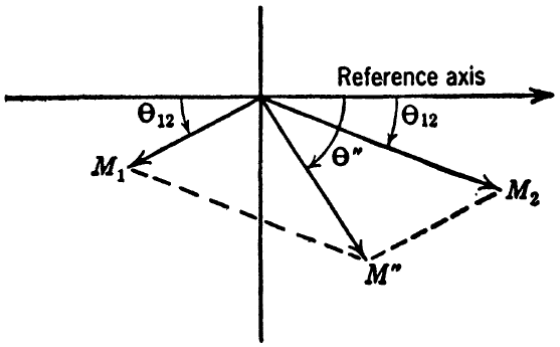


Figura 8
Diagrama vectorial utilizado en la derivación de las Ecs. 23 a la 26

término son, respectivamente, las proyecciones horizontales de los vectores $M_2\angle -\theta_{12}$ y $-M_1\angle\theta_{12}$ (Ver Fig. 8). En esta posición las proyecciones horizontales son:

$M_2 \cos(-\theta_{12}) = M_2 \cos\theta_{12}$ y $-M_1 \cos\theta_{12}$, y la suma es

$$H = (M_2 - M_1)\cos\theta_{12} \tag{23}$$

Las proyecciones verticales son M_2 sen $(-\theta_{12}) = -M_2$ sen θ_{12} y $-M_1$ sen θ_{12}, y la suma es

$$V = -(M_1 + M_2)\operatorname{sen}\theta_{12} \tag{24}$$

La magnitud del vector suma es

$$\begin{aligned} M'' &= \sqrt{H^2 + V^2} = \sqrt{(M_2 - M_1)^2 \cos^2\theta_{12} + (M_1 + M_2)^2 \operatorname{sen}^2\theta_{12}} \\ &= \sqrt{(M_1^2 + M_2^2)(\cos^2\theta_{12} + \operatorname{sen}^2\theta_{12}) + 2M_1M_2(\operatorname{sen}^2\theta_{12} - \cos^2\theta_{12})} \\ &= \sqrt{M_1^2 + M_2^2 - 2M_1M_2\cos 2\theta_{12}} \end{aligned} \tag{25}$$

y su ángulo de fase es

$$\begin{aligned} -\theta'' &= \tan^{-1}\frac{V}{H} = \tan^{-1}\frac{-(M_1 + M_2)\operatorname{sen}\theta_{12}}{(M_2 - M_1)\cos\theta_{12}} \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{M_1 + M_2}{M_1 - M_2}\tan\theta_{12}\right) \end{aligned} \tag{26}$$

Por lo tanto, la ec. (22) puede escribirse más simplemente como

$$P_u = P_C + P_M \cos(\delta - \theta'')$$

$$= P_C + P_M \operatorname{sen}(\delta - \gamma) \tag{27}$$

Donde $$P_C = \frac{M_2 E_1^{\,2} Y_{11} \cos\theta_{11} - M_1 E_2^{\,2} Y_{22} \cos\theta_{22}}{M_1 + M_2} \tag{28}$$

es el desplazamiento vertical (ver Fig. 2), y

$$\gamma = -\tan^{-1}\left(\frac{M_1 + M_2}{M_1 - M_2}\tan\theta_{12}\right) - 90° \tag{29}$$

es el desplazamiento horizontal de una onda sinusoidal, cuya amplitud es

$$P_M = \frac{E_1 E_2 Y_{12} M''}{M_1 + M_2}$$

$$= \frac{E_1 E_2 Y_{12}\sqrt{M_1^{\,2} + M_2^{\,2} - 2M_1 M_2 \cos 2\theta_{12}}}{M_1 + M_2} \tag{30}$$

Si ponemos $M_2 = \infty$, las ecs. 28, 29 y 30 se reducen a los valores obtenidos previamente para una máquina finita y una barra infinita (ec. 11).

Red de reactancias. Si la red a la que están conectadas las dos máquinas contiene solo reactancia, la ecuación potencia – ángulo y la ecuación de entrada equivalente se simplifican considerablemente. En este caso $\theta_{11} = \theta_{22} = -90°$ y $\theta_{12} = 90°$, dando cos $\theta_{11} = \cos\theta_{22} = 0$, cos $2\theta_{12} = -1$ y tan $\theta_{12} = \infty$. Por lo tanto, $P_C = 0$, $Y = 0$ y $P_M = E_1 E_2 Y_{12}$. La curva potencia – ángulo es entonces una sinusoide no desplazada,

$$P_u = E_1 E_2 Y_{12} \operatorname{sen}\delta \tag{31}$$

que es idéntica a la curva de potencia – ángulo para una máquina conectada a una barra infinita a través de una red de reactancia. En otras palabras, si la red contiene solo reactancia, la ecuación potencia – ángulo y la curva de un sistema de dos máquinas son independientes de las constantes de inercia de las máquinas. Sin embargo, si la red contiene resistencia además de reactancia, tanto la amplitud como el desplazamiento de la curva potencia – ángulo dependen de las constantes de inercia.

Como en una red de reactancia no hay pérdidas, una de las dos máquinas debe actuar como generador y la otra como motor síncrono, de modo que, si se considera a ambos como generadores, sus salidas serán iguales y opuestas:

$$P_{u2} = -P_{u1} \tag{32}$$

Inicialmente las entradas son iguales a las salidas

$$P_{i1} = P_{u1} \tag{33}$$

$$P_{i2} = P_{u2} \tag{34}$$

dando entradas iguales y opuestas,

$$P_{i2} = -P_{i1} \tag{35}$$

Por lo tanto, la entrada equivalente, dada por la ec. 17, se convierte

$$P_i = \frac{M_2 P_{i1} - M_1 \left(-P_{i1}\right)}{M_1 + M_2} = P_{i1} \tag{36}$$

que es igual a la entrada real del generador. De manera similar, la salida equivalente, dada por la ec. 18, se vuelve igual a la salida real del generador.

EJEMPLO 2

Mediante el uso del criterio de áreas iguales, determine el ángulo crítico de despeje del sistema de dos máquinas del Ejemplo 4, Capítulo III.

Solución. Los siguientes datos se obtienen del Ejemplo 4, Capítulo III.

$$M_A = 2.92 \times 10^{-4} \text{ por unidad}$$
$$M_D = 26.9 \times 10^{-4} \text{ por unidad}$$
$$P_{iA} = 0.80 \text{ unidad de potencia}$$
$$P_{iD} = 3.20 \text{ unidad de potencia}$$
$$\delta_{A0} = 23.0°$$
$$\delta_{D0} = 10.3°$$

Con falla presente

$$E_A{}^2 Y_{AA} \cos\theta_{AA} = 0$$
$$E_D{}^2 Y_{DD} \cos\theta_{DD} = 0.45 \text{ unidades de potencia}$$
$$E_A E_D Y_{AD} = 0.203 \text{ unidades de potencia}$$
$$\theta_{AD} = 86.4°$$

Con falla eliminada

$$E_A{}^2 Y_{AA} \cos\theta_{AA} = 0.04 \text{ unidades de potencia}$$
$$E_D{}^2 Y_{DD} \cos\theta_{DD} = 3.28 \text{ unidades de potencia}$$
$$E_A E_D Y_{AD} = 1.91 \text{ unidades de potencia}$$
$$\theta_{AD} = 79.4°$$

De la ec. 19 la constante de inercia equivalente es

$$M = \frac{M_A M_D}{M_A + M_D} = \frac{2.92 \times 26.9}{29.8} 10^{-4} = 2.64 \times 10^{-4} \text{ por unidad}$$

De la ec. 17 la entrada equivalente es

$$P_i = \frac{M_D P_{iA} - M_A P_{iD}}{M_A + M_D} = \frac{26.9 \times 0.80 - 2.92 \times 3.20}{29.8} = 0.41 \text{ unidades de potencia}$$

La ecuación potencia – ángulo de salida es

$$P_u = P_C + P_M \operatorname{sen}(\delta - \gamma)$$

Donde por las ecs, 29, 29 y 30

$$P_C = \frac{M_D E_A{}^2 Y_{AA} \cos\theta_{AA} - M_A E_D{}^2 Y_{DD} \cos\theta_{DD}}{M_A + M_D}$$

$$P_M = E_A E_D Y_{AD} \frac{\sqrt{M_A{}^2 + M_D{}^2 - 2M_A M_D \cos 2\theta_{AD}}}{M_A + M_D}$$

$$\gamma = -\tan^{-1}\left(\frac{M_A + M_D}{M_A - M_D}\tan\theta_{AD}\right) - 90°$$

Para la condición de falla

$$P_C = \frac{26.9\times 0 - 2.92\times 0.45}{29.8} = -0.044 \text{ unidades de potencia}$$

$$P_M = 0.203\frac{\sqrt{(2.92)^2 + (26.9)^2 - 2\times 2.92\times 26.9\cos(2\times 86.4°)}}{29.8} = 0.203 \text{ und. de potencia}$$

$$\gamma = -\tan^{-1}\left(\frac{29.8}{2.9 - 26.9}\tan 86.4°\right) - 90° = -2.9°$$

Para la condición falla eliminada

$$P_C = \frac{26.9\times 0.04 - 2.92\times 3.28}{29.8} = -0.396 \text{ unidades de potencia}$$

$$P_M = 1.91\frac{\sqrt{730 - 157\cos 158.8°}}{29.8} = 1.89 \text{ unidades de potencia}$$

$$\gamma = -\tan\left(\frac{29.8}{-24.0}\tan 79.4°\right) - 90° = -8.6°$$

Por lo tanto, para la condición de falla

$$P_u = -0.044 + 0.203\operatorname{sen}(\delta + 2.9°)$$

Y para la condición de falla eliminada

$$P_u = -0.40 + 1.89\operatorname{sen}(\delta + 8.6°)$$

Las curvas potencia – ángulo se trazan en la Fig. 9. Tenga en cuenta que son curvas sinusoidales desplazadas, siendo el desplazamiento de *O* a *O*' y de *O* a *O*". La línea de entrada también se dibuja. El ángulo inicial es

$$\delta_0 = \delta_{A0} - \delta_{D0} = 23.2 - 10.3 = 12.7°$$

Este ángulo está marcado en la Fig. 9. El punto en la línea de entrada en este valor de 8 es el punto que representa la condición de operación anterior a la falla. Se encuentra en la curva potencia – ángulo previo a la falla, pero no hay necesidad de trazar más de esa curva que este punto.

Mediante la aplicación del criterio de áreas iguales, se encuentra que el ángulo crítico de despeje es $\delta_c = 100°$, y con el despeje en este ángulo, el desplazamiento angular máximo que se alcanza es $\delta_m = 146°$.

Veamos qué tan bien concuerdan estos valores con los resultados obtenidos en los Ejemplos 3 y 4 del Capítulo III. En ambos ejemplos, se encontró que el sistema era estable si la falla se eliminaba en 0.35 seg. (ángulo de despeje, aproximadamente 96°) e inestable si la falla se eliminó en 0.40 seg. (ángulo de compensación, 118°).

Así, en estos ejemplos anteriores se encontró que el ángulo de despeje estaba entre 96° y 118°, y el valor encontrado en el presente ejemplo se encuentra entre estos límites. El criterio de áreas iguales proporciona un método más fácil que el que teníamos antes para determinar el ángulo crítico de despeje, pero no nos permite encontrar directamente el tiempo crítico de despeje. De la curva de oscilación para el despeje de 0.40 seg. (Fig. 16 del Capítulo III) podemos leer el tiempo – 0.36 seg. – correspondiente al ángulo crítico de despeje de 100°.

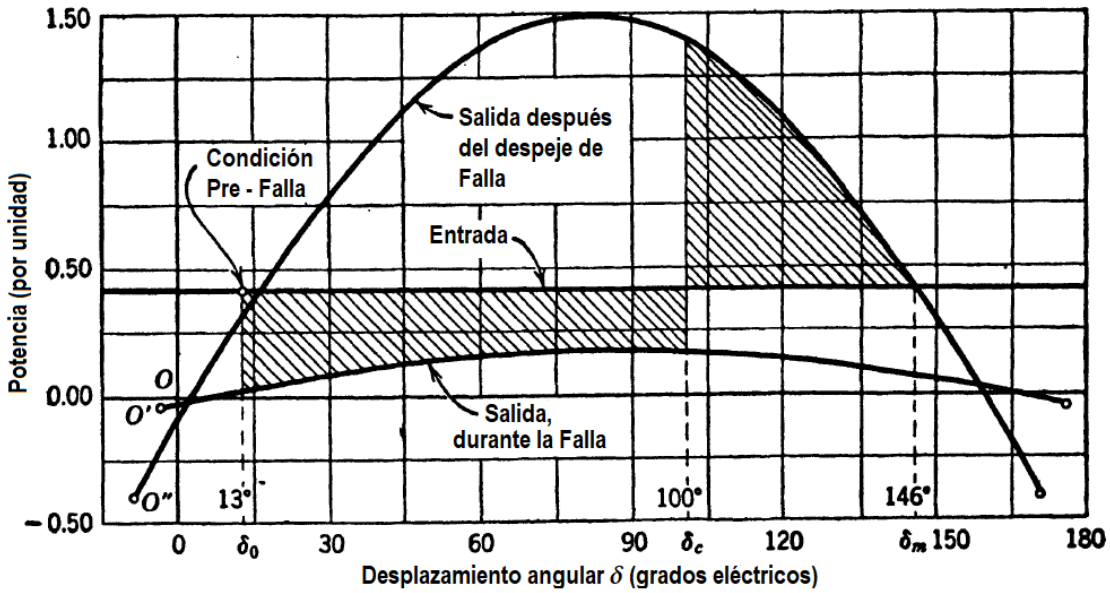


Figura 9

Curvas Potencia – ángulo y determinación del ángulo crítico de despeje mediante el uso del criterio de áreas iguales. (Ejemplo 2.)

Se ve que el tiempo de despeje de 0.35 seg. para el que se obtuvo y trazó una curva oscilante en la Fig. 16 del Capítulo III está solo ligeramente por debajo del valor crítico. El ángulo máximo alcanzado en el ejemplo 3 fue de 135° o 136°, y en el ejemplo 4 de 131°, mientras que el ángulo máximo bajo la condición crítica es de 146°. La discrepancia entre los ejemplos 3 y 4 no sorprende en vista de la proximidad a la condición crítica, en la que una diferencia muy pequeña en el torque de aceleración cambia un sistema estable a uno inestable.

Determinación de la curva de oscilación por integración gráfica. El tipo de perturbación que es más importante en los estudios de estabilidad es una falla aplicada y subsiguientemente eliminada. Por lo general, se desea determinar si un sistema es estable con una carga determinada y un tiempo determinado de despeje de fallas, para determinar el límite de estabilidad para un tiempo de despeje determinado o para determinar el tiempo crítico de despeje para una potencia determinada. El criterio de áreas iguales por sí mismo brinda información sobre el *ángulo de despeje*, pero no sobre el *tiempo de despeje*. Sin embargo, el tiempo de despeje es de importancia primordial porque los interruptores automáticos y los relés de protección, por medio de los cuales se elimina la falla, tienen tiempos de operación definidos que son independientes de los desplazamientos angulares de las máquinas. Por lo tanto, cuando se usa el criterio de áreas iguales, es necesario encontrar el ángulo de despeje cuando se conoce el tiempo de despeje, o viceversa. Para este procedimiento se requiere una curva de oscilación, realizada hasta el punto de despeje. La curva de oscilación para este propósito puede obtenerse al menos de tres formas diferentes: (1) mediante cálculo punto por punto, (2) mediante integración gráfica, o (3) mediante la selección de una curva de conjuntos de curvas oscilaciones precalculadas. El cálculo punto por punto se explicó en el Capítulo II; el método de integración gráfica [2] se describirá en esta sección; y el uso de curvas precalculadas se discutirá en el Capítulo V.

Ya se ha señalado, al derivar el criterio de áreas iguales, que la velocidad angular relativa de una máquina está dada por:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega' = \sqrt{\frac{2}{M}\int_{\delta_0}^{\delta} P_a \, d\delta} \tag{37}$$

Gráficamente, la integral que aparece en la ec. 37 es el área bajo una curva de P_a contra δ o entre curvas de P_i y P_u contra δ; en otras palabras, la misma área que se utilizó en el criterio de áreas iguales. En el proceso de aplicar el criterio de áreas iguales, el área puede determinarse como una función de δ contando cuadrados en el papel cuadriculado para incrementos sucesivos de δ. O, si la potencia de salida es una función sinusoidal u otra función simple del ángulo, la integral puede evaluarse formalmente. En cualquier caso, ω' como una función de δ puede calcularse a partir del área por medio de la ec. 37. Reorganizando esta ecuación obtenemos:

$$dt = \frac{d\delta}{\omega'} \tag{38}$$

Y por integración obtenemos

$$t = \int_{\delta_0}^{\delta} \frac{d\delta}{\omega'} = \int_{\delta_0}^{\delta} \frac{d\delta}{\sqrt{\frac{2}{M}\int_{\delta_0}^{\delta} P_a \, d\delta}} \tag{39}$$

La evaluación de esta integral nos da t en función de δ; en otras palabras, da una curva de oscilación.

Si fuera posible la evaluación formal de esta integral, los métodos gráficos serían innecesarios. Como regla, sin embargo, la ec. 39 no puede integrarse formalmente, aunque la ec. 37 puede ser. Un caso sencillo en el que ambas integraciones se pueden hacer formalmente es aquel en el que la potencia aceleradora P_a es constante. Entonces

$$\omega' = \sqrt{\frac{2P_a\left(\delta - \delta_0\right)}{M}} \tag{40}$$

Y

$$t = \sqrt{\frac{2M\left(\delta - \delta_0\right)}{P_a}} \tag{41}$$

En general, sin embargo, la integral de la ec. 39 debe evaluarse gráficamente. Esto se puede hacer trazando una curva de $1/\omega'$ contra δ y encontrando el área bajo la curva en función de δ. Se encontrará alguna dificultad al determinar el área bajo la curva para valores de δ cercanos al valor inicial δ_0 y el valor máximo δ_m porque, en estos valores de δ, ω' es cero y la ordenada de la curva, $1/\omega'$, es por tanto infinita, aunque el área bajo la curva es finita. Esta dificultad se puede evitar suponiendo que P_a es constante en un pequeño rango de δ (hasta que la curva de $1/\omega'$ vuelve a la escala) y usando la ec. 41 para calcular el tiempo que tarda la máquina en oscilar a través de este rango de δ.

EJEMPLO 3

Mediante integración gráfica obtenga las curvas de oscilación (a) para una falla sostenida en el sistema del Ejemplo 4, Capítulo II, y (b) para una falla eliminada en 0.4 seg. (Estas curvas fueron previamente calculadas por el método punto por punto y fueron graficadas en la Fig. 9 del Capítulo II.)

Solución. (a) Los siguientes datos se obtienen del Ejemplo 4 del Capítulo II:

Constante de inercia,	$M = 2.56\times10^{-4}$
Ángulo inicial,	$\delta_0 = 18.1°$
Entrada,	$P_i = 0.80$
Salida durante la falla,	$P_u = 0.936 \operatorname{sen} \delta$

Por lo tanto, la potencia acelerante durante la falla es

$$P_a = P_i - P_u = 0.80 - 0.936 \operatorname{sen} \delta \tag{a}$$

El área bajo la curva de P_a versus δ es

$$A_1 = \int_{\delta_o}^{\delta} P_a \, d\delta = \int_{18.1°}^{\delta} (0.80 - 0.936 \operatorname{sen} \delta) \, d\delta$$
$$= \left[0.80\delta + 0.936 \times 57.3 \cos \delta\right]_{18.1°}^{\delta}$$
$$= 0.80\delta + 53.6 \cos \delta - 0.80 \times 18.1 - 53.6 \cos 18.1° \qquad (b)$$
$$= 0.80\delta + 53.6 \cos \delta - 14.5 - 51.0$$
$$= 0.80\delta + 53.6 \cos \delta - 65.5 \text{ grados por unidad de potencia}$$

(57.3 es el factor de conversión de radianes a grados)

$$\frac{1}{\omega'} = \sqrt{\frac{M}{2A_1}} = \sqrt{\frac{1.28 \times 10^{-4}}{A_1}} \text{ segundos por grado} \qquad (c)$$

Tabla 1

Cálculo de A_1 y $1/\omega'$ para falla sostenida (Ejemplo 3, Parte *a*)

δ (grados)	cos δ	53.6 cos δ	0.80 δ	Sum	A_1	$1/\omega'$ (mseg. por grad.)
18.1	0.951	51.0	14.5	65.5	0	∞
20	0.940	50.4	16.0	66.4	0.9	12.0
25	0.906	48.5	20.0	68.5	3.0	6.5
30	0.866	46.4	24.0	70.4	4.9	5.1
45	0.707	37.9	36.0	73.9	8.4	3.9
60	0.500	26.8	48.0	74.8	9.3	3.7
75	0.259	13.9	60.0	73.9	8.4	3.9
90	0	0	72.0	72.0	6.5	4.4
105	– 0.259	– 13.9	84.0	70.1	4.6	5.3
120	– 0.500	– 26.8	96.0	69.2	3.7	5.9
135	– 0.707	– 37.9	108.0	70.1	4.6	5.3
150	– 0.866	– 46.4	120.0	73.6	8.1	4.0
165	– 0.966	– 51.8	132.0	80.2	14.7	3.0
180	– 1.000	– 53.6	144.0	90.4	24.9	2.3

A_1 y $1/\omega'$ se calculan en la Tabla 1. En la Fig. 10 se traza una curva de $1/\omega'$ frente a δ. Esta curva está "fuera de escala" para valores de δ entre 18,1° y 20°. Por lo tanto, el tiempo requerido para que la máquina oscile a través de este ángulo se calcula mediante la ec. 41, utilizando el valor de P_a en δ = 19° como una buena aproximación al valor medio de P_a entre δ = 18,1° y δ = 20°.

$$P_a(19°) = 0.800 - 0.936 \operatorname{sen} 19°$$
$$= 0.800 - 0.936 \times 0.326 \qquad (d)$$
$$= 0.800 - 0.305 = 0.495$$

$$t = \sqrt{\frac{2M(\delta - \delta_0)}{P_a}} = \sqrt{\frac{2 \times 2.56 \times 10^{-4}(20 - 18.1)}{0.495}} = 0.44 \text{ seg} \qquad (e)$$

El área A_2 bajo la curva para incrementos de 10° de δ entre 20° y 180° se encuentra contando cuadrados en el papel cuadriculado y se registra en la Tabla 2. El total acumu-

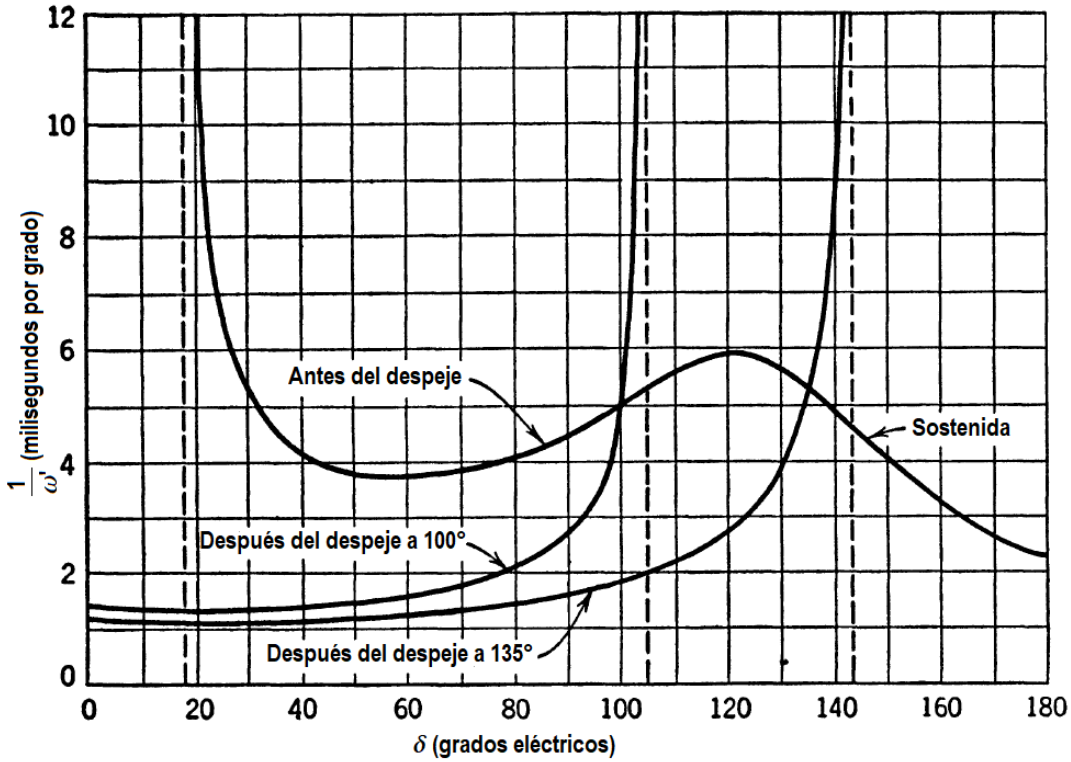


Figura 10

Curvas para la determinación de curvas de oscilación por integración gráfica.

Tabla 2

Tabulación del área A_2 bajo la curva $1/\omega'$ versus δ y cálculo de t para una falla sostenida (Ejemplo 3, parte *a*)

δ (grados)	A_2 (seg.)	t (seg.)	δ (grados)	A_2 (seg.)	t (seg.)
20	0.044	0.044	110	0.053	0.456
30	0.071	0.115	120	0.058	0.514
40	0.046	0.161	130	0.058	0.572
50	0.039	0.2	140	0.052	0.624
60	0.037	0.237	150	0.044	0.668
70	0.038	0.275	160	0.036	0.704
80	0.039	0.314	170	0.029	0.733
90	0.042	0.356	180	0.024	0.757
100	0.047	0.403			

lativo del área, el tiempo t, también se tabula. Se incluye el valor de t calculado anteriormente para $\delta = 20°$. El área total hasta cualquier valor de δ representa el tiempo que tarda la máquina en oscilar hasta ese valor de δ. La curva de oscilación, δ frente a t, se representa en la Fig. 11. Los puntos marcados con círculos pequeños se calcularon mediante el método 2 punto por punto con $\Delta t = 0{,}05$ seg. Los dos métodos dan resultados que concuerdan bien.

(b) Del Ejemplo 4 del Capítulo II, la salida después de eliminar la falla es

$$P_u = 2.06 \operatorname{sen} \delta \qquad (f)$$

Y por lo tanto la potencia acelerante es

$$P_a = P_i - P_u = 0.80 - 2.06 \operatorname{sen} \delta \qquad (g)$$

De la parte *a* de este ejemplo, el ángulo de despeje correspondiente al tiempo de despeje especificado de 0.40 seg. es

$$\delta_c = 100° \qquad (h)$$

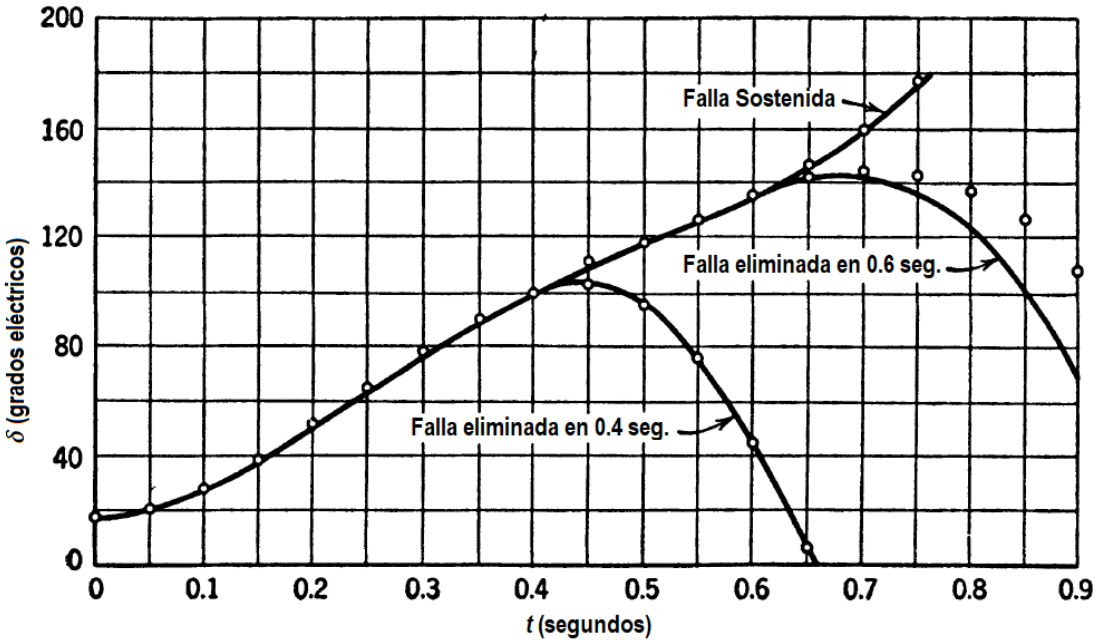


Figura 11

Curvas de oscilación determinadas por integración gráfica. (Ejemplo 3). Pequeños círculos son puntos sobre las curvas de oscilación calculados punto por punto

El área bajo la curva de P_a versus δ desde el ángulo de despeje hasta cualquier ángulo subsecuente δ es

$$A_1' = \int_{\delta_c}^{\delta} P_a d\delta = \int_{100°}^{\delta} (0.80 - 2.06 \operatorname{sen} \delta) d\delta = 0.80\delta + 118.0 \cos \delta - 59.5 \qquad (i)$$

El área antes del despeje, hasta el ángulo de despeje, se calcula a partir de la ec. *b* como

$$0.80 \times 100 + 53.6 \cos 100° - 65.5 = 80.0 - 9.3 - 62.5 = 5.2$$

Por lo tanto, el área total hasta cualquier ángulo δ posterior al despeje es

$$A_1 = 5.2 + A_1' = 0.80\delta + 118.0 \cos \delta - 54.3 \qquad (j)$$

A_1 y $1/\omega'$ se calculan en la Tabla 3 a partir de las ecs. *j* y *c*, respectivamente, y $1/\omega'$ se representa en función de δ en la curva denominada "después del despeje a 100°" en la fig. 10. Se observará que esta curva cruza la curva anterior (marcada "antes del despeje") a 100°.

Tabla 3

Cálculo de A_1 y $1/\omega'$ para falla eliminada en 0.40 seg.
(Ejemplo 3, parte *b*)

δ (grados)	cos δ	118.0 cos δ	0.80 δ	Sum	A_1	$1/\omega'$ (mseg. por grad)
0	1.000	118.0	0	118.0	63.7	1.42
15	0.966	114.0	12.0	126.0	71.7	1.34
30	0.866	102.2	24.0	126.2	71.9	1.33
45	0.707	83.4	36.0	119.4	65.1	1.40
60	0.500	59.0	48.0	107.0	52.7	1.56
75	0.259	30.5	60.0	90.5	36.2	1.88
85	0.087	10.3	68.0	78.3	24.0	2.31
90	0	0	72.0	72.0	17.7	2.69
95	– 0.087	– 10.3	76.0	65.7	11.4	3.35
100	– 0.174	– 20.5	80.0	59.5	5.2	4.96
102	– 0.208	– 24.5	81.6	57.1	2.8	6.80
104.4	– 0.249	– 29.4	83.6	54.2	– 0.1	∞

Para una falla eliminada a los 0.4 seg. (100°), la curva de oscilación se calcula tomando *t* igual al área bajo las curvas de $1/\omega'$ frente a δ, como sigue: en la curva marcada "antes de eliminar" hasta la intersección; de ahí en la curva marcada "después de eliminar a 100°" hasta el ángulo máximo, que se encuentra al establecer $A_1 = 0$ en ecuación (*j*). Este ángulo es de unos 104.4°. En este punto, ω' cambia de positivo a negativo, y $1/\omega'$ hace lo mismo. El área bajo la curva de valores negativos de $1/\omega'$, tomada con incrementos negativos de δ, es positiva y puede hallarse igualmente bien usando la curva trazada para valores positivos de $1/\omega'$. Por lo tanto, la curva "después de eliminarse" se sigue más allá de la intersección y hasta donde uno quiere ir. Finalmente, ω' vuelve a desaparecer y la ordenada $1/\omega'$ se vuelve infinita en algún valor negativo de δ; sin embargo, la curva en la Fig. 10 no está dibujada tan a la izquierda.

El área bajo la curva en la vecindad del ángulo máximo, digamos de 104,4° a 102°, puede calcularse mediante la ec. 41. El valor de P_a a 103° se supondrá como el valor medio de P_a a lo largo de este intervalo de δ. En 103°, por ecuación (*g*),

$$\begin{aligned} P_a(103°) &= 0.80 - 2.06\,\mathrm{sen}\,103° \\ &= 0.80 - 2.06 \times 0.974 \\ &= 0.80 - 2.00 \\ &= -1.20 \end{aligned} \qquad (k)$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 2.56 \times 10^{-4}(102 - 104.4)}{-1.20}} = 0.032\,\text{seg.} \qquad (l)$$

La ecuación 41 se obtuvo asumiendo que la velocidad inicial es igual a cero, lo cual es cierto si se toma 104.4° como ángulo inicial. Sin embargo, el tiempo requerido para que la máquina oscile de 102° a 104.4° es exactamente igual al tiempo necesario para que oscile de 104.4° a 102°.

El área A_2 bajo la curva de $1/\omega'$ y el total acumulativo de esta área, el tiempo t, se ingresan en la Tabla 4. La curva de oscilación se representa en la Fig. 11.

Tabla 4

Tabulación del Área A_2 bajo la curva de $1/\omega'$ versus δ y cálculo de t para la falla eliminada en 0.40 seg. (Ejemplo 3, Parte *b*)

δ (grados)	A_2 (seg.)	T (seg.)	δ (grados)	A_2 (seg.)	t (seg.)
100	...	0.400	60	0.016	0.579
102	0.011	0.411	50	0.015	0.594
104.4	0.032	0.443	40	0.014	0.608
102	0.032	0.475	30	0.014	0.622
100	0.011	0.486	20	0.013	0.635
90	0.035	0.521	10	0.013	0.648
80	0.023	0.544	0	0.014	0.662
70	0.019	0.563			

Esta curva concuerda bien con los puntos (marcados por pequeños círculos) calculados por el método 2 punto por punto.

La curva de $1/\omega'$ frente a δ y la curva de oscilación para una falla eliminada en 0.6 seg. (135°) también se han trazado en las Figs. 10 y 11. La curva de oscilación no concuerda bien con la calculada por el método punto por punto. El tiempo y el ángulo de despeje en este caso están tan cerca de los valores críticos que es probable que incluso pequeñas discrepancias conduzcan a una considerable divergencia de las curvas.

REFERENCIAS

1. R. H. PARK and E. H. BANCKER, "System Stability as a Design Problem," *A.I.E.E. Trans.,* vol. 43, pp. 170-94, 1929.

2. H. H. SKILLING and M. H. YAMAKAWA, "A Graphical Solution of Transient Stability," *Elec. Eng.,* vol. 59, pp. 462-5, November, 1940.

3. O.G.C. DAHL, *Electric Power Circuits,* vol. II, *Power System Stability,* New York, McGraw-Hill Book Co., 1938, pp. 401-12, 443-50.

PROBLEMAS DEL CAPITULO IV

1. Muestre mediante diagramas cómo se puede aplicar el criterio de áreas iguales para examinar la estabilidad de un sistema de dos máquinas sujetas a las siguientes perturbaciones:

a. Una falla de línea, eliminada por la apertura sucesiva de dos interruptores automáticos.

b. Una falla en un alimentador radial, eliminada por la desconexión del alimentador.

c. Una falla de línea, eliminada por la apertura simultánea de los interruptores automáticos en ambos extremos de la línea, seguida por el posterior recierre simultáneo de los mismos interruptores.

d. La apertura de un circuito de una línea de doble circuito como una operación de conmutación normal.

e. Un aumento repentino de la carga del eje en el motor síncrono.

2. Un motor síncrono, alimentado con energía eléctrica desde una barra infinita sobre un circuito de resistencia despreciable, está operando con una carga inicial en el eje P_0 que repentinamente aumenta en una cantidad ΔP. La curva potencia – ángulo tiene una amplitud P_m. Deduzca una fórmula para el incremento de carga crítica $\Delta P / P_m$ en función de la carga inicial P_o/P_m. Trazar la ecuación. ¿Cuánto error habría en suponer que la ecuación podría representarse por una línea recta entre los dos puntos donde la curva verdadera interseca los ejes de coordenadas?

3. Deduzca una fórmula para el límite de estabilidad transitoria P_L de un sistema de reactancia de dos máquinas sujeto a una falla sostenida, expresando el límite en términos de las siguientes cantidades:

$P_m =$ amplitud de la curva de potencia – ángulo previa a la falla
$r_1P_m =$ amplitud de la curva de potencia – ángulo en falla
$\delta_0 =$ desplazamiento angular inicial

Dibuje una curva P_L/P_m versus r_1.

4. Deduzca una fórmula para el límite de estabilidad transitoria de un sistema de reactancia de dos máquinas sujeto a una falla en un alimentador radial y su subsiguiente eliminación mediante la desconexión del alimentador en un ángulo de despeje δ_C. Use la notación dada en el Prob. 3.

5. Deduzca una fórmula para el límite de estabilidad transitoria de un sistema de reactancia de dos máquinas sujeto a una falla en una línea de transmisión y su subsiguiente despeje mediante la apertura simultánea de los interruptores automáticos en ambos extremos de la línea defectuosa. El límite de estabilidad debe expresarse en términos de las cantidades enumeradas en el Prob. 3 y las siguientes cantidades adicionales:

$r_2P_m =$ amplitud de la curva de potencia – ángulo posterior a la falla
$\delta_c =$ ángulo de despeje

6. Encuentre el tiempo crítico de despeje de una falla trifásica en el medio de una línea de transmisión del sistema de dos máquinas del Ejemplo 4, Capítulo II, si la salida inicial del generador de rueda hidráulica es de 25 MW.

7. Encuentre el límite de estabilidad transitoria del sistema de dos máquinas del Ejemplo 4, Capítulo II, para una falla trifásica en el medio de una línea de transmisión, eliminada en 0.2 segundos. por la apertura simultánea de ambos extremos de la línea. Suponga que las curvas potencia – ángulo obtenidas en el ejemplo 4 son válidas para cualquier valor de potencia inicial. (Sería más preciso, pero más laborioso, suponer

una tensión diferente detrás de la reactancia transitoria del generador para cada valor diferente de potencia inicial, para mantener constante la tensión terminal inicial).

8. Usando el método de integración gráfica, trace la curva de oscilación del generador de rueda hidráulica del sistema del Ejemplo 4, Capítulo II, para una salida inicial de 1.00 p.u, y una falla trifásica en el medio de una línea de transmisión eliminada en 0.35 seg. por la apertura simultánea de interruptores automáticos en ambos extremos de la línea.

CAPITULO V

CONSIDERACIÓN ADICIONAL DEL SISTEMA DE DOS MÁQUINAS

Curvas de oscilación precalculadas. Este capítulo continúa considerando el problema de la estabilidad de sistemas de dos máquinas. El criterio de área equivalente, analizado en el Capítulo IV, es un método muy eficaz para determinar la estabilidad de un sistema de dos máquinas ante una perturbación dada. El tipo de perturbación más importante es la aparición de una falla y su posterior despeje mediante la apertura de los interruptores. Si se conoce el tiempo de despeje, como suele ser habitual, debe determinarse el ángulo de despeje correspondiente antes de aplicar el criterio de área equivalente; o, por el contrario, si el ángulo de despeje crítico para una potencia transmitida dada se obtiene a partir del criterio de área equivalente, debe determinarse el tiempo de despeje crítico correspondiente para que los resultados del estudio de estabilidad sean lo más útiles posible.

Quizás la forma más sencilla de hallar el ángulo de despeje correspondiente a un tiempo de despeje dado, o el tiempo correspondiente a un ángulo dado, sea consultar la curva de oscilación correspondiente en un conjunto de curvas de oscilación ya calculadas y graficadas, que podrían denominarse "curvas de oscilación precalculadas". Este conjunto de curvas, obtenido al resolver la ecuación de oscilación en el integrafo del M.I.T., fue publicado por Summers y McClure[2] y se reproduce aquí (Figs. 1 a 10) con la amable autorización del Sr. McClure.

Las curvas se derivaron para una falla sostenida en un sistema compuesto por una máquina síncrona de tamaño finito conectada mediante reactancia a una barra infinita. Sin embargo, mediante los métodos presentados en el Capítulo IV, las curvas precalculadas pueden utilizarse con un sistema de dos máquinas finitas conectadas mediante cualquier red lineal. Se hacen las suposiciones habituales de simplificación, a saber: entrada constante, ausencia de amortiguamiento y tensión constante tras la reactancia transitoria de eje directo. Para que las curvas sean de aplicación general, se grafican en términos de una variable adimensional, el "tiempo modificado" τ, más abajo definida por la ec. 11.

La ecuación de oscilación de un sistema de dos máquinas es

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a = P_i - P_u \tag{1}$$

Donde $M = \dfrac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} =$ Constante de inercia equivalente en megajoules por grado eléctrico. (2)

$\delta = \delta_1 - \delta_2$ = desplazamiento angular en grados eléctricos

t = tiempo en segundos

$P_i = \dfrac{M_2 P_{i1} - M_1 P_{i2}}{M_1 + M_2} =$ entrada equivalente en megavatios (3)

que, ya sea para una red de reactancia o para $M_2 = \infty$, se reduce a

$$P_i = P_{i1} = \text{ entrada de la máquina 1 (el generador)} \tag{4}$$

La potencia de salida equivalente, dependiente de δ, es dada por la ecuación potencia – ángulo:

$$P_u = P_C + P_M \operatorname{sen}(\delta - \gamma) \tag{5}$$

La cual, para una reactancia de red, se reduce a

$$P_u = P_M \operatorname{sen}\delta \tag{6}$$

Las expresiones para P_C, γ y P_M se dan en las ecs. 28, 29 y 30 del Capítulo IV. Para una red de reactancia, la amplitud de la curva de potencia – ángulo es

$$P_M = E_1 E_2 Y_{12} = \frac{E_1 E_2}{X_{12}} \tag{7}$$

donde X_{12} es la reactancia que conecta las máquinas 1 y 2, incluidas las reactancias transitorias del eje directo de las propias máquinas.

Sustituyendo la ec. 5 en la ec. 1 da

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_i - P_C - P_M \operatorname{sen}(\delta - \gamma)$$

ó
$$M \frac{d^2\delta'}{dt_2} = P_i' - P_M \operatorname{sen}\delta' \tag{8}$$

Donde
$$P_i' = P_i - P_C \tag{9}$$

$$\delta' = \delta - \gamma \tag{10}$$

Para poner la ec. 8 en forma adimensional, divídala por P_M y luego introduzca una cantidad τ, definida por

$$\tau = t\sqrt{\frac{\pi}{180}\frac{P_M}{M}} = t\sqrt{\frac{\pi f P_M}{GH}} \tag{11}$$

Donde f = frecuencia en ciclos por segundo

GH = energía cinética, en megajoules, o generador equivalente a la velocidad nominal = 180fM

El resultado es

$$\frac{\pi}{180}\cdot\frac{d^2\delta'}{d\tau^2}=\frac{P_i'}{P_M}-\operatorname{sen}\delta'=p-\operatorname{sen}\delta' \tag{12}$$

Si δ' está en grados eléctricos, o simplemente

$$\frac{d^2\delta'}{d\tau^2}=p-\operatorname{sen}\delta' \tag{13}$$

Si δ' está en radianes eléctricos. Aquí

$$p=\frac{P_i'}{P_M}=\frac{P_i-P_C}{P_M} \tag{14}$$

Y δ' ha sido definida en la ec. 10.

Se ha obtenido una ecuación diferencial independiente de las constantes de inercia de las máquinas y de las constantes de la red. La solución de la ecuación depende de la relación entre la entrada y la amplitud de la curva potencia – ángulo (tanto la entrada como la amplitud se miden desde el eje horizontal de simetría de la curva sinusoidal si esta se desplaza verticalmente) y del ángulo inicial δ_0' y la velocidad angular inicial ω_o. Para el presente propósito, se requieren curvas de oscilación para una *falla sostenida*; por lo tanto, P_C, P_M, y γ deben ser las constantes de la ecuación potencia – ángulo para la condición de falla, y la velocidad inicial siempre será cero. La solución, entonces, depende únicamente de p (definida por la ec. 14) y δ_0'.

Cada familia de curvas en las Figs. 1 a 10 corresponde a un valor constante de sen δ_0', con un rango de 0 a 0.90 en incrementos de 0.10. Las curvas individuales de cada familia corresponden a valores constantes de p, que varían en cada familia desde un valor mínimo ligeramente mayor que el valor de sen δ_0' para esa familia hasta un máximo de 3.00.

El procedimiento para utilizar las curvas precalculadas para determinar el tiempo crítico de despeje a partir de un ángulo crítico de despeje dado se puede resumir de la siguiente manera:

1. Se supone que la curva potencia – ángulo (P_C, P_M y γ) para la condición de falla, la entrada de potencia P_i y el ángulo inicial δ_0 son conocidos, porque son necesarios para encontrar el ángulo de despeje crítico δ_c mediante el criterio de áreas iguales.

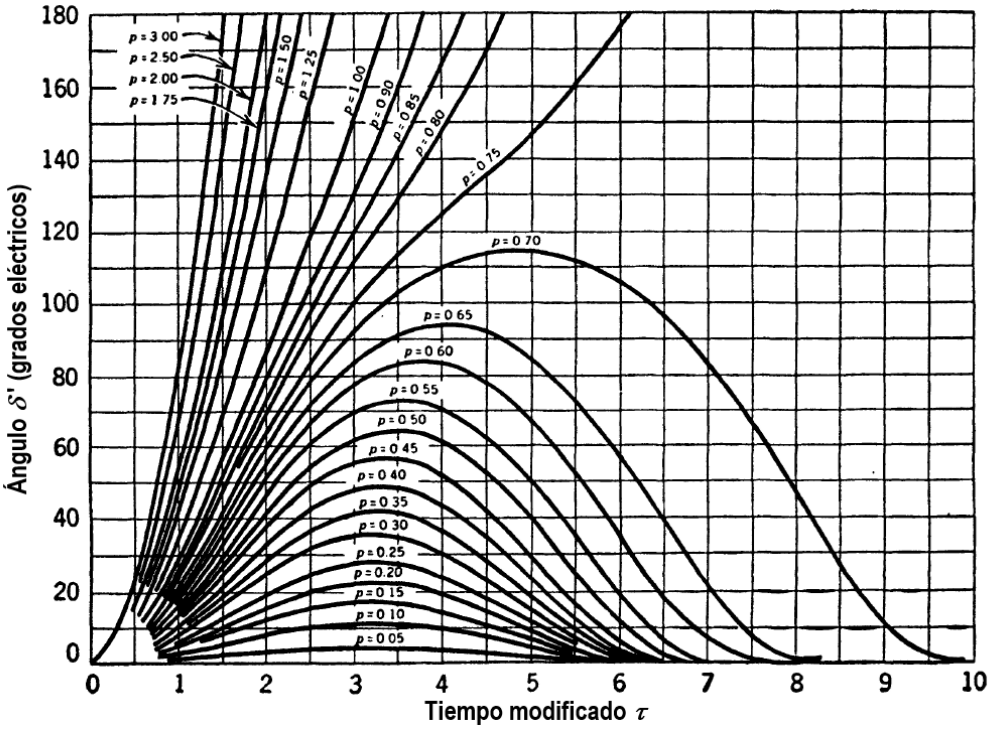


Figura 1
sen $\delta_0' = 0$.

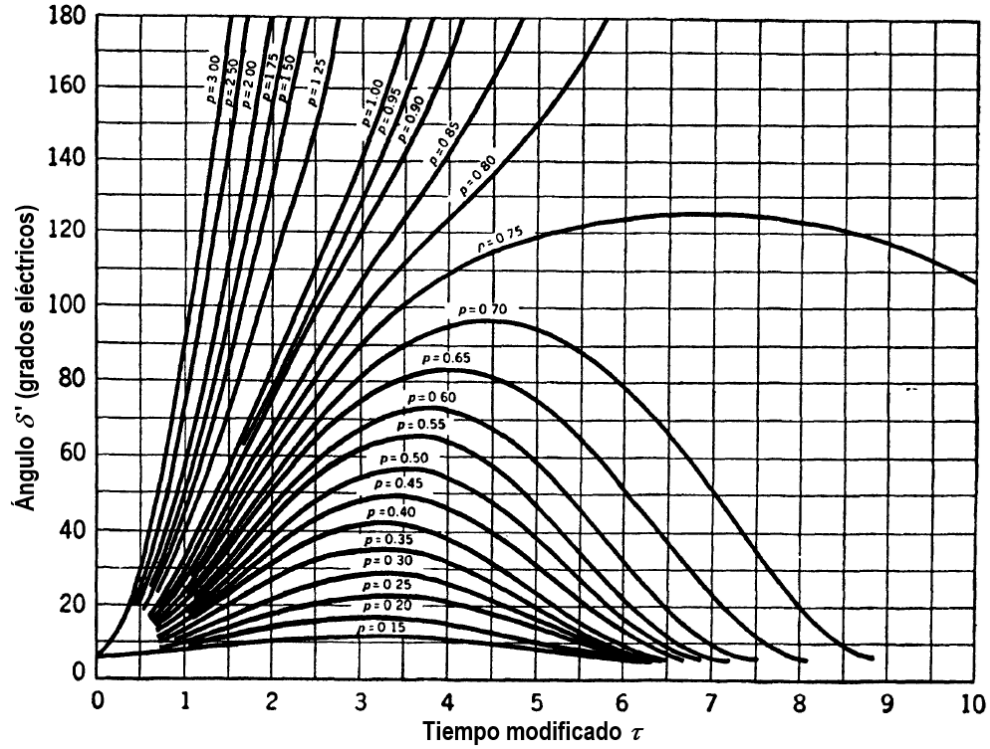


Figura 2
sen $\delta_0' = 0.10$.

Figs. 1 y 2. Curvas de oscilación precalculadas (copiada de Ref. 2, con permiso)

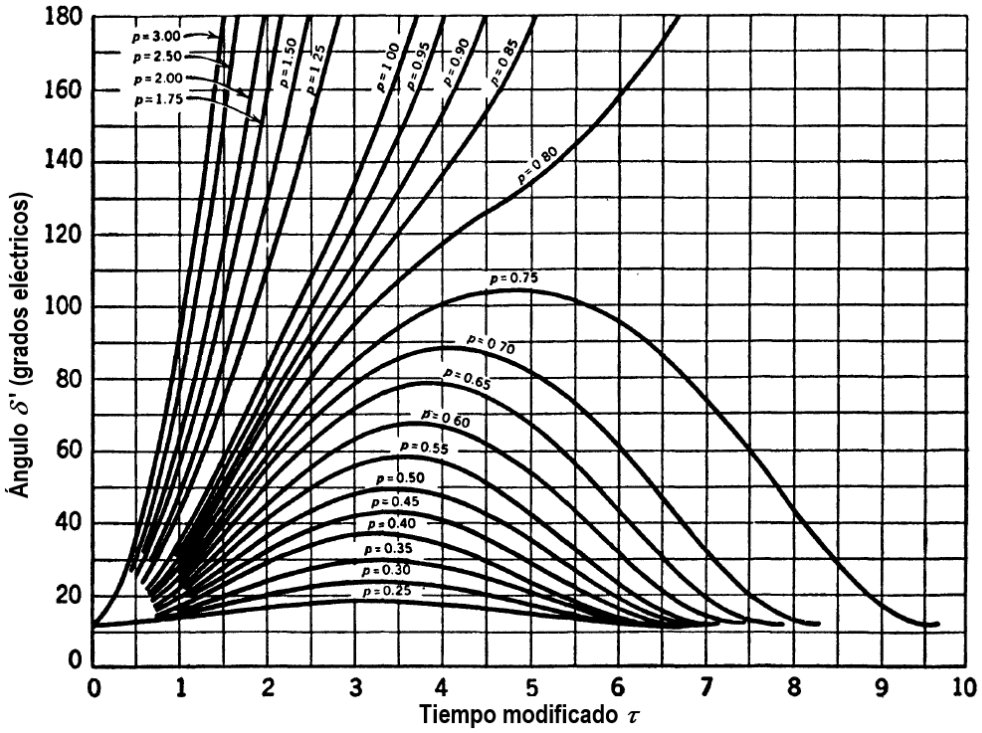


Figura 3
sen δ_0' = 0.20.

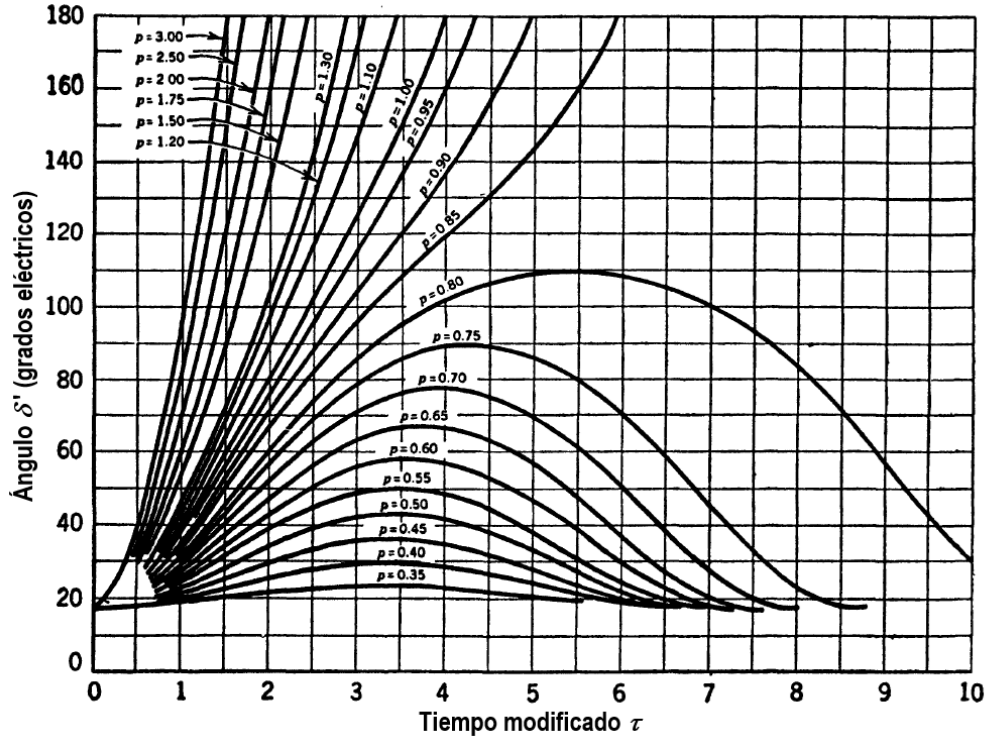


Figura 4
sen δ_0' = 0.30.

Figs. 3 y 4. Curvas de oscilación precalculadas (copiada de Ref. 2, con permiso)

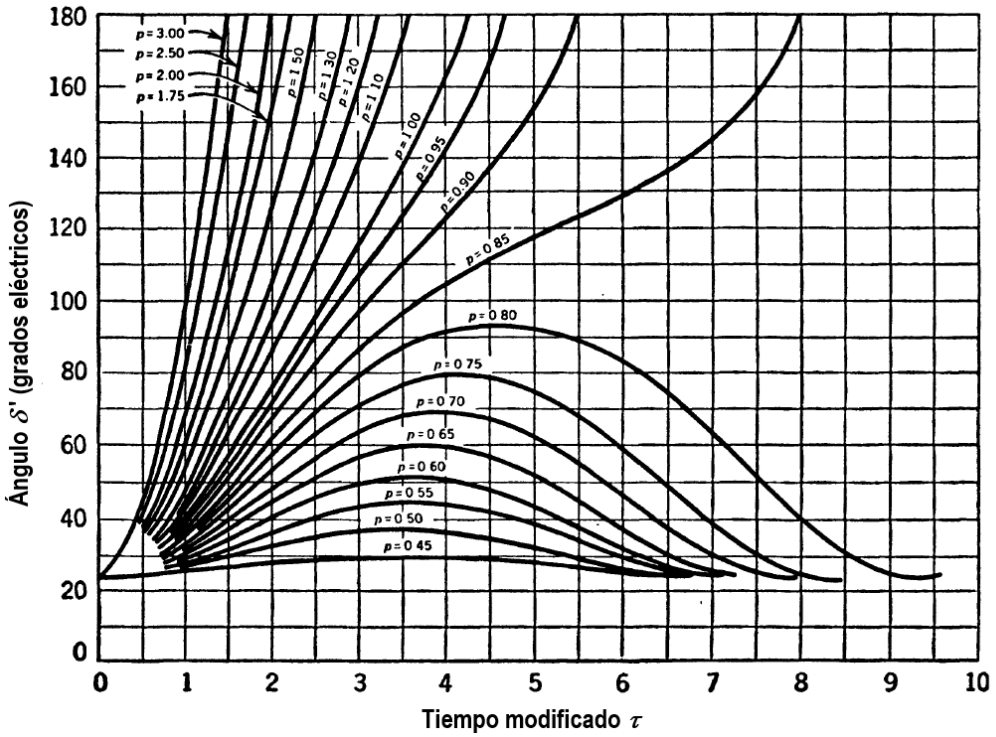


Figura 5
sen δ_0' = 0.40.

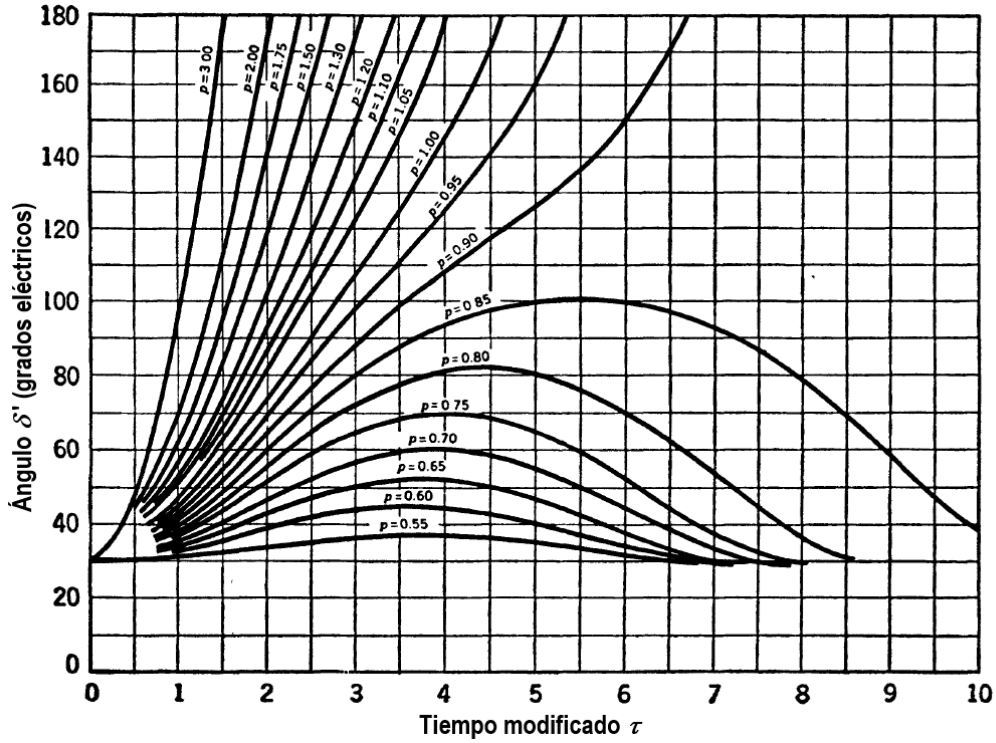


Figura 6
sen δ_0' = 0.50.

Figs. 5 y 6. Curvas de oscilación precalculadas (copiada de Ref. 2, con permiso)

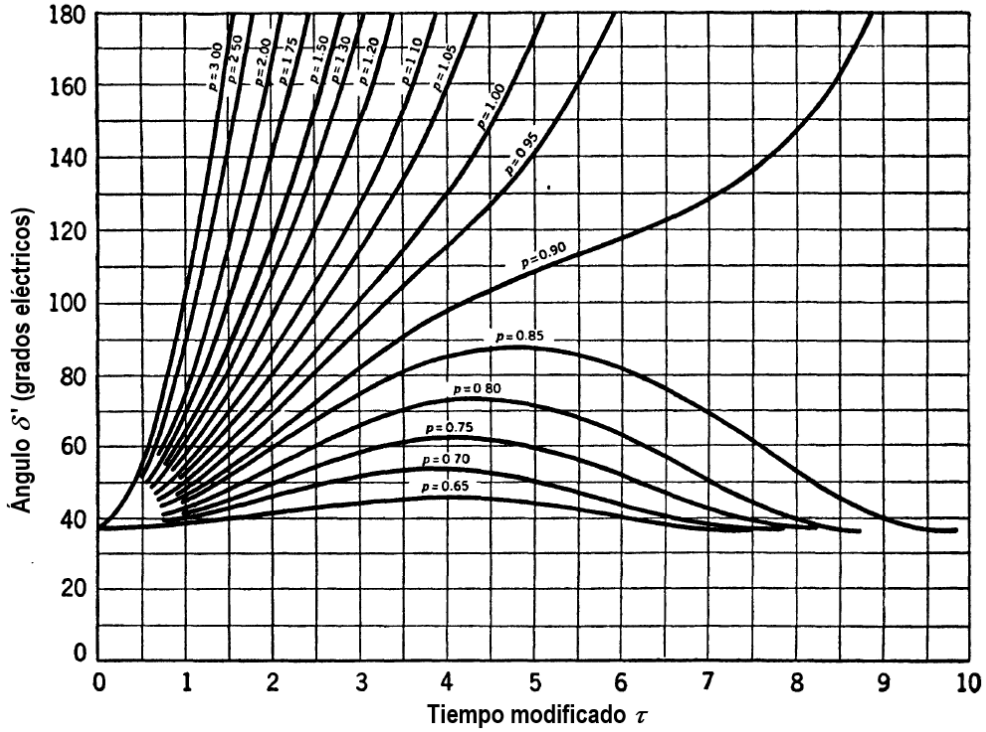


Figura 7
sen δ_0' = 0.60.

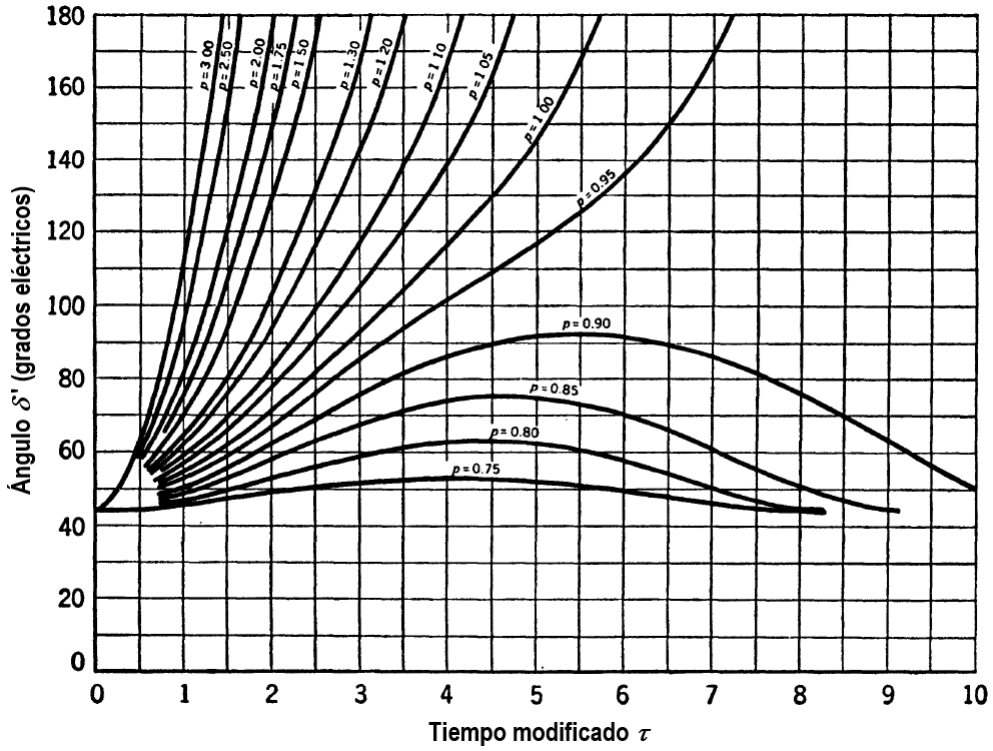


Figura 8
sen δ_0' = 0.70.

Figs. 7 y 8. Curvas de oscilación precalculadas (copiada de Ref. 2, con permiso)

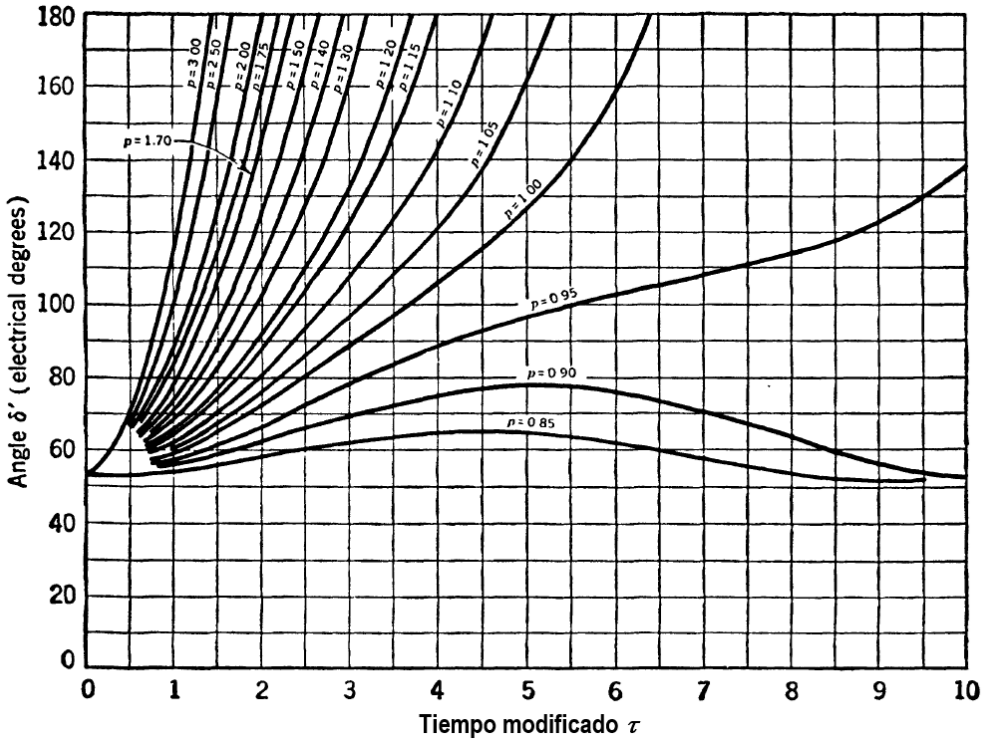


Figura 9
sen δ_0' = 0.80.

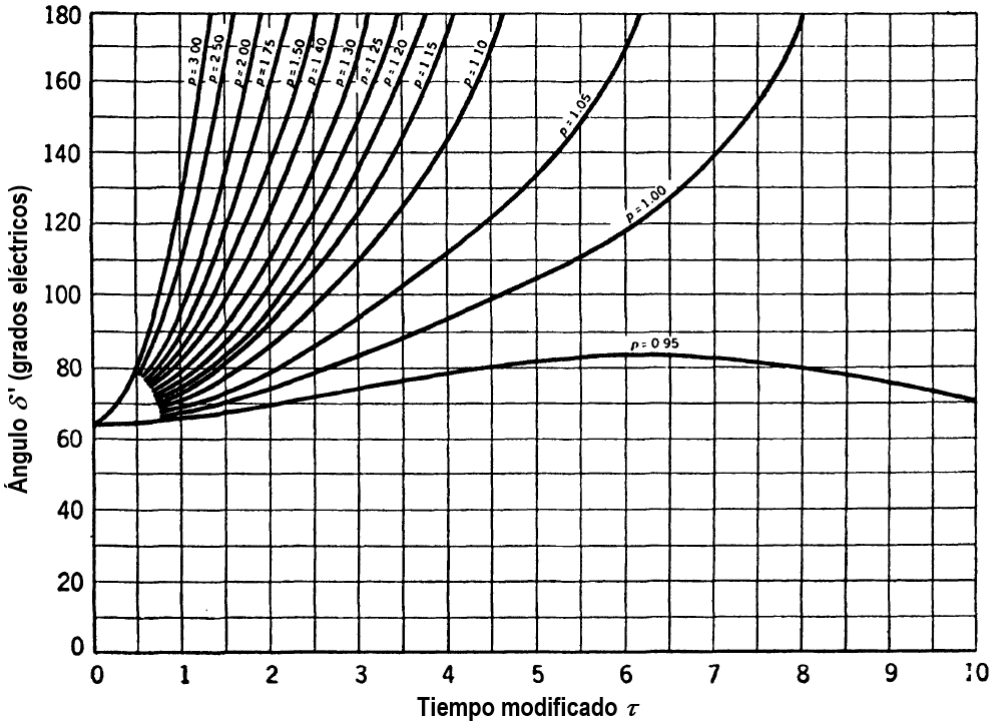


Figura 10
sen δ_0' = 0.90.

Figs. 9 y 10. Curvas de oscilación precalculadas (copiada de Ref. 2, con permiso)

2. Calcular $P_i' = P_i - P_C$, $p = P_i'/P_M$, $\delta_0' = \delta_0 - \gamma$, sen δ_0', y $\delta_c' = \delta_c - \gamma$.

3. Calcular la constante de inercia equivalente M por la ec. 2.

4. Encuentre la familia de curvas para el valor propio de sen δ_0' y la curva individual para el valor propio de p. Ingrese esta curva con la ordenada $\delta' = \delta_c'$ y lea la abscisa correspondiente $\tau = \tau_c$. Puede ser necesaria la interpolación entre curvas o entre familias de curvas.

5. Por la ec. 11 calcule el tiempo crítico de despeje t_c correspondiente a τ_c.

Para determinar el ángulo de despeje correspondiente a un tiempo de despeje dado, se modifica el orden de los pasos del procedimiento de manera que resulte obvio.

El procedimiento descrito anteriormente fracasa si la falla es de tal naturaleza que no hay potencia de sincronización mientras la falla está presente. En tal caso, $P_M = 0$, de lo cual se deduce que $p = \infty$ y $\tau = 0$ para todos los valores de t. La curva precalculada para esta condición es el eje de coordenadas vertical, y la relación entre δ' y t no puede determinarse a partir de ella. Sin embargo, esta relación puede hallarse mediante la ec. 41 del Capítulo IV, a saber:

$$t = \sqrt{\frac{2M\left(\delta - \delta_o\right)}{P_a}} \tag{15}$$

Además, las curvas precalculadas no se pueden usar para representar las condiciones *después* del despeje de una falla porque la curva para el valor adecuado de ángulo y velocidad (en el instante del despeje) no tiene el valor adecuado de potencia de aceleración o aceleración después del despeje.

EJEMPLO 1

En el Ejemplo 1 del Capítulo IV, que trata sobre una máquina conectada mediante una reactancia a una barra infinita, el ángulo crítico de despeje para las condiciones del Ejemplo 4 del Capítulo II se determinó, mediante el criterio de áreas iguales, en 138°. El tiempo crítico de despeje correspondiente, determinado a partir de la curva de oscilación, es de 0.61 seg. Verifique este valor utilizando las curvas de oscilación precalculadas.

Solución. Del Ejemplo 4 del Capitulo II, la ecuación potencia – ángulo válida para la condición de falla es

$$P_u = 0.936 \operatorname{sen} \delta \text{ por unidad}$$

de donde

$$P_C = 0, \quad P_M = 0.936, \quad \gamma = 0;$$

La potencia de entrada es

$$P_i = 0.80 \text{ por unidad};$$

La constante de inercia de la máquina finita es

$$M_1 = 2.56 \text{ x } 10^{-4} \text{ por unidad;}$$

Y el ángulo inicial es

$$\delta_0 = 18.1°$$

De donde

$$\text{sen } \delta_0 = 0.310.$$

Del planteamiento del problema,

$$\delta_c = 138°$$

Las siguientes cantidades se calculan a partir de los datos:

$$P_i' = P_i - P_C = P_i = 0.80$$

$$p = \frac{P_i'}{P_M} = \frac{0.80}{0.936} = 0.854$$

$$\text{sen } \delta_0' = \text{sen } \delta_0 = 0.310$$

$$\delta_c' = \delta_c = 138°$$

$$M = M_1 = 2.56 \times 10^{-4}$$

$$\frac{\tau}{t} = \sqrt{\frac{\pi P_M}{180M}} = \sqrt{\frac{\pi \times 0.936}{180 \times 2.56 \times 10^{-4}}} = 8.0$$

La curva precalculada más adecuada es aquella para sen $\delta_0 = 0.30$ y $p = 0.85$ en la Fig. 4. La ordenada $\delta' = 138°$ corresponde a la abscisa $\tau = 4.8$. Por lo tanto, $\tau_c = 4.8$ y

$$t_c = \frac{\tau_c}{8.0} = \frac{4.8}{8.0} = 0.60 \text{ seg.}$$

Esto concuerda razonablemente bien con el valor encontrado anteriormente, 0.61 seg.

EJEMPLO 2

Halle el ángulo de despeje correspondiente a un tiempo de despeje de 0.30 seg. en el sistema del Ejemplo 4, Capítulo III, que consta de dos máquinas finitas conectadas mediante una red de impedancia. (El criterio de áreas iguales se aplicó a este sistema en el Ejemplo 2, Capítulo IV).

Solución. Los siguientes datos se obtuvieron del Ejemplo 2 del Capítulo IV.

$M = 2.64 \text{ x } 10^{-4}$ por unidad
$P_i = 0.41$ por unidad
$P_C = -0.044$ por unidad
$P_M = 0.203$ por unidad
$\gamma = -2.9°$
$\delta_0 = 12.7°$

y lo siguiente del enunciado de este problema:

$$t = 0.30 \text{ seg.}$$

Las siguientes cantidades se calculan a partir de los datos:

$$P_i' = P_i - P_C = 0.41 - (-0.04) = 0.45$$

$$p = \frac{P_i'}{P_M} = \frac{0.45}{0.203} = 2.2$$

$$\delta_0' = \delta_0 - \gamma = 12.7 - (-2.9) = 15.6$$

$$\text{sen } \delta_0' = 0.269$$

$$\frac{\tau}{t} = \sqrt{\frac{\pi}{180}\frac{P_M}{M}} = \sqrt{\frac{\pi \times 0.203}{180 \times 2064 \times 10^{-4}}} = 3.66$$

$$\tau = 3.66t = 3.66 \times 0.30 = 1.1$$

La curva precalculada más adecuada es aquella para sen $\delta_0 = 0.30$ y $p = 2.0$ en la Fig. 4. En esta curva $\tau = 1.1$ corresponde a $\delta' = 76°$.

$$\delta = \delta' + \gamma = 76° - 3° = 73°$$

De la Tabla 15, Ejemplo 4, Capitulo III, en $t = 0.3$ seg. hallamos $\delta_{AD} = 75.3°$. Este valor fue obtenido por cálculo punto por punto. La concordancia es razonablemente buena.

Efecto del tiempo de despeje de falla en el límite de estabilidad transitoria. La cantidad de potencia que puede transmitirse de una máquina a otra en un sistema de dos máquinas sin pérdida de sincronismo cuando el sistema sufre una falla depende de la duración de esta. El límite de potencia puede determinarse en función del ángulo de despeje mediante el criterio de áreas iguales, y la relación entre el ángulo de despeje y el tiempo de despeje puede determinarse a partir de las curvas de oscilación precalculadas. Es posible entonces trazar una curva del límite de estabilidad en función del tiempo de despeje. Dicha curva se muestra en la Fig. 11. Esto demuestra que el límite de estabilidad transitoria del sistema puede incrementarse considerablemente al reducir el tiempo de despeje de fallas de 0.5 seg. o más a 0.2 seg. o menos. El tiempo de despeje de fallas es la suma del tiempo que tardan los relés de protección en cerrar el circuito de disparo del interruptor y el tiempo que este necesita para interrumpir la corriente de falla. Con frecuencia, un sistema inestable para un tipo particular de falla y su ubicación puede estabilizarse modificando los relés existentes o modernizando los interruptores para reducir el tiempo de despeje.[1]

[1] Los valores típicos de tiempo de relé y de interruptor se presentan en el Capítulo VIII, Vol. II. La modernización de interruptores se aborda en el mismo capítulo. Los relés de protección se tratan en el Capítulo IX, Vol. II.

Una curva como la de la Fig. 11 se puede obtener mediante el siguiente procedimiento. Primero, se utiliza el criterio de áreas iguales para determinar el límite de estabilidad con despeje instantáneo. Verdaderamente un despeje instantáneo no se

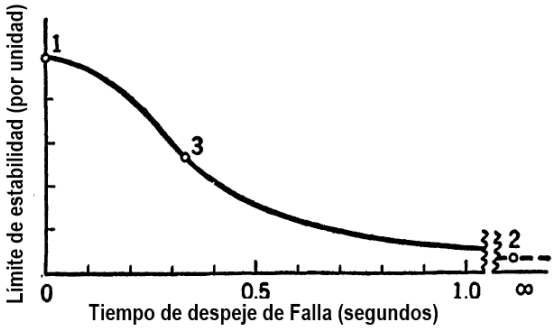


Figura 11
Curva del límite de estabilidad como una función de la duración de falla

puede lograr, pero puede considerarse como el límite al que se llega a medida que se reduce el tiempo de despeje. El límite de estabilidad para el despeje instantáneo es el mismo que para la desconexión de la línea con falla cuando no hay falla en ella. Este límite se determina como se muestra en la Fig. 12.

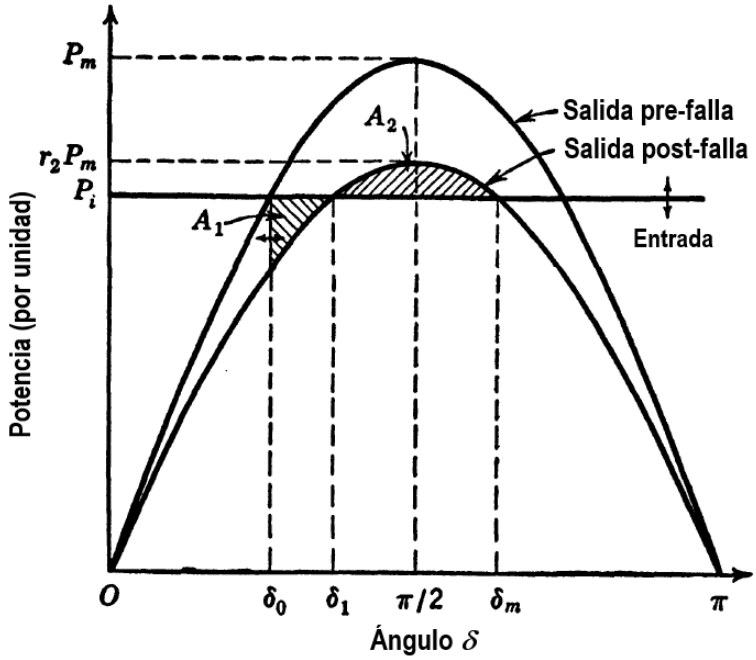


Figura 12
Determinación del límite de estabilidad para despeje de falla instantánea por el uso del criterio de áreas iguales.

Tras trazar las curvas de potencia – ángulo de la salida pre-falla y post-falla (despejada), la línea horizontal que representa la entrada, que es igual a la salida inicial, se desplaza hacia arriba y hacia abajo hasta que el área A_1 sea igual al área A_2. Cabe destacar que al mover esta línea se modifica el ángulo inicial δ_0 y, por lo tanto, se desplaza la línea vertical que delimita el área A_1. El valor de entrada determinado

por la igualdad de las áreas se representa gráficamente en la Fig. 11 como el punto 1 en el tiempo de despeje cero.

A continuación, se determina el límite de estabilidad para una falla sostenida, como se muestra en la Fig. 13. Se utiliza la curva potencia – ángulo para la condición de falla en lugar de la curva post-falla; en otros aspectos, la determinación del límite de estabilidad para una falla sostenida es similar a la del despeje instantáneo. El valor del límite de estabilidad así obtenido se representa como la asíntota (punto 2, Fig. 11) a la que la curva se aproxima en tiempos de despeje prolongados.

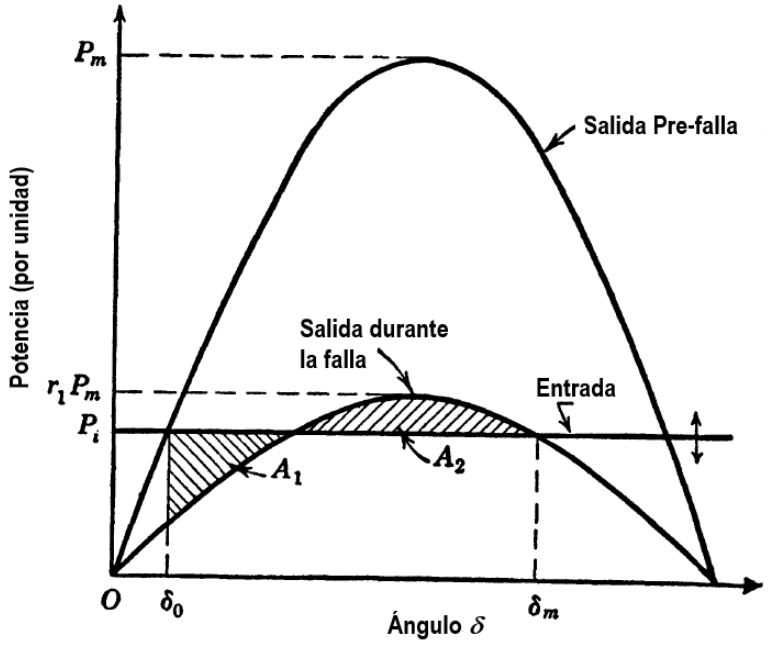


Figura 13
Determinación del límite de estabilidad para falla sostenida mediante el uso del criterio de áreas iguales.

Se han determinado los dos valores extremos del límite de estabilidad. Se puede asumir cualquier número conveniente de valores de potencia inicial entre estos extremos, y el ángulo crítico de despeje para cada uno se determina mediante el criterio de áreas iguales, como se muestra en la Fig. 14. Se dibujan curvas potencia – ángulo para la salida antes, durante y después de la falla, y la línea de entrada se dibuja en uno de los valores seleccionados de potencia inicial. La línea vertical en el ángulo de despeje δ_c se desplaza de derecha a izquierda hasta que las áreas A_1 y A_2 sean iguales, fijando así el ángulo de despeje crítico. El tiempo de despeje correspondiente a este ángulo se determina a partir de la curva de oscilación precalculada. A continuación, se traza el punto 3 (Fig. 11), cuyas coordenadas son la potencia supuesta y el tiempo de despeje crítico correspondiente. Los puntos adicionales de la curva se determinan de forma similar.

El procedimiento descrito anteriormente, en el que se asumen valores de potencia y se determinan los tiempos de despeje correspondientes, es más sencillo que el procedimiento alternativo, en el que se asumen tiempos de despeje y se determinan

los límites de potencia correspondientes. En el último procedimiento se desplaza la línea de entrada horizontal, lo que produce un desplazamiento también de la línea vertical en el ángulo inicial δ_0, mientras que en el anterior procedimiento se desplaza sólo una línea, la línea vertical se desplaza en el ángulo de despeje δ_c.

El procedimiento descrito para determinar el límite de potencia de estabilidad transitoria en función de la duración de la falla solo es aplicable a sistemas de dos máquinas. Sin embargo, la conclusión general de que la disminución del tiempo de

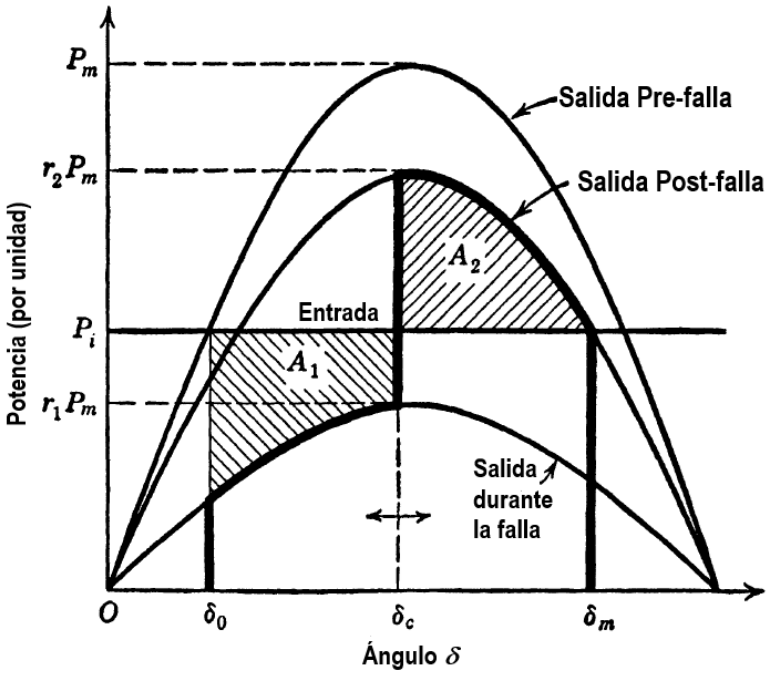


Figura 14
Determinación del límite de estabilidad para falla despejada en tiempo finito

despeje de fallas mejora la estabilidad y aumenta los límites de estabilidad es válida tanto para sistemas multimáquina como para sistemas de dos máquinas. Acelerar la operación de relés e interruptores es uno de los medios más eficaces e importantes para mejorar la estabilidad del sistema eléctrico.

EJEMPLO 3

Grafique el límite de estabilidad en por unidad en función de la duración de la falla para un cortocircuito trifásico (*a*) en el centro de una de las líneas de transmisión paralelas del sistema eléctrico mostrado en la Fig. 15 y (*b*) en el extremo emisor de una de las líneas. La falla se despeja en ambos casos mediante la apertura simultánea de los interruptores automáticos en ambos extremos de la línea. El sistema consiste en una central hidroeléctrica que envía energía a través de dos líneas de transmisión paralelas a la tensión del generador a un sistema metropolitano que puede considerarse una barra infinita. Los siguientes datos corresponden al sistema. La potencia base es la potencia nominal total de los generadores hidroeléctricos.

Reactancia transitoria de eje directo de generadores hidroeléctricos: 0.35 por unidad
Energía almacenada en generadores hidroeléctricos, *H*: 3.00 MJ por MVA nominales

Frecuencia: 60 cps.

Tensión detrás de la reactancia transitoria de generadores hidroeléctricos: 1.00 por unidad

Tensión de la barra infinita: 1.00 por unidad

Reactancia de cada línea de transmisión: 0.40 por unidad (resistencia despreciable)

Reactancia de transformadores en los extremos de recepción de las líneas: 0.10 por unidad.

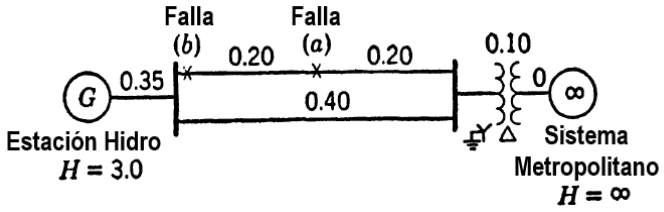


Figura 15

Sistema de potencia de dos máquinas. (Ejemplo 3.) Las reactancias se dan en por unidad sobre una base común.

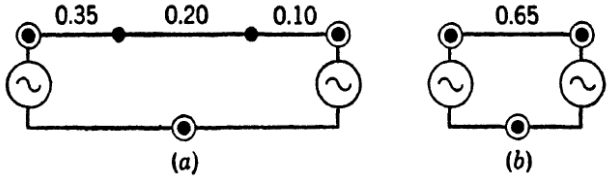


Figura 16

Reducción de la red de la Fig. 15, estado pre-falla. (Ejemplo 3).

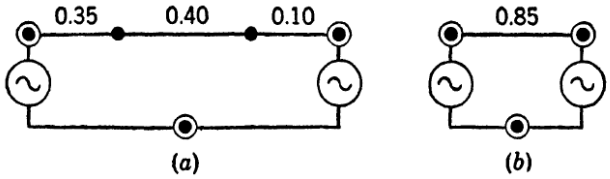


Figura 17

Reducción de la red de la Fig. 15, estado post-falla. (Ejemplo 3).

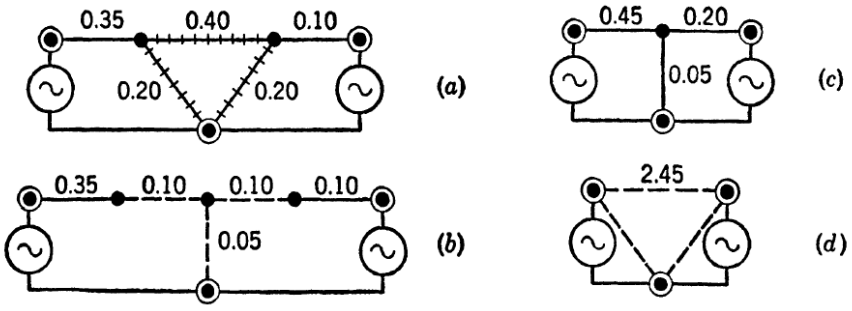


Figura 18

Reducción de la red de la Fig. 15 con un cortocircuito trifásico en el centro de una línea. (Ejemplo 3)

Solución. La red que une las dos máquinas, que se considera compuesta únicamente de reactancia, se reduce como se muestra en las Figs. 16, 17 y 18 para las condiciones de pre-falla y post-falla, y para una falla en la mitad de la línea, respectivamente. Para las dos primeras condiciones, la reducción se logra mediante combinaciones en paralelo y en

serie; para la tercera condición, mediante dos conversiones Y-Δ y combinaciones en serie intermedias. Con una falla trifásica en el lado de envío de la línea, es obvio que, sin reducir la red, no se puede transmitir potencia. Las reactancias resultantes entre máquinas

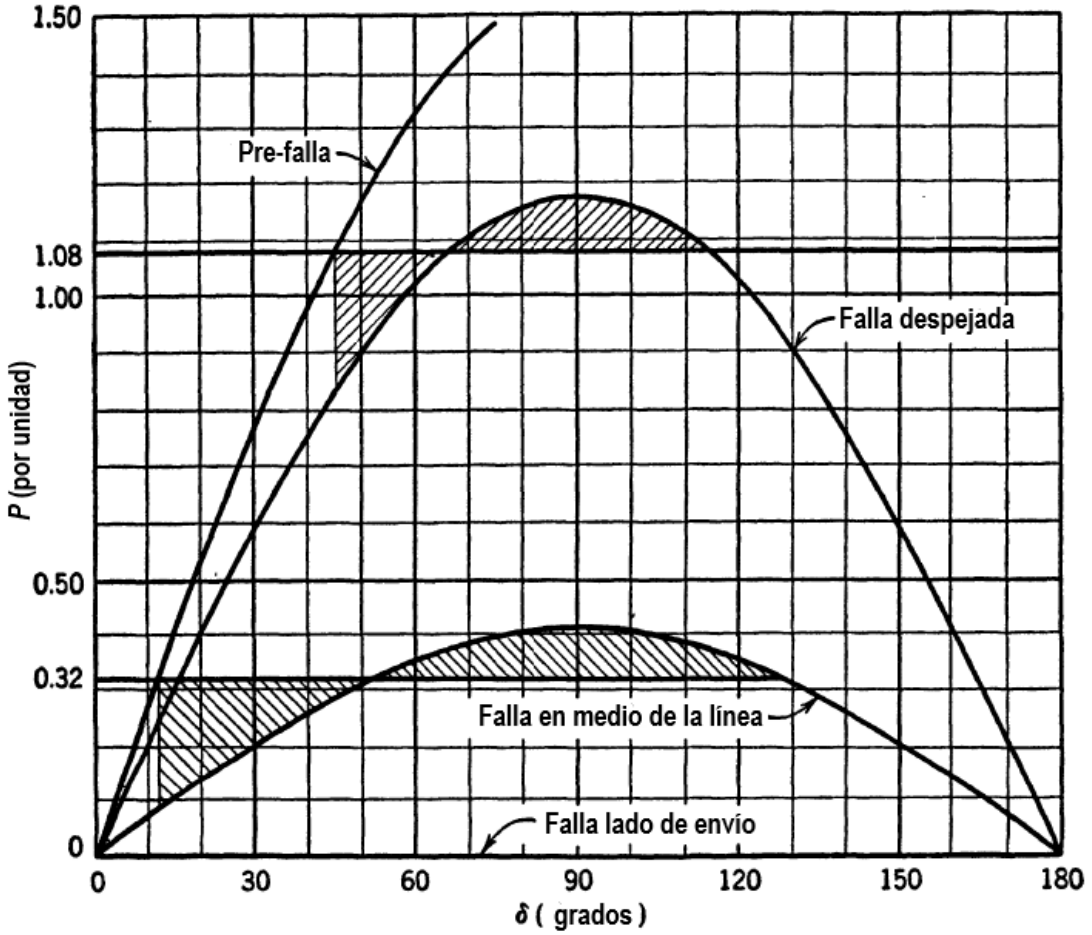


Figura 19

Determinación del límite de estabilidad para el despeje de una falla instantánea en cualquier punto y para una falla sostenida en la mitad de la línea. (Ejemplo 3)

y las amplitudes de las curvas potencia – ángulo ($P_M = E_A E_B/X_{AB} = 1/X_{AB}$), son las siguientes:

Condición	Reactancia (por unidad)	P_M (por unidad)
Pre-falla	0.65	1.54
Post-falla	0.85	1.18
Falla al medio	2.45	0.41
Falla en un extremo	∞	0

Las curvas potencia – ángulo se representan en la Fig. 19. El límite de estabilidad para el despeje instantáneo se obtiene mediante el criterio de áreas iguales en la parte superior de esta figura. El valor así obtenido, 1.08 por unidad, es correcto para ambas ubicaciones de falla. El límite de estabilidad para una falla sostenida en la mitad de la línea se encuentra en la parte inferior de la Fig. 19; es de 0.32 por unidad. El límite de estabilidad para una falla trifásica sostenida en el extremo de la línea es cero.

Tabla 1 – DETERMINACIÓN DEL TIEMPO DE DESPEJE A PARTIR DEL ÁNGULO DE DESPEJE (EJEMPLO 3)

P_i (p.u.)	$\sin \delta_0 = P_i/1.54$	δ_0 (grad.)	Falla a mitad de la Línea				Falla al final de la Línea		
			$p = P_i/0.41$	δc (deg.) de Fig. 20	τ_c de curvas precalc.	$t_c = \tau_c/5.08$ (seg.)	δc (deg.) de Fig. 21	$\delta c - \delta_0$ (grad.)	t_c (seg.)
1.00	0.650	40	2.5	51	0.40	0.08	46	6	0.06
0.90	0.585	36	2.2	60	0.70	0.14	52	16	0.10
0.80	0.520	31	2.0	70	1.00	0.2	58	27	0.14
0.70	0.455	27	1.7	82	1.30	0.26	...	...	...
0.60	0.390	23	1.5	95	1.60	0.31	75	52	0.22
0.50	0.325	19	1.2	111	2.20	0.43	...	...	...
0.40	0.260	15	1.0	130	3.10	0.61	95	80	0.33
0.35	0.228	13	0.85	144	6.00	1.18	...	...	...
0.20	0.130	8	...	...	...	...	120	112	0.56
0.10	0.065	4	...	...	...	...	138	134	0.86
0.05	0.032	1	...	...	...	...	150	149	1.28

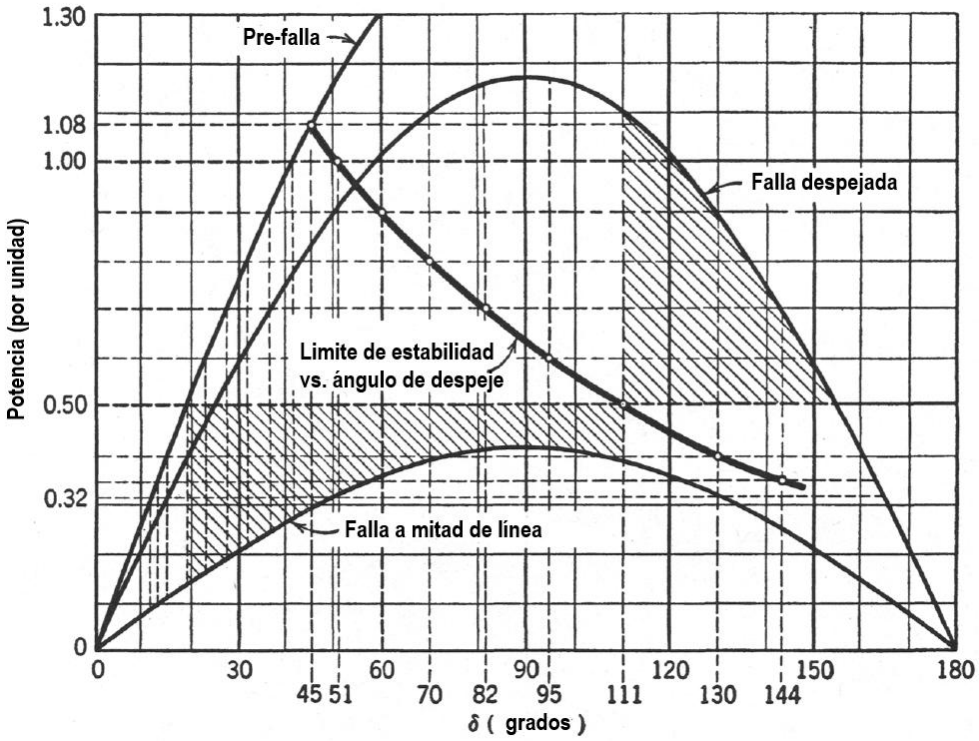


Figura 20

Determinación del límite de estabilidad en función del ángulo de despeje mediante el criterio de áreas iguales, con falla trifásica en la mitad de la línea. Las áreas para P = 0,50 están sombreadas. (Ejemplo 3).

Se asumen límites de estabilidad entre 0.32 y 1.08 por unidad con la falla en el centro de la línea, y los tiempos críticos de despeje correspondientes se muestran en la Fig. 20. Se asumen límites de estabilidad entre 0 y 1.08 por unidad con la falla en el lado de envío de la línea, y los tiempos críticos de despeje correspondientes se muestran en la Fig. 21. En ambas figuras se representan las curvas del límite de estabilidad en función del ángulo de despeje. Los valores del ángulo de despeje se presentan en la Tabla 1.

Los valores del tiempo de despeje correspondientes a estos valores del ángulo de despeje se obtienen a partir de las curvas de oscilación precalculadas si la falla se encuentra en la mitad de la línea y de la ec. 15 si la falla se encuentra al final de la línea. En el primer caso, se necesita el valor numérico de τ / t. Según la ecuación 11, es

$$\frac{\tau}{t} = \sqrt{\frac{\pi f P_M}{GH}} = \sqrt{\frac{\pi \times 60 \times 0.41}{3.0 \times 1}} = 5.08$$

En el segundo caso tenemos de la ec. 15

$$t_c = \sqrt{\frac{2GH}{180f}\frac{(\delta_c - \delta_0)}{P_a}} = \sqrt{\frac{2 \times 3.0 \times 1}{180 \times 60}} = \sqrt{\frac{\delta_c - \delta_0}{1800 P_i}}$$

Los detalles de la determinación del tiempo de despeje se presentan en la Tabla 1.

Las curvas del límite de estabilidad en función del tiempo de despeje se representan en la Fig. 22.

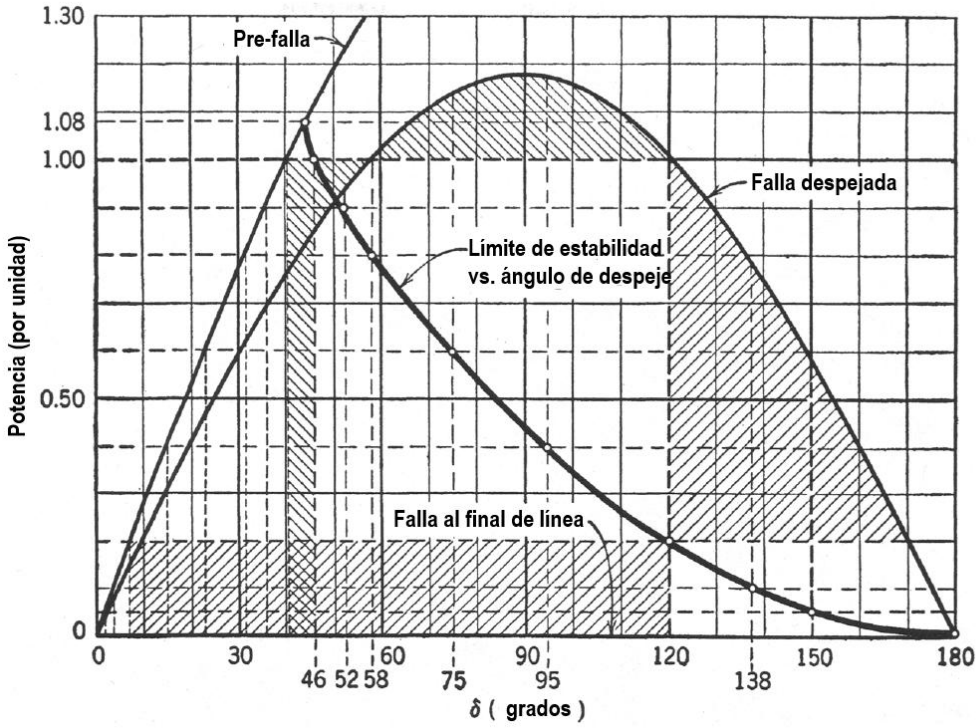


Figura 21

Determinación del límite de estabilidad en función del ángulo de despeje mediante el criterio de áreas iguales, falla trifásica en el extremo emisor de la línea. Las áreas para $P = 0.20$ y $P = 1.00$ están sombreadas. (Ejemplo 3).

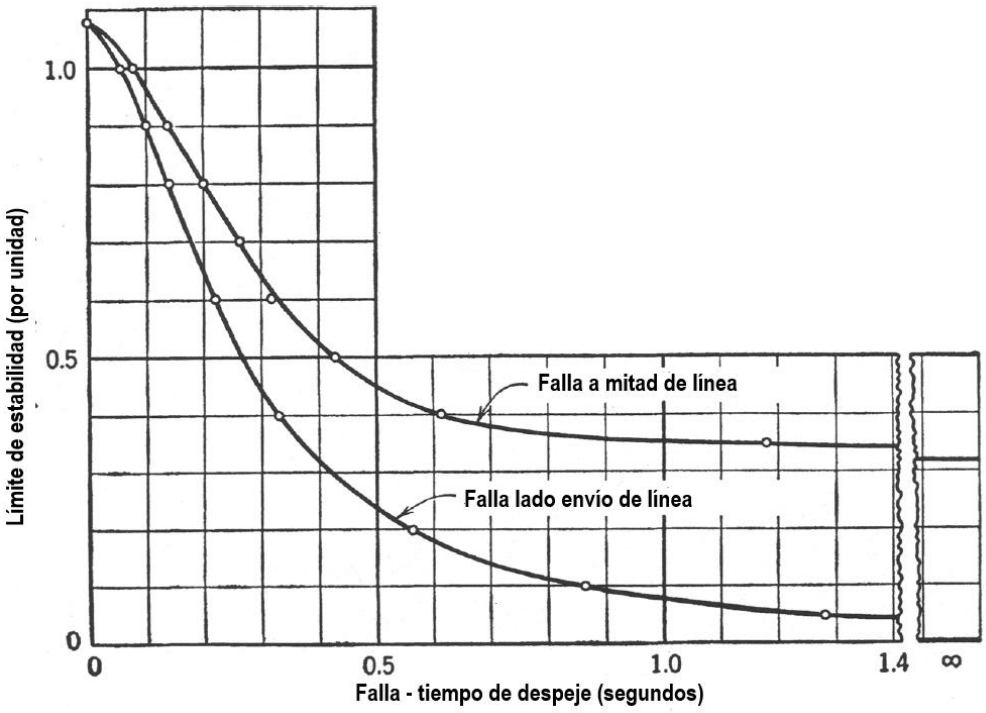


Figura 22

Curva del límite de estabilidad en función del tiempo de despeje de la falla para el sistema de la Fig. 15. (Ejemplo 3).

Curvas para determinar el tiempo crítico de despeje. Byrd y Pritchard desarrollaron y describieron un método más directo para determinar el tiempo crítico de despeje de una falla en un sistema de dos máquinas que el descrito en la primera parte de este capítulo. Su método facilita el trazado de curvas de límite de estabilidad en función de la duración de la falla. Considera que las tensiones subyacentes a las reactancias transitorias, y por ende las amplitudes de las curvas potencia – ángulo, suelen variar con la potencia transmitida según lo determinado por la práctica operativa. Este hecho se omitió en nuestra discusión anterior, aunque podría haberse tenido en cuenta.

En el método de Byrd y Pritchard se utilizan dos supuestos, además de los que se formularon al desarrollar el criterio de áreas iguales. Estos son:

1. Que la red es puramente reactiva
2. Que todos los interruptores que se abran para eliminar la falla lo hagan simultáneamente.

Ambas suposiciones se hacen comúnmente, aunque no necesariamente, al utilizar el criterio de áreas iguales para simplificar los cálculos.

La derivación del método de Byrd y Pritchard es la siguiente: Sean las curvas de potencia – ángulo del sistema de reactancia de dos máquinas:

Antes de la falla: $$P_u = P_m \operatorname{sen} \delta \tag{16}$$

Durante la falla: $$P_u = r_1 P_m \operatorname{sen} \delta \tag{17}$$

Después de la falla: $$P_u = r_2 P_m \operatorname{sen} \delta \tag{18}$$

En otras palabras, r_1 y r_2 son las razones de las amplitudes de las curvas de potencia – ángulo durante y después de la falla, respectivamente, esto antes de la falla. Dado que la amplitud de la curva de potencia – ángulo de una red de reactancia viene dada por la ecuación 7,

$$P_m = \frac{E_1 E_2}{X_{12}} \tag{19}$$

Es aparente que r_1 y r_2 pueden ser expresadas en términos de las reactancias entre las máquinas antes, durante y después de la falla, entonces:

$$r_1 = \frac{X_{12} \text{ antes de la falla}}{X_{12} \text{ durante la falla}} \tag{20}$$

$$r_2 = \frac{X_{12} \text{ antes de la falla}}{X_{12} \text{ después de la falla}} \tag{21}$$

También es evidente que, si los voltajes internos E_1 y E_2 varían, las amplitudes de las tres curvas de ángulo de potencia cambiarían proporcionalmente y las relaciones r_1 y r_2 no se verían afectadas.

Las tres curvas potencia – ángulo y la línea de entrada P_i se dibujan en la Fig. 14, de modo que el criterio de áreas iguales permite calcular el ángulo crítico de despeje δ_c. Normalmente, las dos áreas sombreadas se igualan. Sin embargo, es igualmente correcto igualar el área irregular bajo la línea gruesa con el área del rectángulo bajo la línea de entrada. Si se hace esto, se obtiene la siguiente ecuación, de la cual se puede calcular δ_c.

$$\left(\delta_m - \delta_0\right) P_i = r_1 P_m \int_{\delta_0}^{\delta_c} \operatorname{sen}\delta \, d\delta + r_2 P_m \int_{\delta_c}^{\delta_m} \operatorname{sen}\delta \, d\delta \tag{22}$$

Al establecer $P_i = P_m$ sen δ_0 y evaluar las integrales, la ecuación 22 se convierte en:

$$\left(\delta_m - \delta_0\right) P_m \operatorname{sen}\delta_0 = -r_1 P_m \left(\cos\delta_c - \cos\delta_0\right) - r_2 P_m \left(\cos\delta_m - \cos\delta_c\right) \tag{23}$$

$$\left(\delta_m - \delta_0\right) \operatorname{sen}\delta_0 = \left(r_2 - r_1\right)\cos\delta_c + r_1 \cos\delta_0 - r_2 \cos\delta_m \tag{24}$$

$$\cos\delta_c = \frac{\left(\delta_m - \delta_0\right)\operatorname{sen}\delta_0 - r_1 \cos\delta_0 + r_2 \cos\delta_m}{r_2 - r_1} \tag{25}$$

Donde

$$\delta_m = \pi - \operatorname{sen}^{-1}\frac{P_i}{r_2 P_m} = \pi - \operatorname{sen}^{-1}\frac{\operatorname{sin}\delta_0}{r_2} \tag{26}$$

Por lo tanto, si se conocen r_1, r_2 y δ_0, el ángulo crítico de despeje δc se puede obtener a partir de las ecuaciones 25 y 26. El tiempo crítico modificado τ_c correspondiente se puede obtener a partir de las curvas de oscilación precalculadas (Figs. 1 a 10), que son soluciones de la ecuación de oscilación (13), donde δ' ahora es simplemente δ y p = (sen δ_0) / r_1. El tiempo de despeje real t_c en segundos se puede obtener a partir de la ecuación

$$t_c = \tau_c \sqrt{\frac{180M}{\pi r_1 P_m}} = \tau_c \sqrt{\frac{GH}{\pi f r_1 P_m}} \tag{27}$$

que difiere de la ec. 11 en que P_M ha sido reemplazado por $r_1 P_m$, el nuevo símbolo para la amplitud de la curva de potencia – ángulo durante la falla.

Los pasos para determinar τ_c en función de r_1, r_2 y sen δ_0 se llevaron a cabo para diversos valores de las variables independientes, y los resultados se representaron gráficamente en forma de curvas de τ_c versus r_2 para r_1 y sen δ_0 constantes. Véanse las Figs. 23 a 39. Cada familia de curvas corresponde a un valor constante de sen δ_0, con un rango de 0.10 a 0.90 en incrementos de 0.05. Las curvas individuales de cada familia corresponden a valores constantes de r_1.

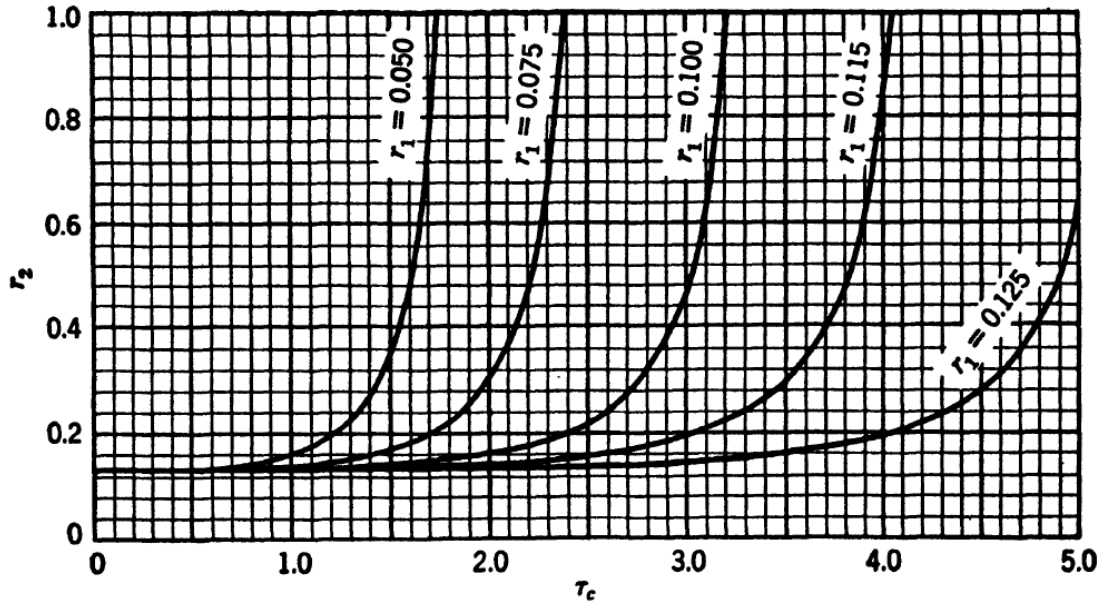


Figura 23 sen δ_0 = 0.10

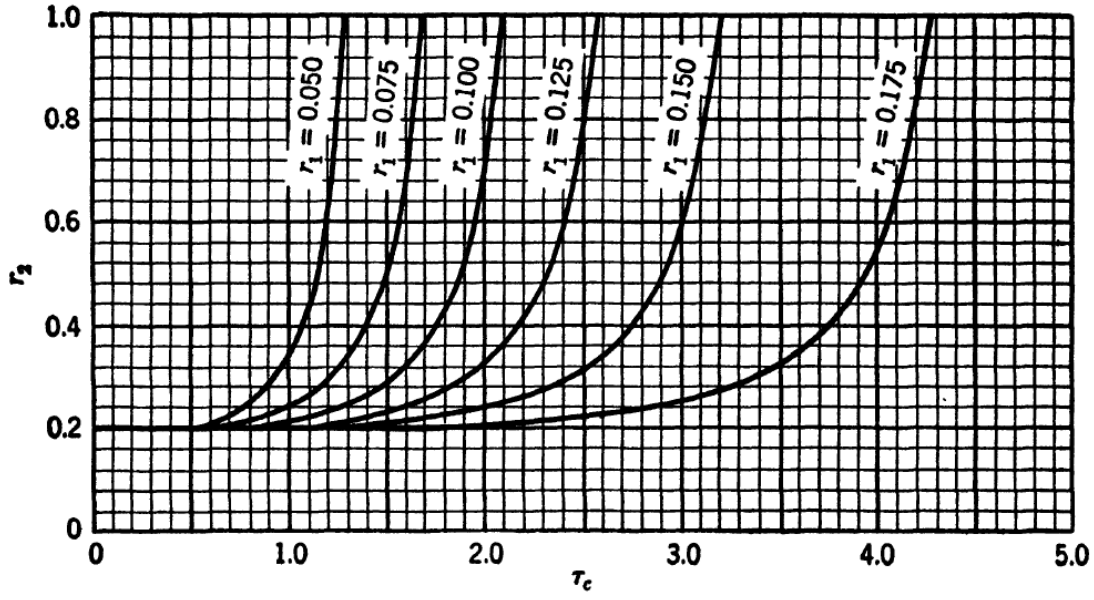


Figura 24 sen δ_0 = 0.15

Figs. 23 y 24. Curvas para la determinación del tiempo de despeje (copiado de Ref. 3 con permiso)

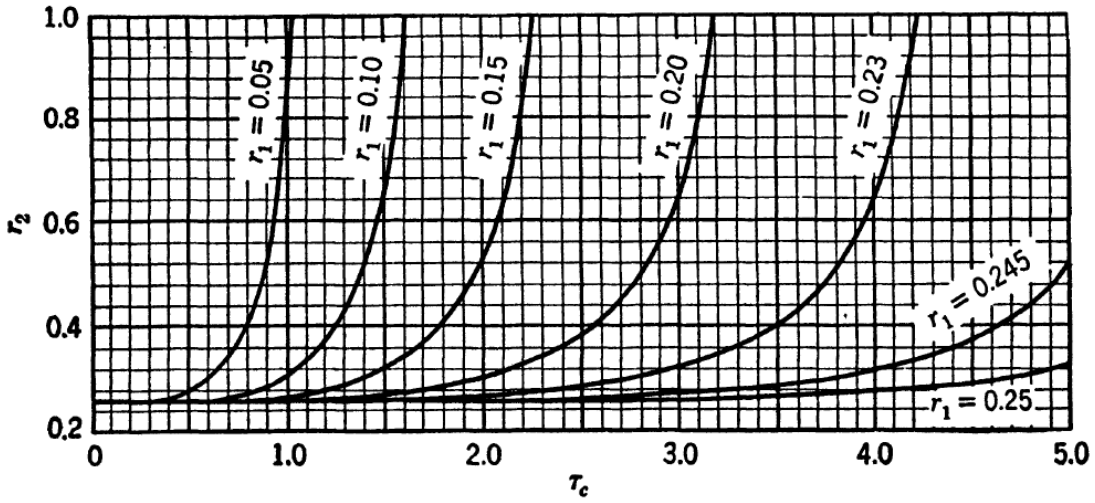


Figura 25 sen $\delta_0 = 0.20$

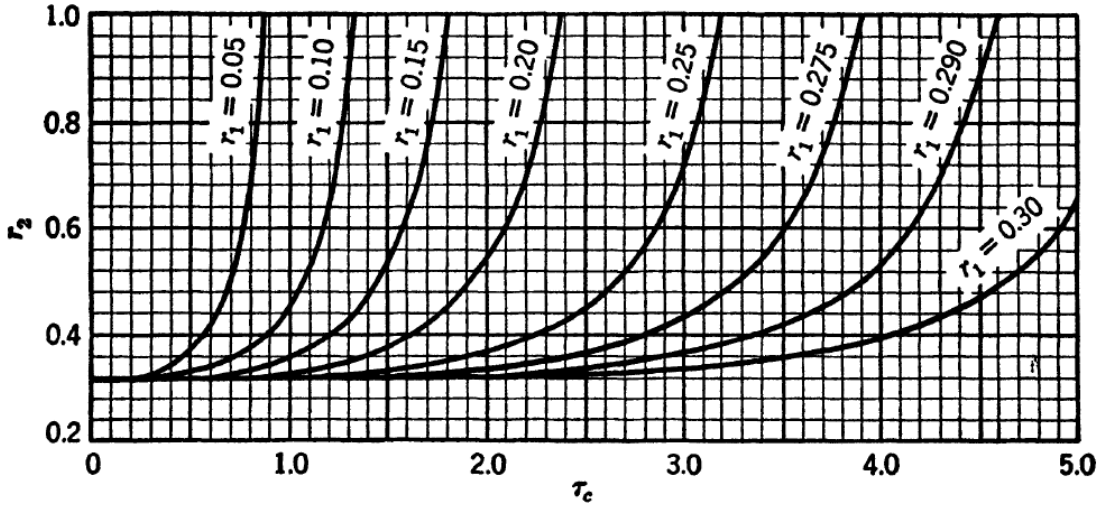


Figura 26 sen $\delta_0 = 0.25$

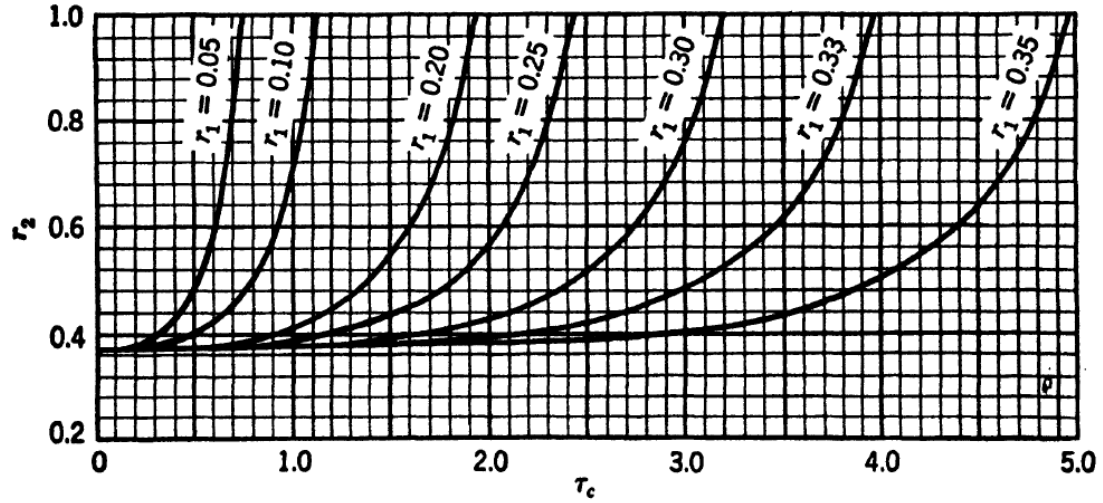


Figura 27 sen $\delta_0 = 0.30$

Figs. 25, 26 y 27. Curvas para la determinación del tiempo de despeje (copiado de Ref. 3 con permiso)

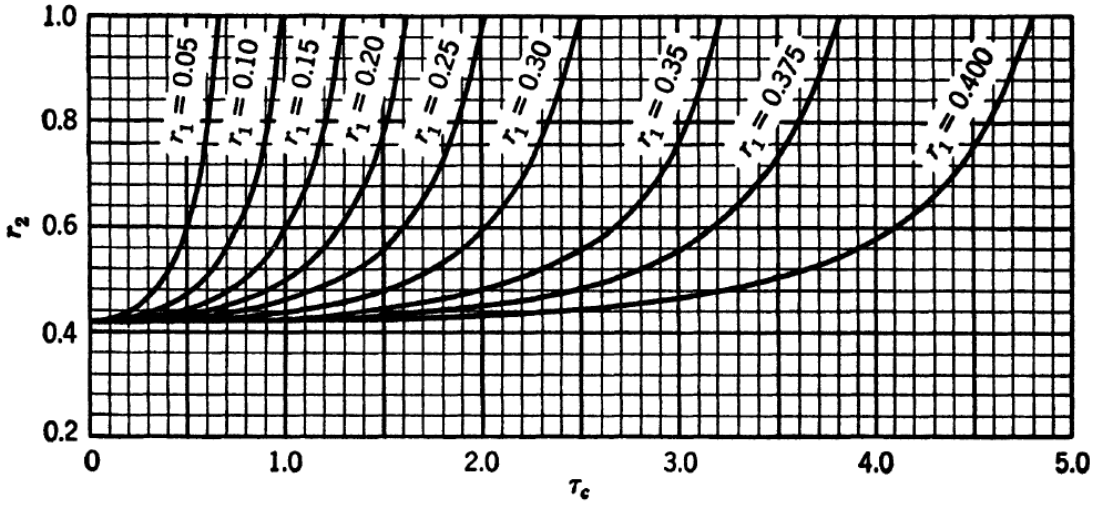


Figura 28 sen δ_0 = 0.35

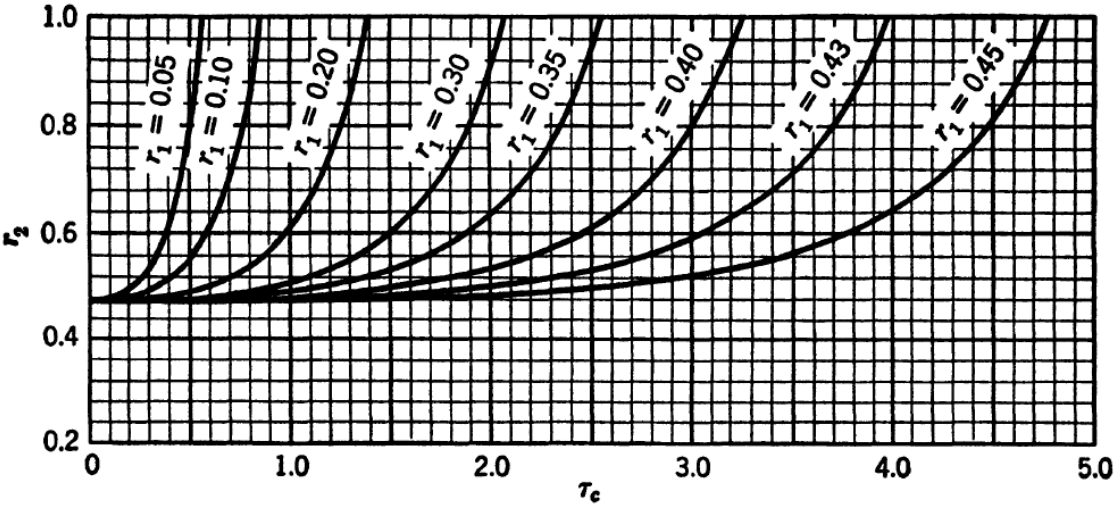


Figura 29 sen δ_0 = 0.40

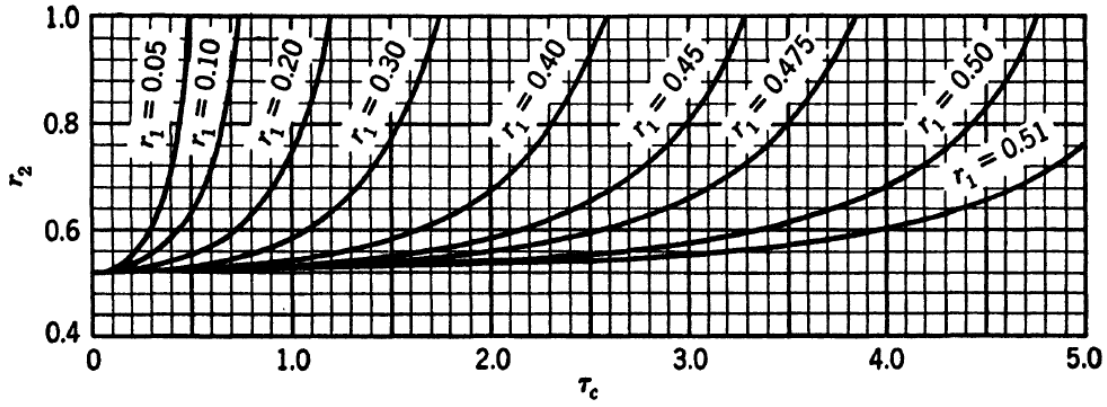


Figura 30 sen δ_0 = 0.45

Figs. 28, 29 y 30. Curvas para la determinación del tiempo de despeje (copiado de Ref. 3 con permiso)

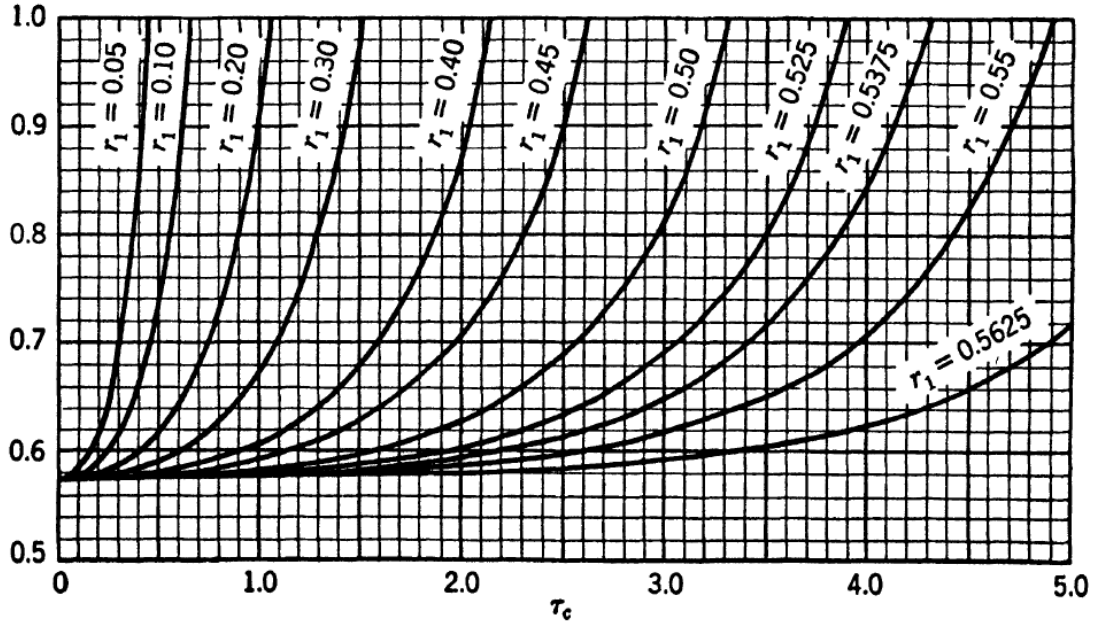


Figura 31 sen δ_0 = 0.50

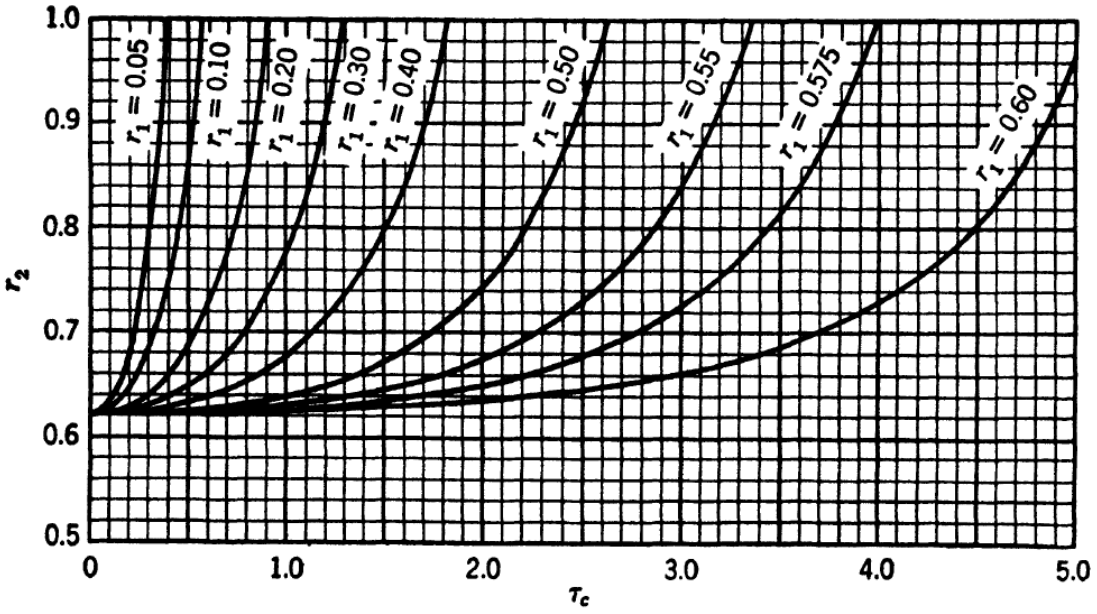


Figura 32 sen δ_0 = 0.55

Figs. 31 y 32. Curvas para la determinación del tiempo de despeje (copiado de Ref. 3 con permiso)

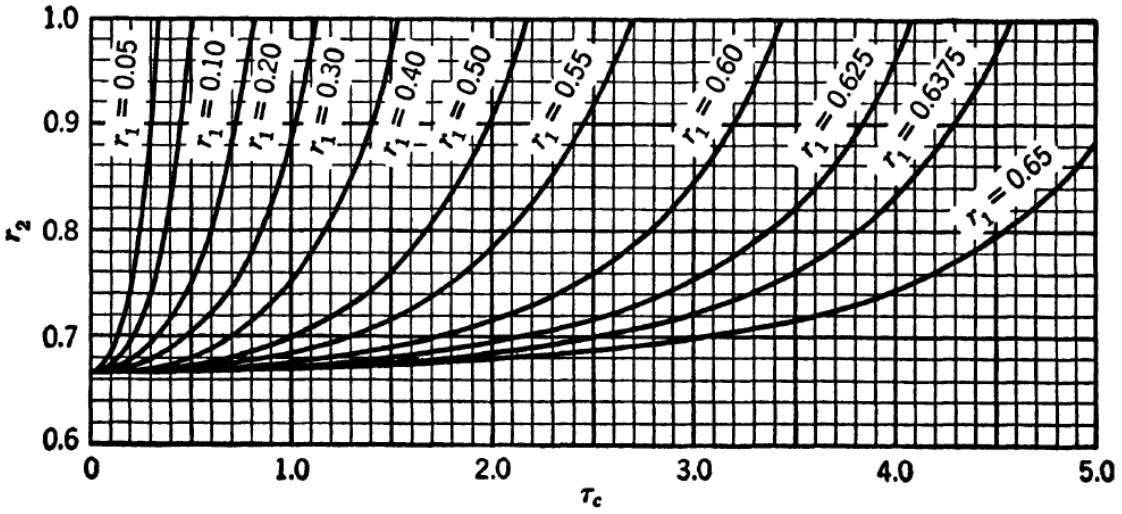


Figura 33 sen δ_0 = 0.60

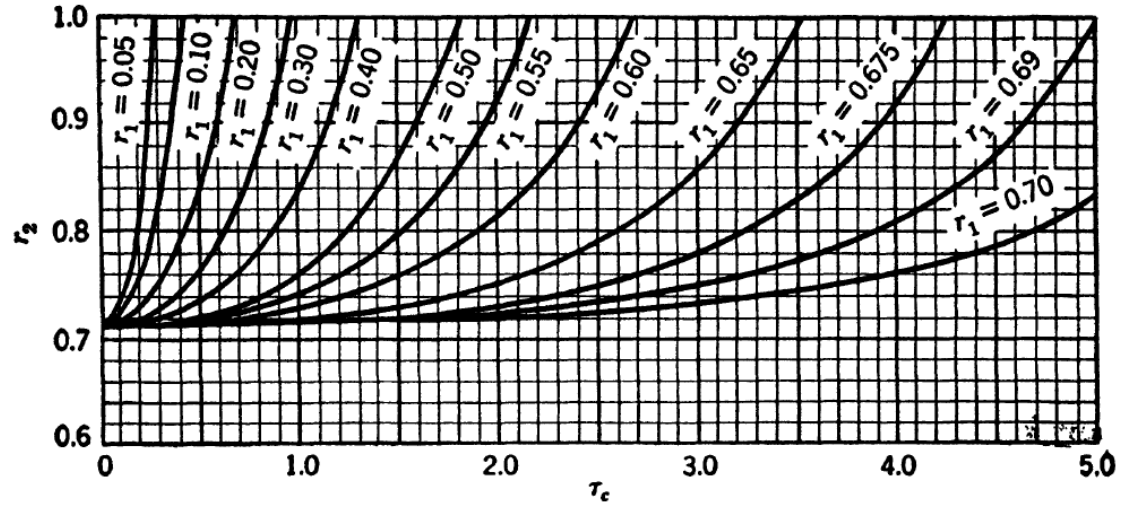


Figura 34 sen δ_0 = 0.65

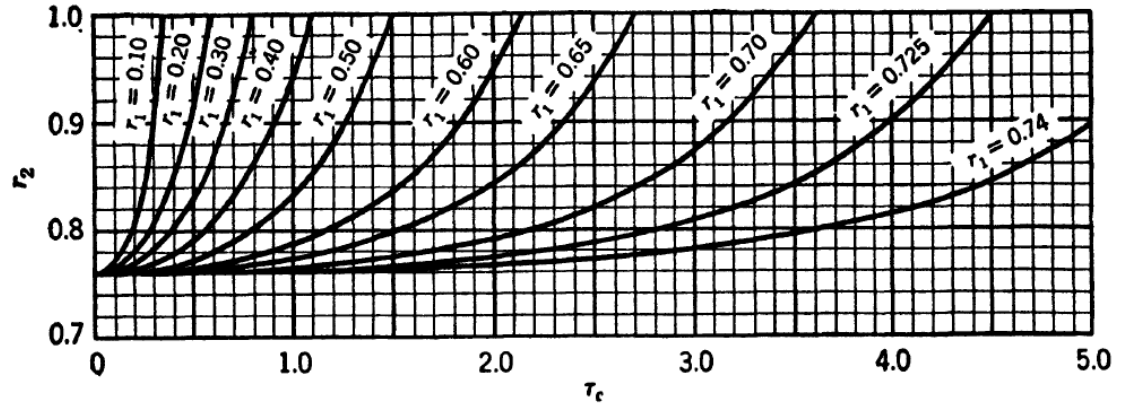


Figura 35 sen δ_0 = 0.70

Figs. 33, 34 y 35. Curvas para la determinación del tiempo de despeje (copiado de Ref. 3 con permiso)

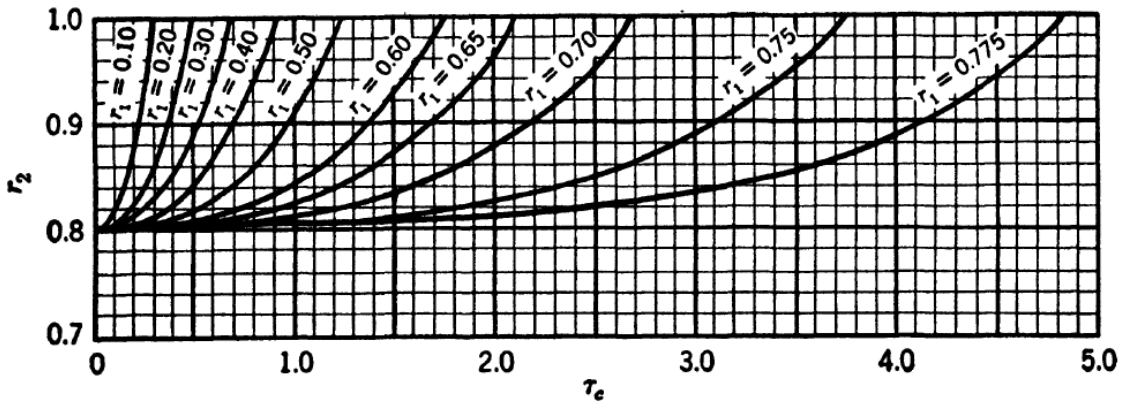


Figura 36 sen $\delta_0 = 0.75$

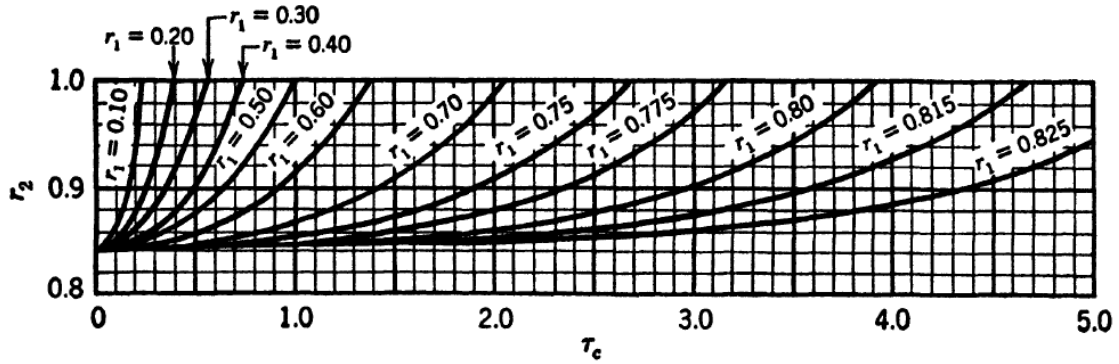


Figura 37 sen $\delta_0 = 0.80$

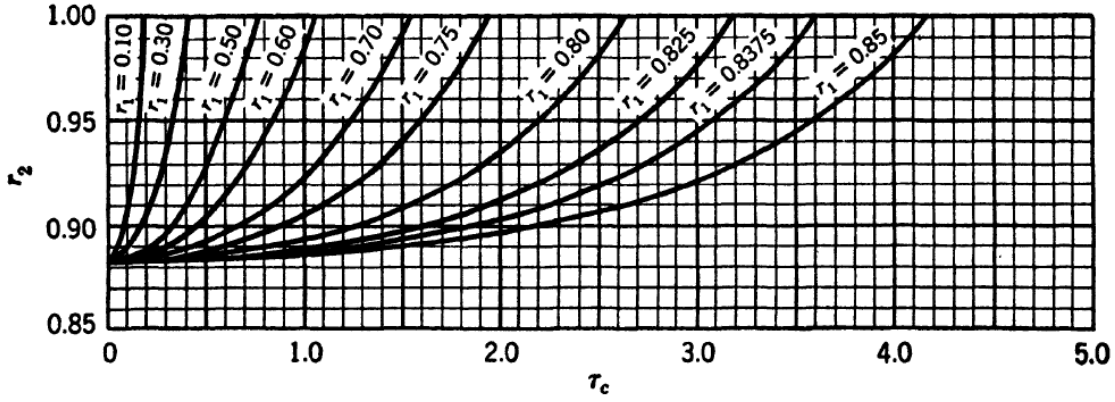


Figura 38 sen $\delta_0 = 0.85$

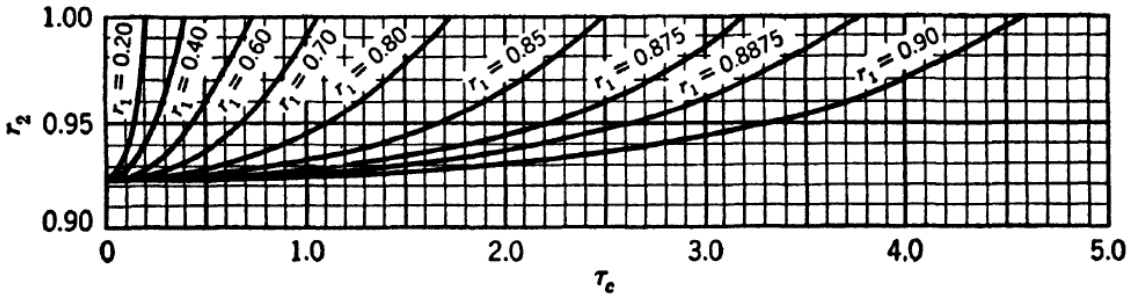


Figura 39 sen $\delta_0 = 0.90$

Figs. 36, 37, 38 y 39. Curvas para la determinación del tiempo de despeje (copiado de Ref. 3 con permiso)

Es conveniente contar con una curva adicional para determinar los límites de estabilidad para el despeje instantáneo y para fallas sostenidas. Para obtener la ecuación de dicha curva, consulte la Fig. 12, que muestra la aplicación del criterio de

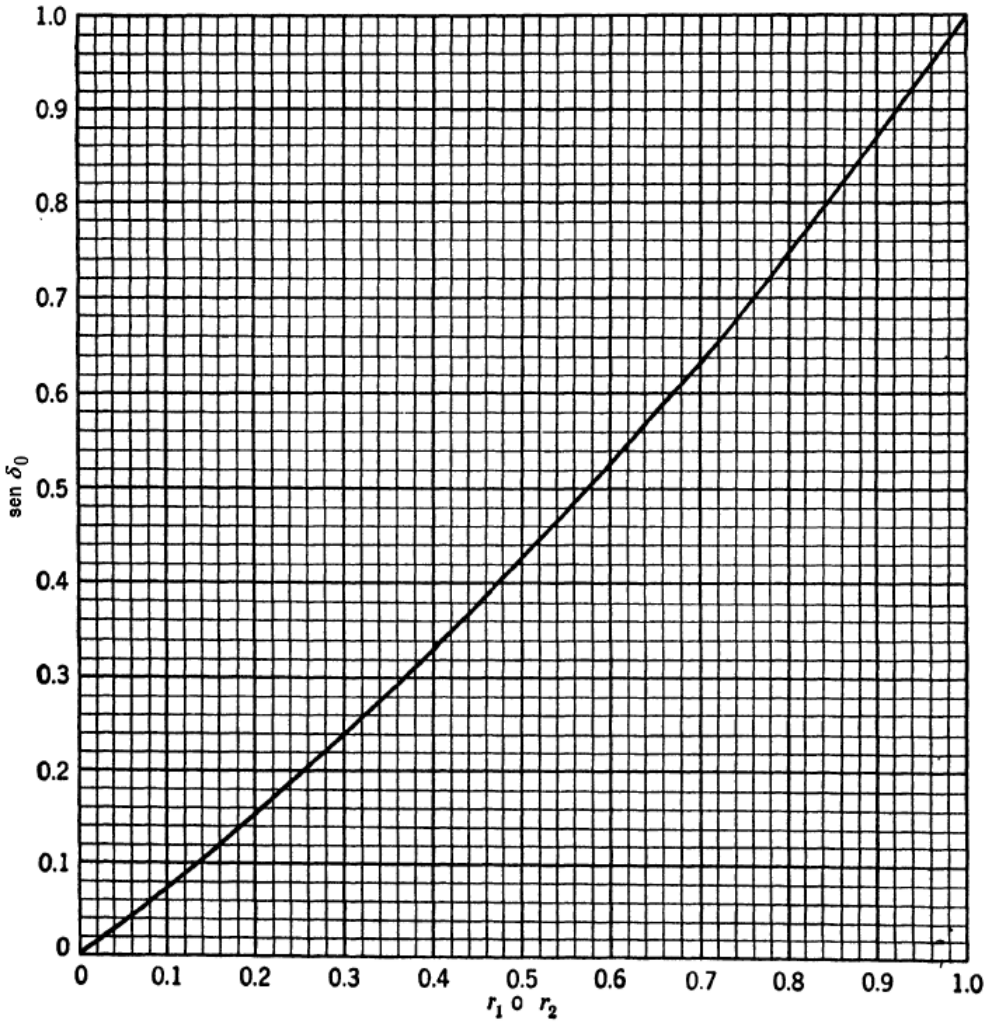


Figura 40

Curva para determinar el límite de estabilidad para una falla sostenida o para una falla despejada instantáneamente (copiada de la Ref. 3 con permiso).

áreas iguales al caso del despeje instantáneo, e iguale el área del rectángulo bajo la línea P_i entre δ_0 y δ_m con el área bajo la curva potencia – ángulo posterior a la falla entre los mismos límites.

$$\text{Área del rectángulo } = P_i\left(\delta_m - \delta_0\right) = P_m\left(\delta_m - \delta_0\right)\text{sen}\,\delta_0$$

$$\text{Área bajo la curva potencia – ángulo } = r_2 P_m \int_{\delta_0}^{\delta_m} \text{sen}\,\delta\, d\delta = r_2 P_m\left(\cos\delta_0 - \cos\delta_m\right)$$

Igualando las dos áreas, obtenemos

$$\left(\delta_m - \delta_0\right)\text{sen}\,\delta_0 = r_2\left(\cos\delta_0 - \cos\delta_m\right) \qquad (28)$$

donde δ_m se da en la ec. 26. La ecuación 28 expresa implícitamente una relación entre r_2 y sen δ_0, que se representa gráficamente en la Fig. 40. Para hallar el límite de estabilidad para el despeje instantáneo, introduzca esta curva con r_2 y lea sen δ_0. Entonces, el límite de estabilidad es P_m sen δ_0. La misma curva puede utilizarse para hallar el límite de estabilidad para una falla sostenida introduciéndola con el valor de r_1 en lugar de r_2; esto se hace evidente al comparar la Fig. 13 con la Fig. 12.

Ya se ha mencionado que, al variar la potencia transmitida ($P_i = P_m$ sen δ_0), las tensiones internas E_1 y E_2 suelen variar, y, por lo tanto, $P_m = E_1 E_2 / X_{12}$ también varía. Para el presente propósito, la forma más útil de mostrar estas relaciones es graficar P_i y P_m en función de sen δ_0, como se muestra en la Fig. 41.

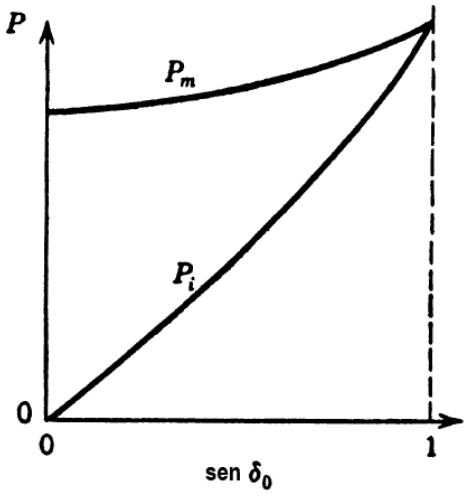


Figura 41
Curva típica de P_i y P_m versus δ_0

A continuación se resumirá el procedimiento para obtener una curva de límite de potencia en función de la duración de la falla mediante el método de Byrd y Pritchard.

1. Reducir la red de reactancia a un Δ equivalente entre las dos máquinas y el neutro para cada una de las tres condiciones:
   a. Antes de la falla.
   b. Durante la falla.
   c. Después de despejar la falla.

A continuación se utilizan únicamente las reactancias X_{12} entre las dos máquinas.

2. Calcule la constante de inercia equivalente M por la ec. 2.

3. Calcule y trace las curvas (como las de la Fig. 41) de
   a. $P_m = E_1 E_2 / X_{12}$ versus sen δ_0
   b. Potencia inicial P_i versus sen δ_0

manteniendo los voltajes del bus en los valores que se mantendrían en el funcionamiento real.

4. Calcule r_1 y r_2 con las ecs. 20 y 21.

5. *a*. Ingrese la curva de la Fig. 40 con r_1 y lea sen δ_0. En la Fig. 41, lea P_i correspondiente a este valor de sen δ_0. Este es el límite de estabilidad para una falla sostenida.

b. Repita, usando r_2 en vez de r_1. El valor de P_i así encontrado es el límite de estabilidad para despeje instantáneo.

6. [2]Seleccione valores de sen δ_0 que sean múltiplos de 0.05 y que se encuentren entre los valores obtenidos en los pasos 5*a* y 5*b*. Para cada valor de sen δ_0, encuentre la familia de curvas adecuada de las Figs. 23 a 39; encuentre la curva para el valor de r_1; introduzca esta curva con r_2 y lea τ_c.

7. Para cada valor de sen δ_0, usado en el paso 6 lea los correspondientes valores de P_i y P_m de las curvas del paso 3 (como la Fig. 41).

8. [2]Para cada valor de τ_c, encontrado en el paso 6, calcule el tiempo de despeje t_c por la ec. 27, usando el valor propio de P_m determinado en el paso 7.

9. Trace el límite de estabilidad P_i como una función del tiempo de despeje t_c. Esta curva se parecerá a la de la Fig. 11.

El método que se ha descrito falla si $r_1 = 0$, ya que para este caso $\tau = 0$ y t es indeterminado a partir de la ec. 27. Para evitar esta dificultad se introduce ahora un nuevo tiempo modificado ρ, relacionado con el tiempo real t por

$$t = \rho\sqrt{\frac{180M}{\pi P_m}} = \rho\sqrt{\frac{GH}{\pi f P_m}} \tag{29}$$

y difiere de τ en la ec. 27 en la que P_m, la amplitud de la curva potencia – ángulo pre-falla, se utiliza en lugar de r_1P_m, la amplitud de la curva potencia – ángulo de falla. Por lo tanto, $\rho = \tau/\sqrt{r_1}$. La ecuación de oscilación ahora se convierte en

$$\frac{d^2\delta}{d\rho^2} = \operatorname{sen}\delta_0 \tag{30}$$

Con δ en radianes eléctricos, y tiene como solución

$$\rho = \sqrt{\frac{2(\delta - \delta_0)}{\operatorname{sen}\delta_0}} \tag{31}$$

La cual se reconocerá como la ec. 15, transformada por la sustitución de la ec. 29 por t, y con $\delta - \delta_0$ expresado en radianes eléctricos.

Dado $r_1 = 0$ y los valores de r_2 y sen δ_0, ρ_c se puede determinar utilizando las ecs. 25 y 26 para obtener δ_c, y luego la ec. 31 para obtener ρ_c. A partir de los resultados de estos cálculos, ρ_c se ha graficado en la Fig. 42 contra sen δ_0 para diversos valores de r_2.

Si $r_1 = 0$, los pasos 6 y 8 del procedimiento son reemplazados por los pasos 6*A* y 8*A*, respectivamente, los cuales son los siguientes

[2] Si $r_1 = 0$, sustituya los pasos 6*A* y 8*A*, descritos en esta página y página 177, por los pasos 6 y 8, respectivamente.

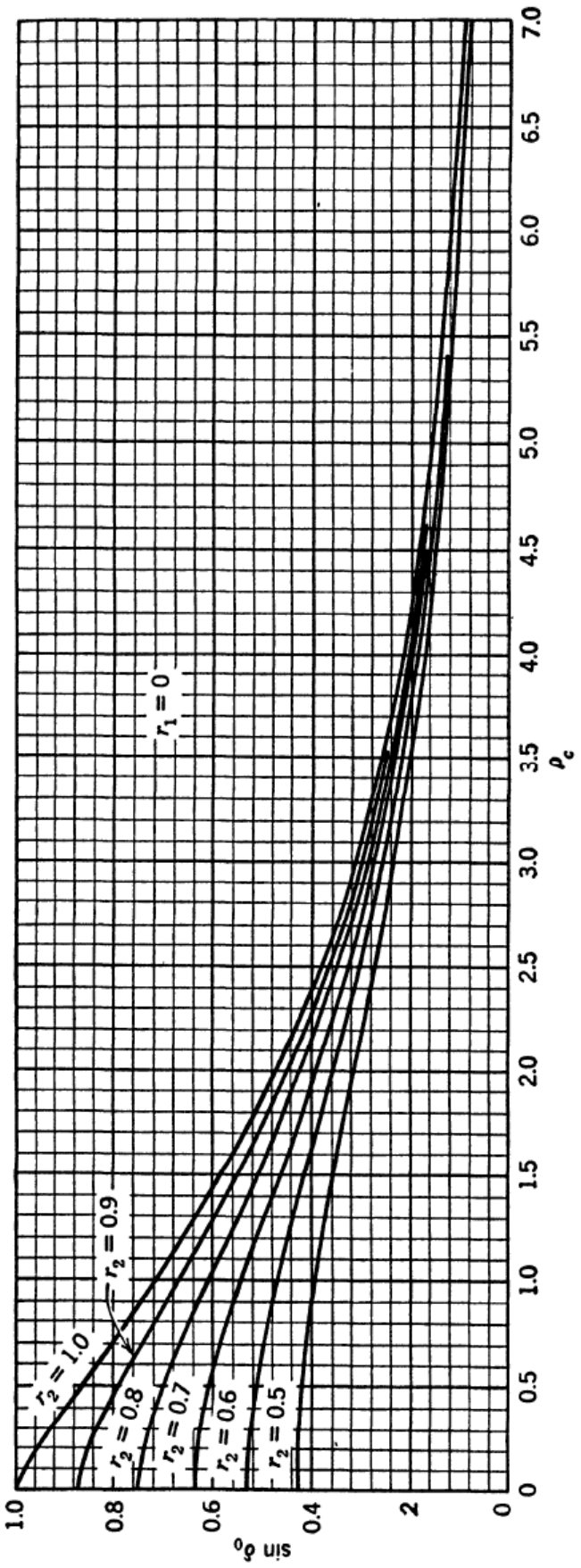


Figura 42

Curvas para determinar el tiempo de despeje si $r_1 = 0$ (copiado de Ref. 3 con permiso)

6*A*. Seleccione valores de sen δ_0 entre cero y el valor obtenido en el paso 5b. Encuentre la curva en la Fig. 42 correspondiente al valor de r_2. Introdúzcala con los valores seleccionados de sen δ_0 y lea los valores correspondientes de ρ_c.

8*A*. Para cada valor de ρ_c encontrado en el paso 6*A* calcule el tiempo de despeje t_c con la ec. 29, usando el valor propio de P_m determinado en el paso 7.

EJEMPLO 4

Dibuje una curva del límite de estabilidad en función de la duración de la falla para una falla trifásica en el centro de una de las líneas de transmisión de 132 kV del sistema eléctrico de la Fig. 43. Los dos generadores hidroeléctricos *i* y *k* se consideran una máquina de un sistema de dos máquinas, y los turbogeneradores de vapor *a*, *b*, *g* y *h*, junto

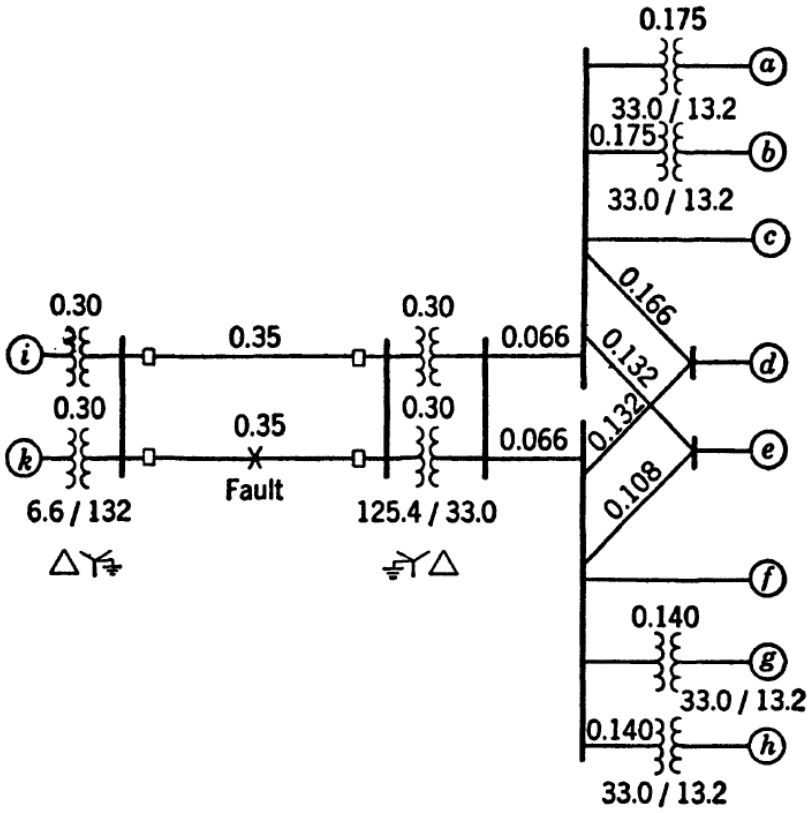


Figura 43

Diagrama unifilar del sistema de potencia, con reactancias de líneas y transformadores por unidad, sobre una base de 100 MVA (Ejemplo 4). Los datos sobre generadores y cargas se presentan en la Tabla 2. (De la referencia 3 con autorización).

con las cargas *c*, *d*, *e* y *f*, la otra máquina. Se supone que cada carga consta de tres partes iguales: una de resistencia, una de motores síncronos operando a media carga y una de motores de inducción a 1/2.75 de carga. Las reactancias y constantes de inercia de los generadores y de las cargas compuestas se presentan en la Tabla 2, expresadas sobre una potencia base igual a la potencia nominal de la carga individual del generador. En la Fig. 43, las reactancias de las líneas y transformadores se dan sobre una base de 100 MVA y tensión nominal. La frecuencia del sistema es de 60 c.p.s.

Solución. Se seguirá el procedimiento descrito en la página 174-5

1. *Reducción de la red*. Todas las reactancias se expresarán sobre una base de sistema de 100 MVA. Las reactancias de la Fig. 43 ya se expresan sobre esta base. Las reactancias de la máquina de la Tabla 2, dadas sobre la base de la máquina, se convierten a la base del sistema multiplicándolas por (100 MVA)/(potencia nominal de la máquina en megavoltamperios).

Tabla 2

REACTANCIAS DE LA MAQUINA Y CONSTANTES DE INERCIA (EJEMPLO 4)

Máquina	Tipo	Valor Nominal		x_d'		H	
		MVA	FP	Base de la Maq.	Base del Sist.	Base de la Maq.	Base del Sist.
a	Turbogenerador	40	0.8	0.18	0.45	6.0	2.40
b	"	"	"	"	"	"	"
c	Carga compuesta	55	0.9	0.56	1.01	1.95	1.07
d	"	30	"	"	1.86	"	0.58
e	"	"	"	"	"	"	"
f	"	55	"	"	1.01	"	1.07
g	Turbogenerador	50	0.8	0.18	0.36	6.0	3.00
h	"	"	"	"	"	"	"
i	Hidro generador	29.4	0.85	0.30	1.02	3.0	0.88
k	"	"	"	"	"	"	"

La red es tan prácticamente simétrica respecto a un eje horizontal que la reducción se puede facilitar con mínima pérdida de precisión suponiendo que las dos secciones de la barra receptora larga están interconectadas, al igual que las barras de carga *d* y *e*. Además, se supone que las máquinas *i* y *k* están interconectadas por sus reactancias transitorias; las máquinas *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *j*, *g* y *h* se suponen interconectadas de forma similar. Tras simplificar los circuitos de la central hidroeléctrica y el sistema receptor mediante combinaciones en serie y en paralelo, se obtiene el circuito de la Fig. 44*a*.

Las reactancias de las tres partes, separadas entre sí por transformadores, se calculan sobre una base de potencia común de 100 MVA y sobre bases de tensión iguales a las tensiones nominales de 6.6, 132.0 y 33.0 kV. Cabe destacar que la relación de los transformadores del extremo receptor, 125.4 kV/33.0 kV, no es igual a la relación de las tensiones de base, 132.0 kV/33.0 kV. Por lo tanto, la tensión de base del sistema receptor debe cambiarse de 33.0 kV a 33.0 x 132.0/125.4 = 34.7 kV; la reactancia de dicho sistema sobre la nueva base es

$$0.13 \times \left(\frac{33.0}{34.7}\right)^2 = 0.12 \text{ por unidad}$$

El nuevo valor se muestra en la Fig. 44*b*. Las combinaciones en paralelo y en serie dan el resultado que se muestra en la Fig. 44*c* para la red pre-falla. $X_{12} = 1.10$ por unidad.

La red con falla se obtiene conectando a tierra el punto medio *X* de una línea en la Fig. 44*b*. Luego, una conversión Δ-Y, combinaciones en serie y una conversión Y-Δ conducen a la red Δ de la Fig. 44*d*. $X_{12} = 7.20$ por unidad.

La red post-falla se obtiene omitiendo una de las líneas paralelas de la Fig. 44*b*. Luego, una combinación en serie da como resultado la Fig. 44*e*. $X_{12} = 1.28$ por unidad.

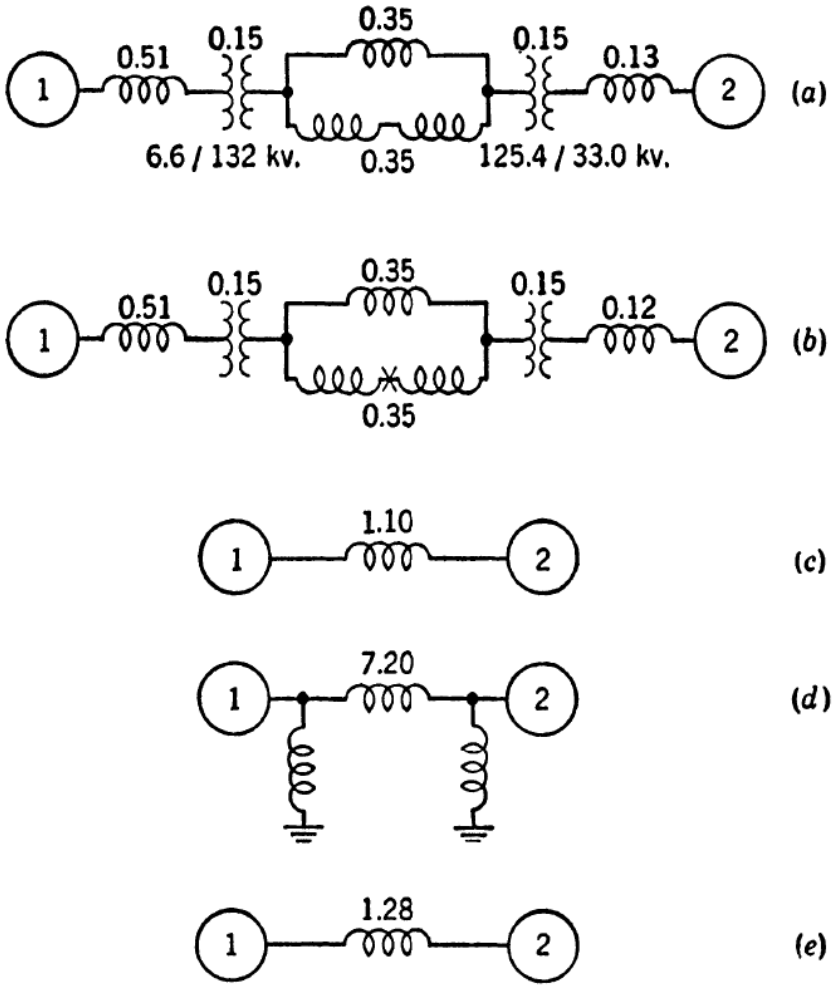


Figura 44

Reducción de la red de la Fig. 43 (Ejemplo 4). Las redes reducidas se expresan mediante *c* para la condición pre-falla, *d* para la condición de falla y *e* para la condición post-falla.

2. *Constante de inercia.* Las constantes de inercia de la Tabla 2, dadas en la base de la máquina, se convierten a la base del sistema multiplicándolas por (potencia nominal de la máquina) / (100 MVA). Luego

$$H_1 = H_i + H_k = 1.76$$
$$H_2 = H_a + H_b + H_c + H_d + H_e + H_f + H_g + H_k = 14.1$$
$$H = \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2} = \frac{1.76 \times 14.1}{15.9} = 1.56$$

3. Curvas de P_m y P_i en función de sen δ_0. Suponga que se mantienen 132 kV (1.00 por unidad) en el lado de alta tensión de los transformadores elevadores y 33.0 kV (0.95

por unidad) en el lado de baja tensión de los transformadores reductores. Las tensiones detrás de la reactancia transitoria, E_1 y E_2, en función del ángulo inicial δ_0 entre ellas, se pueden obtener a partir del diagrama vectorial de la Fig. 45 asignando valores arbitrarios a la corriente I y resolviendo, gráficamente o mediante cálculos trigonométricos, los triángulos resultantes para E_1 y E_2, y δ_0. A continuación, se calculan P_m y P_i a partir de las relaciones.

$$P_m = \frac{E_1 E_2}{X_{12}} = \frac{E_1 E_2}{1.10}$$

y,

$$P_i = P_m \operatorname{sen} \delta_0$$

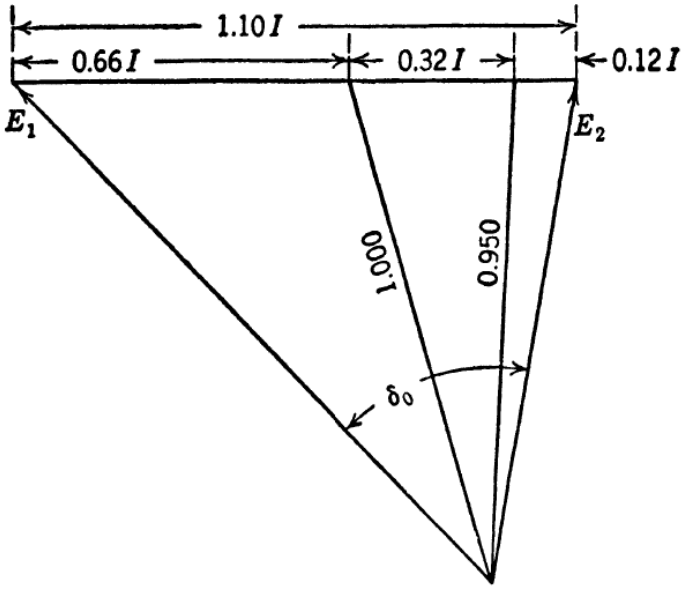


Figura 45
Diagrama vectorial para determinar E_1 y E_2 como función de δ_0 (Ejemplo 4)

Tabla 3
CALCULO DE P_m Y P_i VERSUS sen δ_0

P_i	E_1	E_2	δ_0	sen δ_0	P_m
0.125	1.106	0.933	7.7	0.134	0.935
0.250	1.121	0.934	15.3	0.264	0.948
0.375	1.145	0.936	22.7	0.386	0.971
0.500	1.177	0.939	30.0	0.499	1.001
0.750	1.267	0.950	43.6	0.689	1.090
1.000	1.373	0.972	55.9	0.828	1.221

Los resultados de los cálculos están dados en la Tabla 3. En la Fig. 46 están dibujadas las curvas de P_m y de P_i como función de sen δ_0.

4. *Cálculo de r_1 y r_2.* Por las ecs. 20 y 21,

$$r_1 = \frac{1.10}{7.20} = 0.153$$

$$r_2 = \frac{1.10}{1.28} = 0.86$$

5. *Límites de estabilidad para falla sostenida y para despeje instantáneo.*

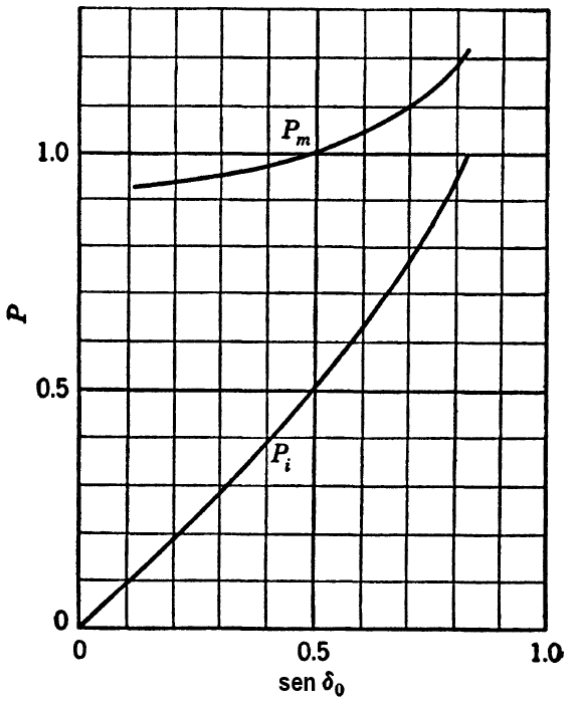


Figura 46

Curvas de P_m y P_i como función de sen δ_0 (Ejemplo 4)

Tabla 4

CALCULO DE LIMITE DE POTENCIA P_i COMO FUNCIÓN DEL TIEMPO DE DESPEJE t_c (EJEMPLO 4)

1	2	3	4	5	6
sen δ_0	P_i	P_m	τ_c / t_c	τ_c	t_c (seg.)
0.80	0.933	1.18	4.68	0.13	0.03
0.75	0.843	1.14	4.57	0.24	0.05
0.70	0.763	1.10	4.50	0.35	0.08
0.65	0.690	1.07	4.44	0.45	0.10
0.60	0.623	1.04	4.37	0.55	0.13
0.55	0.560	1.02	4.33	0.67	0.15
0.50	0.500	1.00	4.29	0.78	0.18
0.45	0.443	0.986	4.26	0.90	0.22
0.40	0.390	0.973	4.23	1.07	0.25
0.35	0.336	0.963	4.21	1.26	0.30
0.30	0.285	0.954	4.19	1.50	0.36
0.25	0.236	0.946	4.17	1.79	0.43
0.20	0.188	0.940	4.16	2.29	0.55
0.15	0.141	0.936	4.15	3.31	0.80

a. *Falla sostenida.* Ingresando a la curva de la Fig. 40 con $r_1 = 0153$, leemos sen $\delta_0 = 0.117$. Ingresando P_i a la curva de la Fig. 46 con este valor de sen δ_0, leemos $P_i = 0.110$.

b. Despeje instantáneo. Ingresando a la curva de la Fig. 40 con $r_2 = 0.86$, leemos sen $\delta_0 = 0.825$. Ingresando P_i a la curva de la Fig. 46 con este valor de sen δ_0, leemos $P_i = 0.995$.

6, 7 y 8. *Límites de estabilidad para tiempos de despeje finitos.* Estos tres pasos se llevan a cabo en la Tabla 4. En la col. 1 se introducen valores de sen δ_0 de 0.15 a 0.80 a intervalos de 0.05. En las cols. 2 y 3 se muestran los valores correspondientes de P_i y

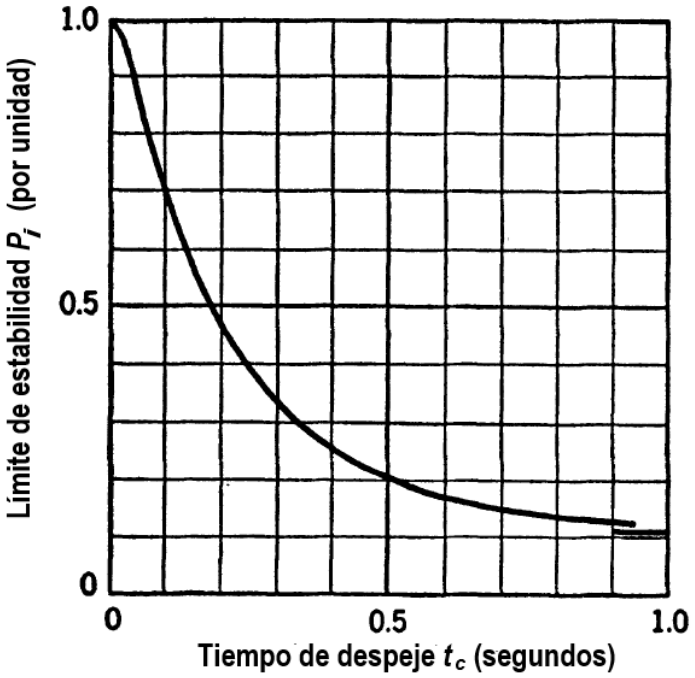


Figura 47

Curva del límite de estabilidad en función del tiempo de despeje, cortocircuito trifásico en la mitad de una de las líneas de 132 kV del sistema de la Fig. 43 (Ejemplo 4).

P_m, leídos de las curvas de la Fig. 46. En la col. 4 se muestra el valor de τ_c / t_c, que, según la ec. 27, es

$$\frac{\tau_c}{t_c} = \sqrt{\frac{\pi f r_1 P_m}{GH}} = \sqrt{\frac{\pi \times 60 \times 0.153}{1 \times 1.56}} \sqrt{P_m} = 4.3\sqrt{P_m}$$

En la col. 5 se encuentra el valor de τ_c obtenido de las curvas. En la col. 6 se encuentra t_c, que se obtiene dividiendo τ_c de la col. 5 entre τ_c / t_c de la col. 4.

9. *Curva del límite de estabilidad en función del tiempo de despeje* se grafica en la figura 47.

Resumen de los métodos de cálculo de la estabilidad transitoria. El método de Byrd y Pritchard, que se acaba de ilustrar, es probablemente la mejor manera de determinar el tiempo crítico de conmutación correspondiente a una potencia

transmitida dada, o de determinar el límite de estabilidad transitoria para un tiempo de conmutación dado, para un *sistema de dos máquinas de reactancia pura con un solo instante de conmutación tras el inicio de la falla*.

Si la red no es puramente reactiva (por ejemplo, si se deben considerar la resistencia de la línea o las cargas en derivación), este método no es aplicable. Sin embargo, el método de áreas equivalentes puede utilizarse junto con curvas de oscilación precalculadas, como se describe en las pags. 146–54 de este capítulo.

Tabla 5

MÉTODOS RECOMENDADOS PARA EL CÁLCULO DE LA ESTABILIDAD TRANSITORIA DE UN SISTEMA DE DOS MÁQUINAS

<table>
<tr><td rowspan="2">Número de instantes de conmutación o cambio de circuito</td><td rowspan="2">Ejemplos</td><td colspan="2">Método recomendado de cálculo</td></tr>
<tr><td>A
Tiempo crítico de conmutación correspondiente a una potencia dada</td><td>B
Límite de estabilidad correspondiente a un tiempo de conmutación dado</td></tr>
<tr><td>1</td><td>Falla sostenida:
Falla eliminada instantáneamente abriendo una línea con falla</td><td></td><td>Utilice el criterio de áreas iguales o el método de Byrd y Pritchard (pasos 1 a 5).</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">Falla despejada en tiempo finito por la apertura simultanea de todos los interruptores</td><td colspan="2">(Red de reactancia pura)
Grafique parte de la curva según el método de Byrd y Pritchard.
(Red de impedancia lineal)</td></tr>
<tr><td>Utilice el método de áreas iguales para encontrar el ángulo de conmutación crítico y luego la curva de oscilación precalculada para encontrar el tiempo de conmutación.</td><td>Cortar y probar asumiendo la potencia y procediendo como en A.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Falla despejada por la apertura secuencial de 2 interruptores
Falla despejada por la apertura simultanea de todos los interruptores, seguido por un recierre simultaneo.</td><td colspan="2">Utilice una combinación de curvas de oscilación, criterio de áreas iguales y ensayos sucesivos.</td></tr>
</table>

Si el sistema tiene tres o más máquinas, sus curvas de oscilación deben calcularse con un valor de tiempo que permita determinar si el sistema es estable para la potencia y el tiempo de conmutación supuestos. El procedimiento se repite para diferentes valores de potencia o de tiempo de conmutación.

Si hay más de un instante de conmutación tras el inicio de la falla en un sistema de dos máquinas (por ejemplo, si una falla se despeja mediante la apertura sucesiva de dos o más interruptores automáticos), aún es posible utilizar el criterio de área

equivalente como complemento de las curvas de oscilación, lo que hace innecesaria su continuación después del instante de la última operación de conmutación. Supongamos, por ejemplo, que una falla se despeja mediante la apertura sucesiva de dos interruptores automáticos en instantes conocidos y que se busca el límite de potencia. Se asume un valor de potencia y se calcula la curva de oscilación hasta el momento de la apertura del segundo interruptor. Se aplica entonces el criterio de áreas iguales para la estabilidad. El procedimiento se repite para otros valores de potencia hasta encontrar uno que iguale las áreas positiva y negativa. Este valor constituye el límite de estabilidad. Una gráfica del área neta en función de la potencia permite determinar el límite de estabilidad por interpolación después de dos o tres intentos.

En la Tabla 5 se enumeran los métodos de cálculo anteriores para sistemas de dos máquinas con recomendaciones sobre cuál utilizar en cada una de las diversas situaciones.

Para fines de estimación, resultarán útiles dos conjuntos de curvas que no se reproducen aquí. Una de ellas[4] proporciona, para un sistema de dos reactancias, curvas del tiempo crítico de despeje t_c en función de sen δ_0 para constantes r_1 y r_2. Se proporcionan cuatro familias de estas curvas, cada una para un valor de r_1 correspondiente a un tipo diferente de cortocircuito en el lado de envío de una línea de transmisión y para varios valores de r_2. La constante de inercia equivalente, $H = H_1 H_2/(H_1 + H_2)$, se supone igual a 1.5. Si tiene un valor diferente, el tiempo de conmutación obtenido de las curvas debe multiplicarse por un factor de corrección $\sqrt{H/1.5}$.

El otro conjunto de curvas[5] proporciona el tiempo crítico de despeje de una falla en un sistema de energía metropolitano que tiene generadores de $H = 8$ operando a plena carga y un factor de potencia de 0.85, basándose en el supuesto de que el generador o grupo de generadores más cercano a la falla oscila con respecto a los generadores restantes.

Ciertos factores que afectan la estabilidad. Conociendo los métodos de análisis de la estabilidad del sistema de dos máquinas descritos en las páginas anteriores, podemos extraer conclusiones generales sobre el efecto en la estabilidad de ciertas características del diseño del aparato, la disposición del sistema y su funcionamiento. El efecto de cada característica debe considerarse en las tres condiciones: antes de la falla, durante la falla y después de despejar la falla. Algunas características de la disposición o el diseño promueven la estabilidad en las tres condiciones, mientras que otras son beneficiosas en una condición, pero perjudiciales en otra.

En el criterio de áreas iguales para la estabilidad, se utilizan las curvas potencia – ángulo para cada una de las tres condiciones (véase la figura 14). Los factores que determinan los tamaños relativos de las dos áreas comparadas, A_1 y A_2, son (1) el ángulo de despeje δ_c y (2) las amplitudes de las tres curvas de ángulo de potencia, P_m, r_1P_m y r_2P_m, en relación con la altura de la línea de entrada (potencia inicial) P_i. La estabilidad se ve facilitada por la disminución del área A_1 y el aumento del área A_2.

Para un P_i dado, esto puede lograrse, desde el punto de vista geométrico, principalmente disminuyendo el ángulo de despeje δ_c y aumentando las amplitudes de las curvas de falla y post-falla, r_1P_m y r_2P_m. También es útil disminuir la amplitud de la curva potencia – ángulo pre-falla si dicha reducción es posible sin disminuir simultáneamente las amplitudes de las otras dos curvas de potencia – ángulo, ya que al hacerlo se incrementa el ángulo inicial δ_0. Sin embargo, si alguna característica cambia proporcionalmente las amplitudes de las tres curvas, sin embargo, es beneficioso aumentar las amplitudes en lugar de disminuirlas.

El ángulo de despeje δ_c depende del tiempo de despeje y de la constante de inercia equivalente (ec. 2). Ya se ha destacado la importancia de un despeje rápido de fallas, que se puede lograr mediante el uso de interruptores automáticos de alta velocidad y relés rápidos. Para un tiempo de despeje dado, el ángulo de despeje disminuye al aumentar la constante de inercia. Si las constantes de inercia de las dos máquinas distan mucho de ser iguales, la constante de inercia equivalente del sistema es muy similar a la de la máquina más ligera; por lo tanto, es más efectivo aumentar la inercia de la máquina ligera que de la pesada. Sin embargo, rara vez ha resultado económico aumentar la inercia de un generador por encima de su valor normal.[3] Pero una consideración del papel de la inercia arroja algo de luz sobre los tiempos de despeje relativamente críticos para los generadores hidroeléctricos (promedio $H = 3$) y turbogeneradores de vapor (promedio $H = 6$) si las reactancias del circuito son aproximadamente iguales. Dado que el tiempo varía con la raíz cuadrada de la constante de inercia (ec. 27), una falla en un sistema hidroeléctrico debe despejarse en aproximadamente el 70% del tiempo crítico de despeje del sistema de vapor correspondiente.

La amplitud de las curvas de ángulo de potencia es E_1E_2/X_{12}, donde E_1 y E_2 son las tensiones internas de las dos máquinas síncronas y X_{12} es la reactancia entre estas tensiones, que, en general, es diferente para cada una de las tres condiciones del circuito. El aumento de las tensiones internas incrementa la amplitud de las tres curvas de potencia – ángulo y mejora la estabilidad. Un aumento de las tensiones internas suele acompañar a un aumento de la carga en las máquinas, pero esto no implica necesariamente un aumento de la entrada equivalente P_i. Si ambos generadores tienen cargas locales que aumentan en la proporción adecuada, P_i no se ve afectado. (Véase la ec. 3).

La amplitud de todas las curvas de potencia – ángulo aumenta al disminuir la reactancia X_{12} entre las máquinas. Esta reactancia se compone principalmente de las reactancias de las dos máquinas síncronas, la reactancia del transformador y la reactancia de línea. Gran parte de ella se encuentra en las máquinas. La reactancia transitoria de cada clase de máquinas síncronas grandes (turbogenerador de vapor, generador de rueda hidráulica, condensador, etc.) tiene un valor característico y no varía mucho en diseños normales. Un valor menor de reactancia (en por unidad) se obtiene esencialmente construyendo una máquina más grande y bajar sus valores

[3] Una excepción notable es la estación de Boulder Dam.

nominales. Esto rara vez ha demostrado ser una forma económica de mejorar la estabilidad.[4] Las reactancias de los transformadores también tienen, para un tamaño y tensión determinados, valores normales por debajo de los cuales es difícil pasar. La reactancia de una línea aérea de transmisión se ve afectada solo ligeramente por cualquier cambio en la separación o el tamaño del conductor, lo cual es práctico desde otros puntos de vista que no sean la estabilidad. Una disminución en la frecuencia del sistema, por supuesto, disminuye las reactancias de todos sus componentes y, por lo tanto, mejora la estabilidad. Por lo tanto, una frecuencia de 25 o 50 c.p.s. es preferible a 60 c.p.s. desde el punto de vista de la estabilidad. No obstante, debido a otras ventajas, 60 c.p.s. se ha convertido en la frecuencia estándar del sistema eléctrico en Estados Unidos, y un proyecto de transmisión que opere a una frecuencia más baja necesariamente incluiría equipos de cambio de frecuencia en uno o ambos extremos. Este equipo adicional podría contrarrestar cualquier ventaja de la baja frecuencia en cuanto a estabilidad. Hasta la fecha, las limitaciones de estabilidad de los sistemas de 60 c.p.s. no han sido lo suficientemente graves como para justificar frecuencias más bajas. Se han utilizado condensadores en serie en algunas líneas de transmisión para compensar parcialmente la reactancia inductiva de las líneas. Sin embargo, no se han utilizado en ningún proyecto importante donde la estabilidad fuera un factor importante, aunque se han considerado seriamente. [6,7,8]

Los medios más importantes para reducir la reactancia son (1) conectar más líneas en paralelo y (2) aumentar las tensiones de transmisión.

La relación r_1 de la amplitud de la curva potencia - ángulo de falla a la amplitud de la curva potencia – ángulo pre-falla depende del tipo y ubicación de la falla. El efecto del tipo de falla se discutirá en el Capítulo VI. El efecto de la ubicación se considerará brevemente ahora. Una falla en una barra o en una línea cerca de una barra es más severa que una falla del mismo tipo cerca de la mitad de una línea. Más severa de todas es un cortocircuito trifásico en algún punto (por ejemplo, falla *b* en la Fig. 15) donde bloquea completamente la transferencia de energía de un generador al otro; entonces $r_1 = 0$. Aunque una falla cerca del final de una línea y una cerca de la mitad de la línea son igualmente probables, la ubicación más severa generalmente se asume en un estudio de estabilidad para que los resultados sean conservadores.

La relación r_2 entre la amplitud de la curva post-falla y la amplitud de la curva pre-falla depende del número y la ubicación de las líneas que se abren para despejar la falla; por lo tanto, depende de la ubicación de la falla y del esquema de protección. El valor más favorable de r_2 que se encuentra en la práctica es 1. Este valor se aplica a una falla en un alimentador radial sin carga, despejada mediante la desconexión del alimentador. También se obtiene con sistemas de reconexión rápida que restablecen al servicio la línea con falla tras un breve periodo de tiempo para permitir la extinción del arco.[5] Una falla en una barra, aunque eléctricamente equivalente antes del despeje, a una falla en una línea adyacente a una barra, tiene efectos más severos después del despeje que una falla en una línea, ya que se requieren varias líneas para el despeje.

[4] Nuevamente la estación Boulder Dam es una notable excepción

[5] Vea Capitulo XI, Vol. II

En ocasiones, se realiza un estudio comparativo entre un pequeño número de líneas de alta tensión y un gran número de líneas de baja tensión con la misma reactancia en paralelo por unidad. Desde el punto de vista de la estabilidad, es preferible un gran número de líneas a uno pequeño, ya que para despejar una falla se requiere la apertura de una sola línea en ambos casos, pero una sola línea es una pequeña fracción del número total de líneas cuando este es grande. Sin embargo, por otras razones, puede ser preferible un número menor de líneas.

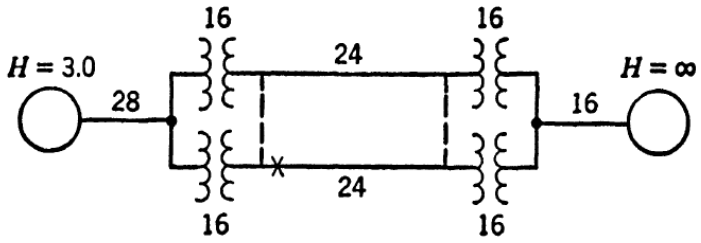


Figura 48
Sistema para el cual se considera el efecto de barras de alta tensión en el Prob. 4.

Cuando se utilizan dos o más líneas paralelas, el número de barras intermedias es un factor que afecta la estabilidad. Por ejemplo, en el sistema de la Fig. 48, conviene preguntarse si la adición de las dos barras de alta tensión mostradas en líneas discontinuas es beneficiosa o perjudicial. Si se proporcionan barras de alta tensión e interruptores automáticos, una falla en la línea se puede solucionar desconectando una línea y dejando todos los transformadores conectados, mientras que, sin las barras de alta tensión, los transformadores se desconectarían junto con la línea. Así, las barras aumentan el valor de r_2 y resultan beneficiosas tras el despeje de la falla. Por otro lado, durante la falla, el impacto en el sistema se ve incrementado por las barras; es decir, r_1 se reduce. El efecto predominante depende de la velocidad de despeje. Con un despeje rápido, las barras son beneficiosas; con un despeje lento, son perjudiciales.

El mismo principio puede determinar, aunque de forma menos obvia, el efecto sobre la estabilidad de los cambios de trazado en redes más complejas. El efecto de un cambio dado puede ser beneficioso o perjudicial, dependiendo de la velocidad de despeje de las fallas. Huelga decir que muchos cambios de conexión contemplados se conciben por motivos distintos a la mejora de la estabilidad. Pueden tener por objeto, por ejemplo, mejorar la regulación de la tensión, aumentar la fiabilidad del suministro a ciertas cargas o aliviar la sobrecarga de ciertas líneas. No obstante, debe considerarse el efecto de dichos cambios sobre las condiciones de estabilidad.

La mayoría de las conclusiones extraídas del estudio de sistemas de dos máquinas son igualmente aplicables a sistemas multimáquina. Cuando un sistema multimáquina es inestable, por regla general, se divide en dos grupos de máquinas que se desincronizan entre sí, mientras que las máquinas de cada grupo permanecen sincronizadas. La agrupación puede variar según la ubicación de la falla. Aun así, para una ubicación de falla dada, el comportamiento general del sistema multimáquina es similar al de un sistema de dos máquinas. Podría analizarse como un sistema de

dos máquinas, salvo que las máquinas de un grupo pueden oscilar tanto entre sí (sin desincronizarse) que afecten notablemente las relaciones entre ambos grupos. Además, la agrupación para una ubicación de falla dada no siempre es evidente de antemano.

REFERENCIAS

1. R. H. PARK and E. H. BANCKER, "System Stability as a Design Problem," A.I.E.E. Trans., vol. 48, pp.170-93, January, 1929.

2. I. H. SUMMERS and J. B. MCCLURE, "Progress in the Study of System Stability," A.I.E.E. Trans., vol. 49, pp.132-58, January, 1930.

3. H. L. BYRD and S. R. PRITCHARD, JR., "Solution of the Two-Machine Stability Problem," Gen. Elec. Rev., vol. 36, pp.81-93, February, 1933.

4. R. D. EVANS and W. A. LEWIS, "Selecting Breaker Speeds for Stable Operation," Elec. Wid., vol. 95, pp. 336-40, Feb. 15, 1930.

5. S. B. GRISCOM, W. A. LEWIS, and W. R. ELLIS, "Generalized Stability Solution for Metropolitan Type Systems," A.I.E.E. Trans., vol. 51, pp, 363-72, June, 1932; disc., pp. 373-4.

6. E. C. STARR and R. D. EVANS, "Series Capacitors for Transmission Circuits," A.I.E.E. Trans., vol. 61, pp. 963-73, 1942; disc., pp. 1044-6.

7. R. B. BODINE, C. CONCORDIA, and GABRIEL KRON, "Self-Excited Oscillations of Capacitor-Compensated Long-Distance Transmission Lines," A.I.E.E. Trans., vol. 62, pp, 41-4, January, 1943; disc., pp. 371-2.

8. J. W. BUTLER, J. E. PAUL, and T. W. SCHROEDER, "Steady-State and Transient-Stability Analysis of Series Capacitors in Long Transmission Lines," A.I.E.E. Trans., vol. 62, pp. 58-65, February, 1943; disc., pp. 377-80.

PROBLEMAS DEL CAPITULO V

1. Compruebe los resultados del Ejemplo 3, parte a, mediante el método de Byrd y Pritchard.

2. Resuelva el Ejemplo 4 para una falla trifásica en una línea de 132 kV cerca de la barra de alta tensión de la central hidroeléctrica.

3. Resuelva el Ejemplo 4, asumiendo que las tensiones detrás de la reactancia transitoria son independientes de la potencia inicial transmitida.

4. Determine el efecto de la distribución de alta tensión en la estabilidad del sistema de 60 ciclos que se muestra en la Fig. 48 (que consta de un generador $G1$ que alimenta la barra infinita $G2$ a través de una línea de alta tensión de doble circuito). Para ello, grafique el límite de estabilidad en por unidad frente a la duración de la falla en segundos para una falla trifásica en el extremo de envío de un circuito (*a*) sin distribución de alta tensión y (*b*) con distribución de alta tensión en ambos extremos,

como se indica con las líneas discontinuas. Las reactancias de los elementos del circuito se expresan en porcentaje con base en la potencia nominal de *G*1. Suponga que la tensión de la barra infinita y la tensión en el extremo de envío de las líneas de alta tensión son de 1.00 por unidad para todos los valores de potencia inicial. Explique por qué se cruzan las curvas.

5. Determine el efecto de la ubicación de la falla en el sistema de la Fig. 48 con barras de alta tensión, trazando el límite de estabilidad en por unidad en función de la ubicación de la falla a medida que la falla trifásica se desplaza del extremo de envío al de recepción de la línea. El tiempo de despeje es constante en 0.15 seg.

CAPITULO VI

SOLUCIÓN DE REDES CON FALLAS TRIFASICAS

Componentes simétricas. La mayoría de los sistemas eléctricos son trifásicos, pero, siempre que sean simétricos, pueden representarse como monofásicos de línea a neutro para fines de cálculo. Los sistemas trifásicos suelen ser simétricos o casi simétricos en condiciones normales y también durante fallas trifásicas. Durante otros tipos de falla, como fallas de línea a tierra o de línea a línea, son asimétricos, y la simple representación monofásica ya no es suficiente. En estos casos, generalmente se utiliza el método de componentes simétricas [1].

En el método de componentes simétricos, un conjunto asimétrico de corrientes o tensiones vectoriales se descompone en conjuntos de componentes simétricas. Antes de demostrar que dicha descomposición es posible, consideremos el proceso inverso: sumar conjuntos simétricos de vectores para obtener un conjunto asimétrico.

Considere un conjunto simétrico de vectores ($\mathbf{V}_{a1}$, $\mathbf{V}_{b1}$, $\mathbf{V}_{c1}$ de la Fig. 1*a*) que representan las tensiones o corrientes equilibradas de un circuito trifásico. Los vectores tienen la misma magnitud y están separados 120° en fase. Su orden de fase, o secuencia de fase, es *abc*, lo que se denomina *secuencia positiva*. Considere también otro conjunto simétrico de vectores ($\mathbf{V}_{a2}$, $\mathbf{V}_{b2}$, $\mathbf{V}_{c2}$ de la Fig. 1b) de secuencia de fase opuesta, *cba*. Se dice que estos vectores tienen *secuencia de fase negativa*. Si ahora se suman los vectores correspondientes de los dos conjuntos, se obtiene:

$$\mathbf{V}_a' = \mathbf{V}_{a1} + \mathbf{V}_{a2} \tag{1}$$

$$\mathbf{V}_b' = \mathbf{V}_{b1} + \mathbf{V}_{b2} \tag{2}$$

$$\mathbf{V}_c' = \mathbf{V}_{c1} + \mathbf{V}_{c2} \tag{3}$$

Como se muestra en la Fig. 1*c*, los vectores resultantes, $\mathbf{V}_a'$, $\mathbf{V}_b'$, $\mathbf{V}_c'$, para un conjunto asimétrico, no son iguales en magnitud ni presentan una fase de 120°.

Se ha demostrado que un conjunto asimétrico de vectores resulta de la suma de los vectores correspondientes de dos conjuntos simétricos con secuencias de fase opuestas. Invirtiendo el proceso, el conjunto asimétrico resultante puede descomponerse en sus componentes simétricas.

Cabe preguntarse: ¿puede *cualquier* conjunto asimétrico de tres vectores descomponerse en dos conjuntos simétricos, uno con secuencia de fase positiva y otro con secuencia de fase negativa? Esta pregunta se responde si observamos que, dado

que la suma de los tres vectores de cada conjunto simétrico es cero, la suma de los tres vectores del conjunto asimétrico resultante también es cero.

$$\mathbf{V}_{a1} + \mathbf{V}_{b1} + \mathbf{V}_{c1} = 0 \tag{4}$$

$$\mathbf{V}_{a2} + \mathbf{V}_{b2} + \mathbf{V}_{c2} = 0 \tag{5}$$

Sumando, obtenemos

$$\left(\mathbf{V}_{a1} + \mathbf{V}_{a2}\right) + \left(\mathbf{V}_{b1} + \mathbf{V}_{b2}\right) + \left(\mathbf{V}_{c1} + \mathbf{V}_{c2}\right) = 0 \tag{6}$$

o

$$\mathbf{V}_{a}' + \mathbf{V}_{b}' + \mathbf{V}_{c}' = 0 \tag{7}$$

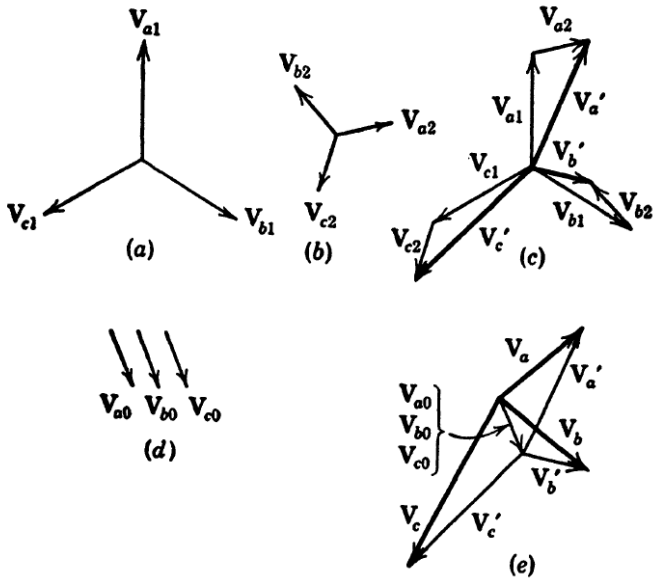


Figura 1

Composición de vectores asimétricos a partir de componentes simétricos. (a) Vectores de secuencia positiva. (b) Vectores de secuencia negativa. (c) Adición de vectores de secuencia negativa a vectores de secuencia positiva. (d) Vectores de secuencia cero. (e) Adición de la suma de vectores de secuencia positiva y secuencia negativa a vectores de secuencia cero.

En general, la suma de los tres vectores de un conjunto asimétrico no es cero, sino que puede tener cualquier valor. Obviamente, un conjunto asimétrico cuya suma no sea cero no puede resultar de la suma de dos conjuntos cuya suma sea cero.

Supongamos, sin embargo, que añadimos a los conjuntos de secuencia positiva y negativa un conjunto de vectores iguales, $\mathbf{V}_{a0}$, $\mathbf{V}_{b0}$, $\mathbf{V}_{c0}$ (mostrados en la Fig. 1*d*), conocido como conjunto de *secuencia cero*. El conjunto de vectores resultante (mostrado en la Fig. 1*e*) es:

$$\mathbf{V}_{a} = \mathbf{V}_{a0} + \mathbf{V}_{a}' = \mathbf{V}_{a0} + \mathbf{V}_{a1} + \mathbf{V}_{a2} \tag{8a}$$

$$\mathbf{V}_{b} = \mathbf{V}_{b0} + \mathbf{V}_{b}' = \mathbf{V}_{b0} + \mathbf{V}_{b1} + \mathbf{V}_{b2} \tag{8b}$$

$$\mathbf{V}_{c} = \mathbf{V}_{c0} + \mathbf{V}_{c}' = \mathbf{V}_{c0} + \mathbf{V}_{c1} + \mathbf{V}_{c2} \tag{8c}$$

Estos vectores son asimétricos y su suma no es cero. ¿Es posible descomponer un conjunto asimétrico de tres vectores en tres conjuntos simétricos, uno de secuencia positiva, uno de secuencia negativa y uno de secuencia cero? Sí, si la ec. 8 permite obtener las componentes simétricas en función de los vectores $\mathbf{V}_a$, $\mathbf{V}_b$ y $\mathbf{V}_c$. En la ec. 8 parece haber nueve componentes desconocidas, pero en realidad solo tres de ellas son independientes, ya que los tres vectores de cada conjunto están determinados por cualquiera de ellos, por ejemplo, por el vector de fase *a*, y por la simetría del conjunto.

$$\mathbf{V}_{b1} = \mathbf{V}_{a1}\underline{|240°} = \mathbf{a}^2\mathbf{V}_{a1} \tag{9a}$$

$$\mathbf{V}_{c1} = \mathbf{V}_{a1}\underline{|120°} = \mathbf{a}\mathbf{V}_{a1} \tag{9b}$$

$$\mathbf{V}_{b2} = \mathbf{V}_{a2}\underline{|120°} = \mathbf{a}\mathbf{V}_{a2} \tag{9c}$$

$$\mathbf{V}_{c2} = \mathbf{V}_{a2}\underline{|240°} = \mathbf{a}^2\mathbf{V}_{a2} \tag{9d}$$

$$\mathbf{V}_{b0} = \mathbf{V}_{c0} = \mathbf{V}_{a0} \tag{9e}$$

Donde

$$\mathbf{a} = \underline{|120°} = -0.500 + j0.866 \tag{10}$$

Y por lo tanto también

$$\mathbf{a}^2 = \underline{|240°} = -0.500 - j0.866 \tag{11}$$

$$\mathbf{a}^3 = 1 \tag{12}$$

$$\mathbf{a}^4 = \mathbf{a} \tag{13}$$

Sustituyendo las ecuaciones 9 en las ecuaciones 8, se obtiene

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_{a0} + \mathbf{V}_{a1} + \mathbf{V}_{a2} \tag{14a}$$

$$\mathbf{V}_b = \mathbf{V}_{a0} + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_{a1} + \mathbf{a}\mathbf{V}_{a2} \tag{14b}$$

$$\mathbf{V}_c = \mathbf{V}_{a0} + \mathbf{a}\mathbf{V}_{a1} + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_{a2} \tag{14c}$$

Ahora se puede omitir el subíndice *a*, dando

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 \tag{15a}$$

$$\mathbf{V}_b = \mathbf{V}_0 + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_1 + \mathbf{a}\mathbf{V}_2 \tag{15b}$$

$$\mathbf{V}_c = \mathbf{V}_0 + \mathbf{a}\mathbf{V}_1 + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_2 \tag{15c}$$

Se desea resolver las ecs. 15 para $\mathbf{V}_0$, $\mathbf{V}_1$ y $\mathbf{V}_2$ en términos de $\mathbf{V}_a$, $\mathbf{V}_b$ y $\mathbf{V}_c$. El método de solución más simple es el siguiente: para obtener $\mathbf{V}_0$, se suman las tres ecs. 15, obteniendo

$$\mathbf{V}_a + \mathbf{V}_b + \mathbf{V}_c = 3\mathbf{V}_0 + \left(1 + \mathbf{a} + \mathbf{a}^2\right)\left(\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2\right)$$

Note que

$$1 + \mathbf{a} + \mathbf{a}^2 = 0 \tag{16}$$

Por lo tanto

$$\mathbf{V}_0 = \tfrac{1}{3}\left(\mathbf{V}_a + \mathbf{V}_b + \mathbf{V}_c\right) \tag{17}$$

Para obtener $\mathbf{V}_1$, multiplique las tres ecs. 15 por 1, $\mathbf{a}$, $\mathbf{a}^2$, respectivamente, obteniendo

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2$$
$$\mathbf{a}\mathbf{V}_b = \mathbf{a}\mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1 + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_2$$
$$\mathbf{a}^2\mathbf{V}_c = \mathbf{a}^2\mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1 + \mathbf{a}\mathbf{V}_2$$

Luego sumando, obtenemos

$$\mathbf{V}_a + \mathbf{a}\mathbf{V}_b + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_c = \left(1 + \mathbf{a} + \mathbf{a}^2\right)\left(\mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_2\right) + 3\mathbf{V}_1$$

De donde

$$\mathbf{V}_1 = \tfrac{1}{3}\left(\mathbf{V}_a + \mathbf{a}\mathbf{V}_b + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_c\right) \tag{18}$$

Para obtener $\mathbf{V}_2$, multiplique las tres ecs. 15 por 1, $\mathbf{a}^2$, y $\mathbf{a}$, respectivamente, sume, y divida por 3, obteniendo

$$\mathbf{V}_2 = \tfrac{1}{3}\left(\mathbf{V}_a + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_b + \mathbf{a}\mathbf{V}_c\right) \tag{19}$$

Las componentes simétricas de tres vectores cualesquiera $\mathbf{V}_a$, $\mathbf{V}_b$, $\mathbf{V}_c$ son, por lo tanto

$$\mathbf{V}_0 = \tfrac{1}{3}\left(\mathbf{V}_a + \mathbf{V}_b + \mathbf{V}_c\right) \tag{20a}$$
$$\mathbf{V}_1 = \tfrac{1}{3}\left(\mathbf{V}_a + \mathbf{a}\mathbf{V}_b + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_c\right) \tag{20b}$$
$$\mathbf{V}_2 = \tfrac{1}{3}\left(\mathbf{V}_a + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_b + \mathbf{a}\mathbf{V}_c\right) \tag{20c}$$

Cualquiera de los tres vectores dados puede descomponerse en componentes simétricos de secuencia de fase positiva, negativa y cero mediante la ec. 20. Las operaciones indicadas en la ec. 20 pueden realizarse gráfica o aritméticamente. Si los vectores dados comprenden un conjunto simétrico de una secuencia de fase particular, las otras dos componentes se anularán. Si la suma de los vectores dados es cero, no tienen componente de secuencia cero. Los vectores pueden representar cualquier magnitud alterna asociada a un circuito o máquina trifásica, como tensión, corriente o flujo fase-neutro, fase-tierra o fase-fase. En este capítulo se tratan los vectores de tensión y corriente.

Las tensiones reales o de fase se dan en términos de sus componentes simétricos mediante las ecs. 15, y los componentes simétricos se dan en términos de las tensiones reales mediante las ecs. 20. Las ecuaciones correspondientes para la corriente son:

$$\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_0 + \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 \tag{21a}$$
$$\mathbf{I}_b = \mathbf{I}_0 + \mathbf{a}^2\mathbf{I}_1 + \mathbf{a}\mathbf{I}_2 \tag{21b}$$
$$\mathbf{I}_c = \mathbf{I}_0 + \mathbf{a}\mathbf{I}_1 + \mathbf{a}^2\mathbf{I}_2 \tag{21c}$$

$$\mathbf{I}_0 = \tfrac{1}{3}\left(\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_b + \mathbf{I}_c\right) \qquad (22a)$$

$$\mathbf{I}_1 = \tfrac{1}{3}\left(\mathbf{I}_a + \mathbf{a}\mathbf{I}_b + \mathbf{a}^2\mathbf{I}_c\right) \qquad (22b)$$

$$\mathbf{I}_2 = \tfrac{1}{3}\left(\mathbf{I}_a + \mathbf{a}^2\mathbf{I}_b + \mathbf{a}\mathbf{I}_c\right) \qquad (22c)$$

Una forma alternativa de las ecs. 15 y 20, obtenida utilizando la forma rectangular de los operadores **a** y $\mathbf{a}^2$ (véanse las ecs. 10 y 11), es la siguiente:

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_0 + \left(\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2\right) \qquad (23a)$$

$$\mathbf{V}_b = \mathbf{V}_0 - 0.500\left(\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2\right) - j0.866\left(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2\right) \qquad (23b)$$

$$\mathbf{V}_c = \mathbf{V}_0 - 0.500\left(\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2\right) + j0.866\left(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2\right) \qquad (23c)$$

$$\mathbf{V}_0 = \tfrac{1}{3}\left[\mathbf{V}_a + \left(\mathbf{V}_b + \mathbf{V}_c\right)\right] \qquad (24a)$$

$$\mathbf{V}_1 = \tfrac{1}{3}\left[\mathbf{V}_a - 0.500\left(\mathbf{V}_b + \mathbf{V}_c\right) + j0.866\left(\mathbf{V}_b - \mathbf{V}_c\right)\right] \qquad (24b)$$

$$\mathbf{V}_c = \tfrac{1}{3}\left[\mathbf{V}_a - 0.500\left(\mathbf{V}_b + \mathbf{V}_c\right) - j0.866\left(\mathbf{V}_b - \mathbf{V}_c\right)\right] \qquad (24c)$$

Esta forma es conveniente si se desea calcular con números complejos, todos en forma rectangular. Huelga decir que ecuaciones similares se aplican a las corrientes.

EJEMPLO 1

Calcule las componentes simétricas de las siguientes tensiones de línea a neutro desequilibradas:

$$\mathbf{V}_a = 100\angle 90° \text{ voltios}$$
$$\mathbf{V}_b = 116\angle 0 \text{ voltios}$$
$$\mathbf{V}_c = 71\angle 225° \text{ voltios}$$

Solución 1. Las componentes simétricas están dadas por las ecs. 20.

$$\mathbf{V}_a = 100\angle 90° = 0 + j100$$
$$\mathbf{V}_b = 116\angle 0° = 116 + j0$$
$$\underline{\mathbf{V}_c = 71\angle 225° = -50 - j50}$$
$$3\mathbf{V}_0 = \mathbf{V}_a + \mathbf{V}_b + \mathbf{V}_c = 66 + j50 = 83\angle 37°$$
$$\mathbf{V}_0 = 22 + j17 = 28\angle 37° \quad (Rpta.)$$

$$\mathbf{V}_a = 100\angle 90° = 0 + j100$$
$$\mathbf{a}\mathbf{V}_b = 116\angle 120° = -58 + j100$$
$$\underline{\mathbf{a}^2\mathbf{V}_c = 71\angle 105° = -18 + j68}$$
$$3\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_1 + \mathbf{a}\mathbf{V}_b + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_c = -76 + j268 = 279\angle 106°$$
$$\mathbf{V}_1 = -25 + j89 = 93\angle 106° \quad (Rpta.)$$

$$\mathbf{V}_a = 100\angle 90° = 0 + j100$$
$$\mathbf{a}^2\mathbf{V}_b = 116\angle 240° = -58 - j100$$
$$\underline{\mathbf{a}\mathbf{V}_c = 71\angle 345° = +68 - j18}$$
$$3\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_a + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_b + \mathbf{a}\mathbf{V}_c = +100 - j18 = 21\angle 299°$$
$$\mathbf{V}_2 = +3 - j6 = 7\angle 299° \qquad (Rpta.)$$

Las componentes simétricas serán, por lo tanto

$$\mathbf{V}_0 = +22 - j17 = 28\angle 37° \text{ voltio}$$
$$\mathbf{V}_1 = -25 + j89 = 93\angle 106° \text{ voltios}$$
$$\mathbf{V}_2 = +3 - j6 = 7\angle 299° \text{ voltios}$$

Comprobación 1. A partir de los componentes simétricos que se acaban de encontrar, se calcularán las tensiones de fase mediante las ecs. 15 a modo de comprobación.

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 = 0 + j100 \qquad (Correcto)$$

$$\mathbf{V}_0 = 28\angle 37° = 22 + j17$$
$$\mathbf{a}^2\mathbf{V}_1 = 93\angle 346° = 90 - j23$$
$$\underline{\mathbf{a}\mathbf{V}_2 = 7\angle 59° = 4 + j6}$$
$$\mathbf{V}_b = \mathbf{V}_0 + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_1 + \mathbf{a}\mathbf{V}_2 = 116 + j0 \qquad (Correcto)$$

$$\mathbf{V}_0 = 28\angle 37° = 22 + j17$$
$$\mathbf{a}\mathbf{V}_1 = 93\angle 226° = -65 - j67$$
$$\underline{\mathbf{a}^2\mathbf{V}_2 = 7\angle 179° = -7 + j0}$$
$$\mathbf{V}_c = \mathbf{V}_0 + \mathbf{a}\mathbf{V}_1 + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_2 = -50 - j50 \quad (Correcto)$$

Solución 2. Se utilizarán las ecuaciones 24.

$$\mathbf{V}_b = 116 + j0$$
$$\mathbf{V}_c = -50 - j50$$
$$\mathbf{V}_b + \mathbf{V}_c = 66 - j50$$
$$0.500(\mathbf{V}_b + \mathbf{V}_c) = 33 - j25$$
$$\mathbf{V}_a = 0 + j100$$
$$3\mathbf{V}_0 = 66 + j50$$

$$\mathbf{V}_a - 0.500(\mathbf{V}_b + \mathbf{V}_c) = -33 - j125$$
$$\mathbf{V}_b - \mathbf{V}_c = 166 + j50$$
$$0.866(\mathbf{V}_b - \mathbf{V}_c) = 143 + j43$$
$$j0.866(\mathbf{V}_b - \mathbf{V}_c) = -43 + j143$$
$$3\mathbf{V}_1 = -76 + j268$$

$$3\mathbf{V}_2 = 10 - j18$$

Las componentes simétricas son

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_0 &= \quad 22 + j17\\ \mathbf{V}_1 &= -\ 25 + j89\\ \mathbf{V}_2 &= \quad 3\ -\ j6\end{aligned}$$

De acuerdo a la Solución 1.

Revisión 2. Se utilizarán las ecuaciones 23.

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_1 &= -25 + j89\\ \mathbf{V}_2 &= \quad 3 - j6\\ \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 &= -22 + j83\\ 0.500(\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2) &= -11 + j42\\ \mathbf{V}_0 &= 22 + j17\\ \mathbf{V}_a &= \quad 0 + j100 \qquad (\textit{Correcto})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_0 - 0.500(\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2) &= 33 - j25\\ \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2 &= -28 + j95\\ 0.866(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) &= -24 + j82\\ j0.866(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) &= -82 - j24\\ \mathbf{V}_b &= 115 - \ j1 \qquad (\text{Debería ser } 116 - j0)\\ \mathbf{V}_c &= -49 - j49 \qquad (\text{Debería ser } -50 - j50)\end{aligned}$$

Impedancias de secuencia. La propiedad más importante de las componentes simétricas de corriente y tensión es que, en un circuito trifásico balanceado o en parte de él, las tres secuencias son independientes. Un circuito trifásico balanceado es aquel que presenta conexiones similares en las tres fases, impedancias propias iguales en las tres fases e impedancias mutuas iguales entre cada par de fases. La afirmación de que las tres secuencias son independientes significa que las corrientes de cada secuencia de fase producirán caídas de tensión únicamente en la misma secuencia de fase. Por ejemplo, si circulan corrientes de secuencia positiva por un circuito balanceado, las caídas de tensión resultantes son exclusivamente de secuencia positiva, y sus componentes de secuencia cero y secuencia negativa son cero.

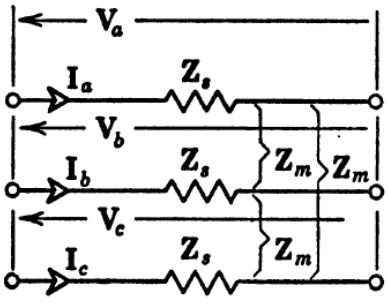


Figura 2
Un circuito trifásico equilibrado elemental con impedancias propias y mutuas.

La independencia de las secuencias en cualquier circuito balanceado puede demostrarse algebraicamente. Esto se hará para el circuito mostrado en la Fig. 2, que consta de impedancias propias en serie $\mathbf{Z}_s$ iguales en las tres fases e impedancias mutuas $\mathbf{Z}_m$ iguales entre cada par de fases. La relación entre

las corrientes de fase $\mathbf{I}_a$, $\mathbf{I}_b$, $\mathbf{I}_c$ y las caídas de tensión de fase $\mathbf{V}_a$, $\mathbf{V}_b$, $\mathbf{V}_c$ se da mediante las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{Z}_s\mathbf{I}_a + \mathbf{Z}_m\mathbf{I}_b + \mathbf{Z}_m\mathbf{I}_c \quad (25a)$$

$$\mathbf{V}_b = \mathbf{Z}_m\mathbf{I}_a + \mathbf{Z}_s\mathbf{I}_b + \mathbf{Z}_m\mathbf{I}_c \quad (25b)$$

$$\mathbf{V}_c = \mathbf{Z}_m\mathbf{I}_a + \mathbf{Z}_m\mathbf{I}_b + \mathbf{Z}_s\mathbf{I}_c \quad (25c)$$

Ahora es necesario encontrar relaciones entre los componentes simétricos de tensión y corriente similares en forma a las ecs. 25. Para obtener estas relaciones, sustituya las ecs. 25 en las ecs. 20 y luego utilice las ecs. 22.

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_0 &= \tfrac{1}{3}\left(\mathbf{V}_a + \mathbf{V}_b + \mathbf{V}_c\right)\\ &= \tfrac{1}{3}\left(\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_b + \mathbf{I}_c\right)\left(\mathbf{Z}_s + 2\mathbf{Z}_m\right)\\ &= \left(\mathbf{Z}_s + 2\mathbf{Z}_m\right)\mathbf{I}_0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_1 &= \tfrac{1}{3}\left(\mathbf{V}_a + \mathbf{a}\mathbf{V}_b + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_c\right)\\ &= \mathbf{Z}_s\tfrac{1}{3}\left(\mathbf{I}_a + \mathbf{a}\mathbf{I}_b + \mathbf{a}^2\mathbf{I}_c\right) + \mathbf{Z}_m\tfrac{1}{3}\left(\mathbf{I}_b + \mathbf{I}_c + \mathbf{a}\mathbf{I}_a + \mathbf{a}\mathbf{I}_c + \mathbf{a}^2\mathbf{I}_a + \mathbf{a}^2\mathbf{I}_b\right)\\ &= \mathbf{Z}_s\mathbf{I}_1 + \mathbf{Z}_m\tfrac{1}{3}\left(-\mathbf{I}_a - \mathbf{a}\mathbf{I}_b - \mathbf{a}^2\mathbf{I}_c\right)\\ &= \left(\mathbf{Z}_s - \mathbf{Z}_m\right)\mathbf{I}_1\end{aligned}$$

Similarmente

$$\mathbf{V}_2 = \left(\mathbf{Z}_s - \mathbf{Z}_m\right)\mathbf{I}_2$$

Estas ecuaciones pueden ser escritas como

$$\mathbf{V}_0 = \mathbf{Z}_0\mathbf{I}_0 \quad (26a)$$

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{Z}_1\mathbf{I}_1 \quad (26b)$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{Z}_2\mathbf{I}_2 \quad (26c)$$

Donde

$$\mathbf{Z}_0 = \mathbf{Z}_s + 2\mathbf{Z}_m \quad (27a)$$

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{Z}_2 = \mathbf{Z}_s - \mathbf{Z}_m \quad (27b)$$

A diferencia de la ecs. 25, donde el valor de cada tensión de fase depende de las tres corrientes de fase, en la ecs. 26 la tensión de cada secuencia depende únicamente de la corriente de la misma secuencia. La relación entre la tensión de secuencia y la corriente de secuencia puede denominarse impedancia de secuencia; por lo tanto, $\mathbf{Z}_0$ es la impedancia de secuencia cero; $\mathbf{Z}_1$, la impedancia de secuencia positiva; y $\mathbf{Z}_2$, la impedancia de secuencia negativa. Las impedancias de secuencia positiva y negativa de este circuito en particular son iguales; de hecho, para cualquier circuito trifásico estático, son iguales. Sin embargo, en la maquinaria rotatoria, la impedancia de secuencia positiva suele diferir de la impedancia de secuencia negativa debido a las

reactancias mutuas entre los devanados del rotor y del estator. Las impedancias de las máquinas síncronas se analizan con más detalle en los capítulos XII y XIV, Vol. III.

Las ecuaciones 27 muestran que, si $\mathbf{Z}_s$ y $\mathbf{Z}_m$ tienen el mismo signo (o, más precisamente, si sus vectores se encuentran aproximadamente en la misma dirección, como en una línea o cable de transmisión, donde cada una de las tres fases se considera un cable con retorno a tierra), la impedancia de secuencia cero es mayor que la impedancia de secuencia positiva o negativa. Si, por el contrario, $\mathbf{Z}_m$ tiene signo opuesto a $\mathbf{Z}_s$, como en los devanados del estator de una máquina trifásica, la impedancia de secuencia cero es menor que la impedancia de secuencia positiva o negativa. Demostremos que $\mathbf{Z}_m$ de la máquina es una reactancia negativa. Es un hecho conocido que, si dos bobinas se colocan inicialmente con sus ejes paralelos y luego se gira una bobina con respecto a la otra, su inductancia mutua disminuye, llegando a cero a 90°; y, al girar aún más la bobina, la inductancia mutua se vuelve negativa y sigue siendo negativa a 120°, que es la separación angular de las bobinas de una máquina trifásica.

Las impedancias de secuencia pueden calcularse a partir de las impedancias propias y mutuas de fase, como se ilustra en las ecs. 27 para un caso particular; o pueden ser medidas. Por ejemplo, la impedancia de secuencia positiva de un motor de inducción que funciona a una velocidad dada puede determinarse aplicando tensiones de secuencia positiva conocidas a sus terminales, midiendo las corrientes de secuencia positiva resultantes y calculando la relación entre la tensión y la corriente. La impedancia de secuencia negativa puede medirse de forma similar aplicando una tensión de secuencia negativa a los terminales y accionando el rotor a la misma velocidad que antes. Para medir la impedancia de secuencia cero, se puede aplicar una tensión monofásica entre el punto neutro y los tres terminales de línea conectados.

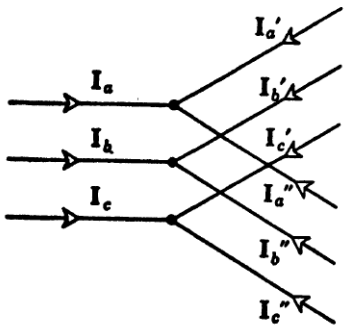


Figura 3
Unión trifásica

Leyes de Kirchhoff. En la sección anterior se demostró que las componentes simétricas de la tensión y corriente obedecen la ley de Ohm, $\mathbf{V} = \mathbf{ZI}$. Ahora se demostrará que también obedecen las leyes de Kirchhoff. La ley de Kirchhoff de las corrientes establece que la suma de todas las corrientes que fluyen hacia una unión (nodo) es cero. En una unión trifásica, como se ilustra en la Fig. 3, esta ley se aplica por separado a cada fase, por lo tanto:

$$\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_a' + \mathbf{I}_a'' = 0 \qquad (28a)$$

$$\mathbf{I}_b + \mathbf{I}_b' + \mathbf{I}_b'' = 0 \qquad (28b)$$

$$\mathbf{I}_c + \mathbf{I}_c' + \mathbf{I}_c'' = 0 \qquad (28c)$$

Si sumamos las tres ecuaciones y las dividimos por 3, obtenemos

$$\tfrac{1}{3}\left(\mathbf{I}_a+\mathbf{I}_b+\mathbf{I}_c\right)+\tfrac{1}{3}\left(\mathbf{I}_a'+\mathbf{I}_b'+\mathbf{I}_c'\right)+\tfrac{1}{3}\left(\mathbf{I}_a''+\mathbf{I}_b''+\mathbf{I}_c''\right)=0$$

O

$$\mathbf{I}_0+\mathbf{I}_0'+\mathbf{I}_0''=0 \tag{29}$$

Además, al multiplicar las ecs. 28*a*, 28*b* y 28*c* por 1, **a** y $\mathbf{a}^2$, respectivamente, sumando las ecuaciones resultantes y dividiendo por 3, obtenemos

$$\mathbf{I}_1+\mathbf{I}_1'+\mathbf{I}_1''=0 \tag{30}$$

Mediante un procedimiento similar, con **a** y $\mathbf{a}^2$ intercambiados, obtenemos

$$\mathbf{I}_2+\mathbf{I}_2'+\mathbf{I}_2''=0 \tag{31}$$

Las ecuaciones 29, 30 y 31 muestran que las corrientes de secuencia (componentes simétricas de la corriente) obedecen la ley de corriente de Kirchhoff al igual que las corrientes de fase.

La ley de tensiones de Kirchhoff establece que la suma de todas las caídas (o elevaciones) de tensión alrededor de una trayectoria cerrada (bucle o malla) es igual a cero. En un circuito trifásico, la ley se cumple para cada fase. Por lo tanto, para el circuito de la Fig. 4, tenemos

$$\mathbf{V}_a+\mathbf{V}_a'+\mathbf{V}_a''=0 \tag{32a}$$

$$\mathbf{V}_b+\mathbf{V}_b'+\mathbf{V}_b''=0 \tag{32b}$$

$$\mathbf{V}_c+\mathbf{V}_c'+\mathbf{V}_c''=0 \tag{32c}$$

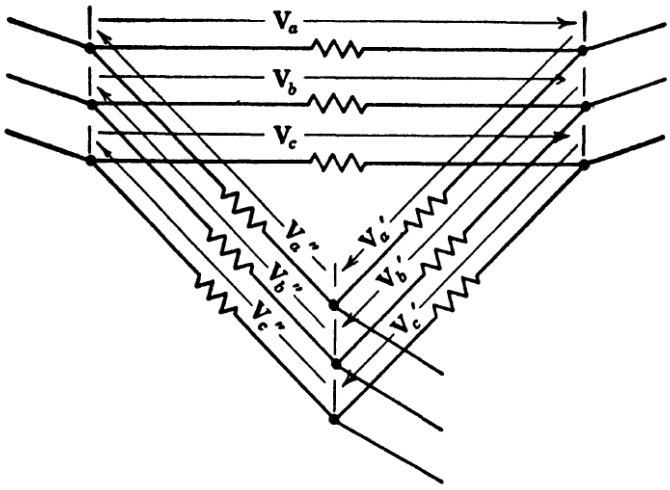


Figura 4
Una malla trifásica

Estas ecuaciones tienen la misma forma que las ecs. 28; por lo tanto, se pueden derivar ecuaciones a partir de ellas similares a las ecs. 29, 30 y 31. Son

$$\mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_0' + \mathbf{V}_0'' = 0 \qquad (33a)$$

$$\mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_1' + \mathbf{V}_1'' = 0 \qquad (33b)$$

$$\mathbf{V}_2 + \mathbf{V}_2' + \mathbf{V}_2'' = 0 \qquad (33c)$$

Por tanto, las tensiones de secuencia obedecen la ley de tensiones de Kirchhoff.

Redes de secuencia. Se ha demostrado que, en una red trifásica equilibrada, las componentes simétricas de tensión y corriente obedecen a las leyes de Ohm y de Kirchhoff, las mismas leyes que siguen las tensiones y corrientes reales. Por lo tanto, el concepto de redes de secuencia está bien justificado. La red trifásica real, donde existen las tensiones y corrientes reales, se sustituye, a efectos de análisis, por tres redes monofásicas ficticias, donde existen las componentes simétricas o tensiones y corrientes de secuencia. Se trata de la *red de secuencia positiva*, en la que existen la tensión y la corriente de secuencia positiva; la *red de secuencia negativa*, en la que existen la tensión y la corriente de secuencia negativa; y la *red de secuencia cero*, en la que existen la tensión y la corriente de secuencia cero. La red de secuencia positiva es idéntica al diagrama de impedancia monofásico considerado en el Capítulo III. La red de secuencia negativa es muy similar a la red de secuencia positiva, pero se diferencia de ella en los siguientes aspectos: (1) Normalmente no existen fuerzas electromotrices generadas por secuencia negativa; (2) la impedancia de secuencia negativa de la maquinaria rotatoria es diferente de la impedancia de secuencia positiva; y (3) el desfase de los bancos de transformadores para secuencia negativa es de signo opuesto al de secuencia positiva. La red de secuencia cero difiere considerablemente de las otras dos en que (1) la impedancia de las líneas de transmisión es mayor que para secuencia positiva; y (2) los circuitos equivalentes de los transformadores son diferentes. Por consiguiente, la red de secuencia cero se analiza con más detalle más adelante en este capítulo.

En la medida en que la red trifásica este *balanceada*, las tres redes de secuencia son *independientes*; es decir, no están conectadas ni acopladas entre sí. Sin embargo, cuando la red trifásica está *desbalanceada*, existe una *conexión o acoplamiento* entre dos o tres de las redes de secuencia en los puntos de desbalance correspondientes. La naturaleza de la conexión o acoplamiento entre las redes de secuencia se determinará en la siguiente sección para los tipos de desbalance más importantes en los estudios de estabilidad, es decir, para los cortocircuitos.

Considere los componentes de una red eléctrica trifásica para comprobar si están equilibrados. Las máquinas trifásicas rotativas, los bancos de transformadores compuestos por tres unidades idénticas, los cables y las líneas aéreas transpuestas están equilibrados. Las líneas aéreas no transpuestas presentan un desequilibrio leve. Las cargas, aunque a menudo presentan desequilibrio al considerarse en pequeñas porciones, están aproximadamente equilibradas al considerar la carga total de una subestación. Por lo tanto, todos los componentes principales de una red eléctrica trifásica están equilibrados o prácticamente equilibrados en condiciones normales. Durante condiciones de falla, la misma afirmación se aplica a todas las partes de la

red, excepto a la falla misma, si esta es de un tipo distinto a trifásico. Por lo tanto, las redes de secuencia que representan el sistema eléctrico son completamente independientes entre sí en condiciones normales y se conectan únicamente en el punto de falla en condiciones de falla desequilibrada.

El sistema eléctrico trifásico habitual no genera fuerzas electromotrices, salvo las simétricas de secuencia positiva. Por lo tanto, las redes de secuencia que representan dicho sistema no generan fuerzas electromotrices, salvo las de la red de secuencia positiva. Las redes de secuencia negativa y de secuencia cero, al no tener fuerzas electromotrices internas y no estar conectadas a la red de secuencia positiva en condiciones de equilibrio, están "muertas". Por lo tanto, solo debe considerarse la red de secuencia positiva en tales condiciones. Sin embargo, en condiciones de falla desequilibrada, la red de secuencia negativa y, para algunos tipos de falla, también la red de secuencia cero se energizan mediante su conexión a la red de secuencia positiva en el punto de falla. A continuación, se considerará la naturaleza de estas conexiones.

Representación de cortocircuitos mediante conexiones entre las redes de secuencia. Los cortocircuitos en un sistema trifásico se clasifican en los siguientes tipos: monofásico a tierra, monofásico a línea, bifásico a tierra y trifásico. Los cortocircuitos trifásicos se clasifican a su vez en cortocircuitos con conexión a tierra y cortocircuitos sin conexión a tierra. Los demás tipos se clasifican según las fases implicadas. Los diferentes tipos de cortocircuito se muestran esquemáticamente en la figura 5.

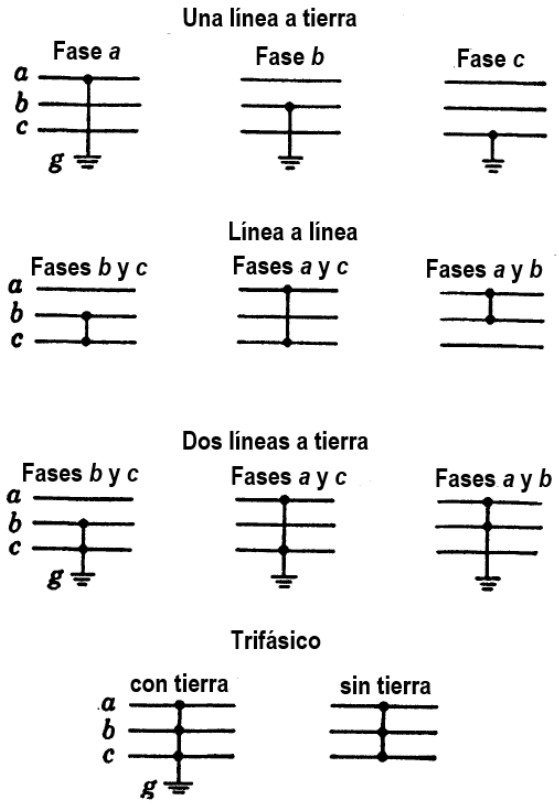


Figura 5
Tipos de cortocircuito en una red trifásica

El procedimiento para encontrar las conexiones de las redes de secuencia correspondientes a una falla en una red trifásica consta de cuatro pasos:

1. Dibuje un diagrama del circuito de la falla en la red trifásica, etiquetando los voltajes y corrientes de fase pertinentes con símbolos de letras adecuados y flechas que indiquen sus direcciones positivas.

2. Escriba tres ecuaciones que expresen relaciones entre las corrientes de fase y los voltajes o valores particulares de los mismos impuestos por la condición de falla.

3. Convierta estas ecuaciones en tres ecuaciones correspondientes, secuencia de tensiones y corrientes. Esta conversión se realiza mediante las ecuaciones 15, 20, 21 y 22.

4. Encuentre las conexiones de las redes de secuencias que satisfagan las ecuaciones obtenidas en el último paso.

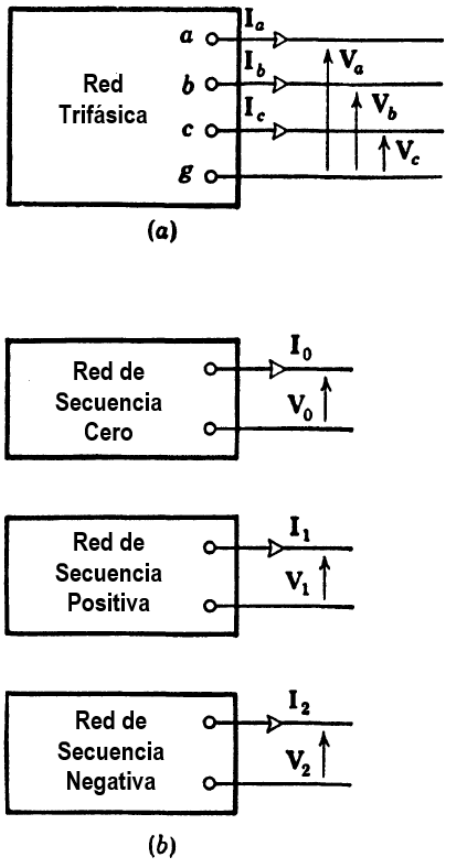


Figura 6
(a) Representación esquemática de una red trifásica con terminales en el punto de falla. (b) Representación esquemática de las redes de secuencia correspondientes.

El procedimiento descrito se aplicará ahora para cada tipo de cortocircuito, comenzando con el cortocircuito línea-tierra en la fase *a*. Los cortocircuitos línea-tierra en las fases *b* o *c* pueden tratarse renombrando las fases, de modo que la fase fallada se denomine siempre fase *a*. Las relaciones de las componentes simétricas resultan más sencillas cuando la falla se toma en la fase *a*, que se adoptó como fase de referencia. (Es decir, las componentes de los demás vectores de fase se expresaron en función de las componentes del vector fase *a*). Por la misma razón, las fallas línea-línea y dos líneas-tierra se tomarán en las fases *b* y *c*, lo que las hace simétricas con respecto a la fase *a*.

La red trifásica, independientemente de su forma, puede representarse mediante una caja con cuatro terminales en el punto de falla: las fases *a*, *b* y *c*, y la tierra, como se muestra en la figura 6*a*. Se pueden aplicar diferentes tipos de cortocircuito a la red estableciendo las conexiones adecuadas entre dos, tres o cuatro de estos terminales. Cada una de las tres redes de secuencia puede representarse de forma similar mediante una caja con dos terminales en el punto de falla (terminal de línea y terminal neutro), como se muestra en la figura 6*b*. Se deducirán las conexiones entre estos terminales, correspondientes a las conexiones entre los terminales de la red trifásica.

Sean $\mathbf{V}_a$, $\mathbf{V}_b$ y $\mathbf{V}_c$ las tensiones de línea a tierra en el punto de falla, e $\mathbf{I}_a$, $\mathbf{I}_b$ e $\mathbf{I}_c$ las corrientes de fase que fluyen hacia la falla, como se indica en la Fig. 6a. Sean $\mathbf{V}_0$, $\mathbf{V}_1$ y $\mathbf{V}_2$ las componentes simétricas de $\mathbf{V}_a$, $\mathbf{V}_b$ y $\mathbf{V}_c$; e $\mathbf{I}_0$, $\mathbf{I}_1$ e $\mathbf{I}_2$ las componentes simétricas de $\mathbf{I}_a$, $\mathbf{I}_b$ e $\mathbf{I}_c$.

Cortocircuito línea-tierra en la fase a. (Véase la Fig. 7a). La tensión línea-tierra de la fase conectada a tierra es cero, y las corrientes que fluyen hacia la falla desde las dos fases sin falla son cero. Por lo tanto, las ecuaciones para las tensiones y corrientes de fase son:

$$\mathbf{V}_a = 0 \tag{34}$$

$$\mathbf{I}_b = 0 \tag{35}$$

$$\mathbf{I}_c = 0 \tag{36}$$

De las ecs. 34 y 15*a*

$$\mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 = 0 \tag{37}$$

De las ecs. 35, 36, y 22

$$\mathbf{I}_0 = \mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2 = \tfrac{1}{3}\mathbf{I}_a \tag{38}$$

Por lo tanto, las relaciones entre las componentes simétricas de la tensión y la corriente de falla, correspondientes a las ecs. 34, 35 y 36 para las tensiones y corrientes de falla reales, son

$$\mathbf{V}_0 + \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 = 0 \tag{39a}$$

$$\mathbf{I}_0 = \mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_2 \tag{39b}$$

Una *conexión en serie* de las tres redes de secuencia (Fig. 7b) satisface estas ecuaciones.

Cortocircuito línea a línea en las fases b y c. (Véase la figura 7*c*). Las ecuaciones para las tensiones y corrientes de fase son

$$\mathbf{V}_b = \mathbf{V}_c \tag{40}$$

$$\mathbf{I}_a = 0 \tag{41}$$

$$\mathbf{I}_b + \mathbf{I}_c = 0 \tag{42}$$

Sustituyendo las ecs. 15 en la ec. 40

$$\mathbf{V}_0 + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_1 + \mathbf{a}\mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_0 + \mathbf{a}\mathbf{V}_1 + \mathbf{a}^2\mathbf{V}_2$$

Sustrayendo $\mathbf{V}_0$ de ambos lados y acomodando, obtenemos

$$\mathbf{V}_1\left(\mathbf{a}^2 - \mathbf{a}\right) = \mathbf{V}_2\left(\mathbf{a}^2 - \mathbf{a}\right)$$

De donde

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2$$

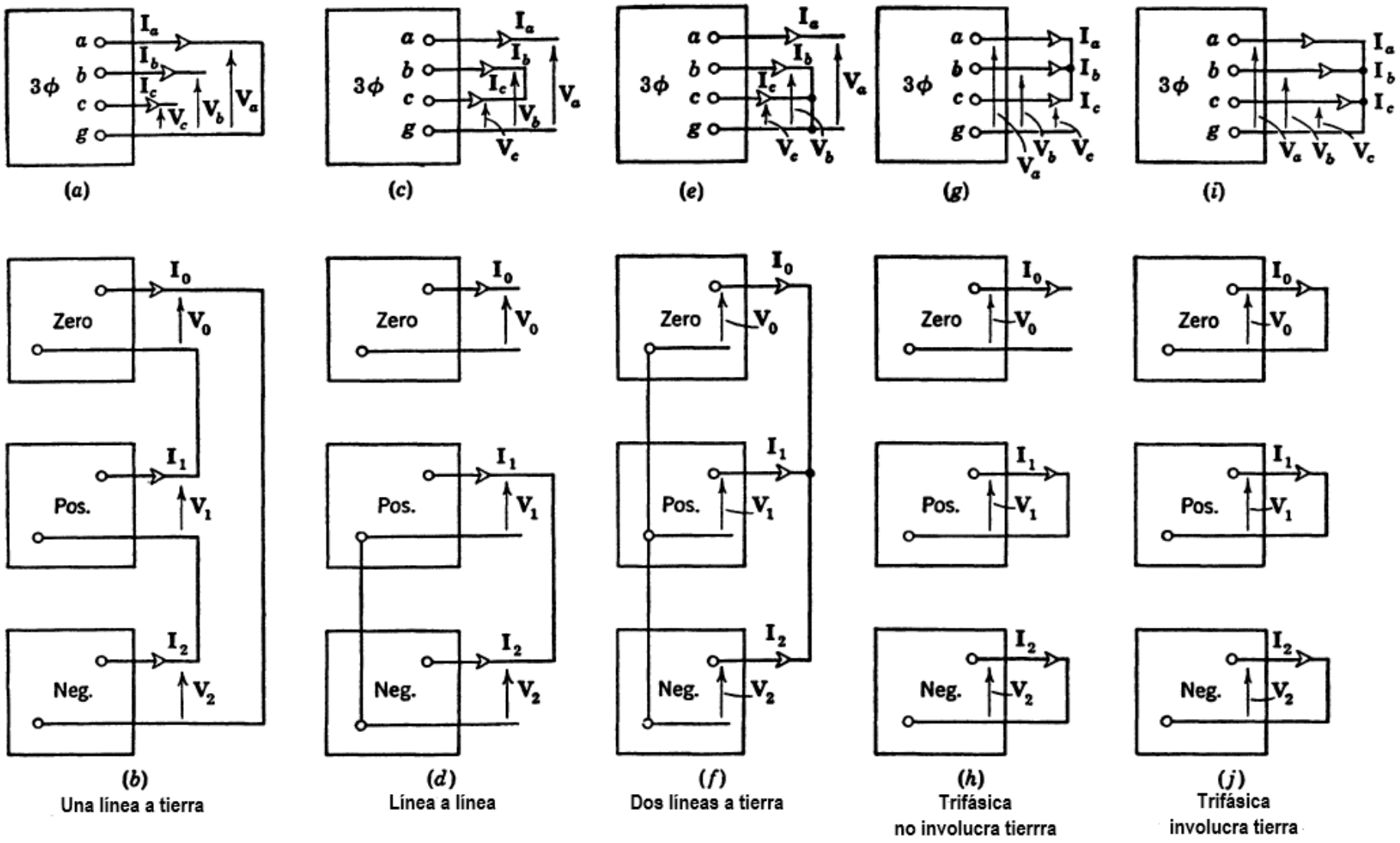


Figura 7

Conexiones entre las redes de secuencia correspondientes a varios tipos de cortocircuito en una red trifásica.

Sustituyendo ecs. 41 y 42 en la expresión para $\mathbf{I}_0$ en la ec. 22a, obtenemos

$$\mathbf{I}_0 = 0 \tag{44}$$

Sustituyendo la ec. 44 en la expresión para $\mathbf{I}_b$ e $\mathbf{I}_c$ en las ecs. 21 y sustituyendo los resultados en la ec. 42, obtenemos

$$\left(\mathbf{a}^2 + \mathbf{a}\right)\left(\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2\right) = 0$$

O

$$\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = 0 \tag{45}$$

Por lo tanto, las relaciones entre los componentes simétricos de voltaje y corriente para el cortocircuito línea a línea son:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2 \tag{46a}$$
$$\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = 0 \tag{46b}$$
$$\mathbf{I}_0 = 0 \tag{46c}$$

Estas relaciones se logran mediante una *conexión en paralelo de las redes de secuencia positiva y negativa*, dejando la red de secuencia cero en circuito abierto. (Véase la Fig. 7*d*).

Cortocircuito de dos líneas a tierra en las fases b y c. (Véase la figura 7e) Las ecuaciones para las tensiones y corrientes de fase son:

$$\mathbf{I}_a = 0 \tag{47a}$$
$$\mathbf{V}_b = 0 \tag{47b}$$
$$\mathbf{V}_c = 0 \tag{47c}$$

Estas ecuaciones son similares a las ecs. 34 a 36 para un cortocircuito de una línea a tierra, excepto que la tensión y la corriente se intercambian. Por lo tanto, las ecuaciones en componentes simétricas serán similares a las ecs. 39, excepto por el intercambio de tensión y corriente. Estas son:

$$\mathbf{I}_0 + \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 = 0 \tag{48a}$$
$$\mathbf{V}_0 = \mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2 \tag{48b}$$

Estas ecuaciones se realizan mediante una *conexión paralela de las tres redes de secuencias* (Fig. 7*f*).

Cortocircuito trifásico sin conexión a tierra. (Véase la Fig. 7g). Las ecuaciones de las tensiones y corrientes de fase son:

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_b = \mathbf{V}_c = 0 \tag{49}$$
$$\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_b = \mathbf{I}_c = 0 \tag{50}$$

Sustituyendo las ecs. 49 en las ecs. 20, obtenemos

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_2 = \tfrac{1}{3}\mathbf{V}_a\left(1 + \mathbf{a} + \mathbf{a}^2\right) = 0$$

Sustituyendo la ec. 50 en la ec. 22*a* para $\mathbf{I}_0$:

$$\mathbf{I}_0 = 0$$

Por lo tanto las ecuaciones de las componentes simétricas para este tipo de falla son:

$$\mathbf{V}_1 = 0 \qquad (51a)$$

$$\mathbf{V}_2 = 0 \qquad (51b)$$

$$\mathbf{I}_0 = 0 \qquad (51c)$$

Se satisfacen cortocircuitando las redes de secuencia positiva y negativa y dejando la red de secuencia cero en circuito abierto (Fig. 7*h*).

Cortocircuito trifásico con conexión a tierra. (Véase la Fig. 7*i*). Las ecuaciones de las magnitudes de fase son:

$$\mathbf{V}_a = 0 \qquad (52a)$$

$$\mathbf{V}_b = 0 \qquad (52b)$$

$$\mathbf{V}_c = 0 \qquad (52c)$$

Las correspondientes ecuaciones de las componentes simétricas son:

$$\mathbf{V}_0 = 0 \qquad (53a)$$

$$\mathbf{V}_1 = 0 \qquad (53b)$$

$$\mathbf{V}_2 = 0 \qquad (53c)$$

El circuito equivalente consiste de un cortocircuito en cada una de las tres redes de secuencia (Fig. 7*j*).

Normalmente no es necesario distinguir entre los dos tipos de cortocircuito trifásico, ya que la red de secuencia cero está "muerta" o inactiva independientemente de si sus terminales están en cortocircuito. La red de secuencia negativa también está inactiva durante un cortocircuito trifásico, y la red de secuencia cero está inactiva durante un cortocircuito línea a línea. Estas redes inactivas se muestran en la Fig. 7 para mayor claridad, pero se descartan en los cálculos de fallas, excepto en los raros casos en que (1) la red trifásica contiene fuerzas electromotrices generadas asimétricamente, o (2) existe una segunda falla u otro desequilibrio además del considerado.

Solución de redes trifásicas con falla mediante el método de componentes simétricas. Cualquier red trifásica simétrica en su totalidad, salvo por un cortocircuito asimétrico, puede representarse mediante sus tres redes de secuencia conectadas en el punto de falla, como se muestra en la Fig. 7. Una vez realizadas las conexiones adecuadas, la corriente o la tensión en cualquier punto de las redes de secuencia es igual a la componente correspondiente de corriente o tensión en el punto

correspondiente de la red trifásica. Si se desean los valores de las corrientes y tensiones de fase, pueden calcularse combinando las corrientes y tensiones de secuencia según las ecs. 15 y 21 o 23. Sin embargo, en estudios de estabilidad, las componentes simétricas suelen ser suficientes.

Este método para resolver una red trifásica con fallas es ideal para tableros de cálculo. Una vez configuradas las tres redes de secuencia en la placa, se pueden realizar fácilmente las conexiones para representar cualquier tipo de falla en cualquier ubicación. Las corrientes y tensiones de secuencia se pueden leer conectando los instrumentos de medición.

Si la red no es demasiado complicada, es posible resolverla mediante reducción algebraica de las redes de secuencias.

EJEMPLO 2

Se produce un cortocircuito de línea a tierra en la barra *D* del sistema de potencia de la Fig. 8*a*. Determine las componentes simétricas de corriente y tensión, así como las corrientes y tensiones de fase en toda la red si las tensiones internas de los generadores *A* y *B* son iguales y están en fase, con un valor de $j1.05$ por unidad. Las reactancias de secuencia, expresadas en por unidad, son las indicadas en las redes de secuencia de la Fig. 8*b*, y se supone que las resistencias son despreciables. El generador *A* no está conectado a tierra; el generador *B* tiene el neutro conectado a tierra.

Solución. Se supone que el cortocircuito está en la fase a. Se representa conectando las tres redes de secuencia en serie, como se muestra con las líneas discontinuas en la Fig. 8*b*. Nótese que la corriente de secuencia cero no puede circular en el generador *A* sin conexión a tierra; por lo tanto, la red de secuencia cero está abierta en este punto (entre C_0 y O_0, Fig. 8*b*).

La red de secuencia positiva se reduce, como se muestra en la Fig. 9, a una f.e.m., en serie con una reactancia. Durante el proceso de reducción, la identidad de las f.e.m. de los generadores *A* y *B* se conserva hasta el paso *c*, de modo que los resultados puedan utilizarse posteriormente en el Ejemplo 3. Dado que en este ejemplo se supone que las f.e.m. son iguales, los puntos A_1 y B_1 de la Fig. 9*c* se unen para obtener la Fig. 9*d*. En las Figs. 10 y 11, las redes de secuencia negativa y secuencia cero, respectivamente, se reducen cada una a una sola reactancia. Luego en la Fig. 12, las tres redes reducidas se conectan en serie, al igual que las redes originales de la Fig. 8, para representar el cortocircuito de línea a tierra. El circuito combinado se reduce a una f.e.m. y una reactancia. En la Fig. 13, la corriente que circula por la reactancia se obtiene dividiendo la f.e.m. entre la reactancia, y las tensiones en las redes de secuencia se obtienen multiplicando la corriente por las reactancias respectivas. Las tensiones y corrientes de borne de las redes de secuencia así encontradas son las componentes simétricas de las tensiones en el punto de falla y de la corriente en la falla.

Cada red de secuencia se reexpande ahora recorriendo los pasos de la reducción de red en orden inverso, determinando todas las corrientes y tensiones en cada paso. Esta reexpansión se ilustra en las figuras 14, 15 y 16. Posteriormente, en la figura 17, se

redibujan las redes de secuencia con los valores de las corrientes y tensiones de secuencia marcados en ellas.

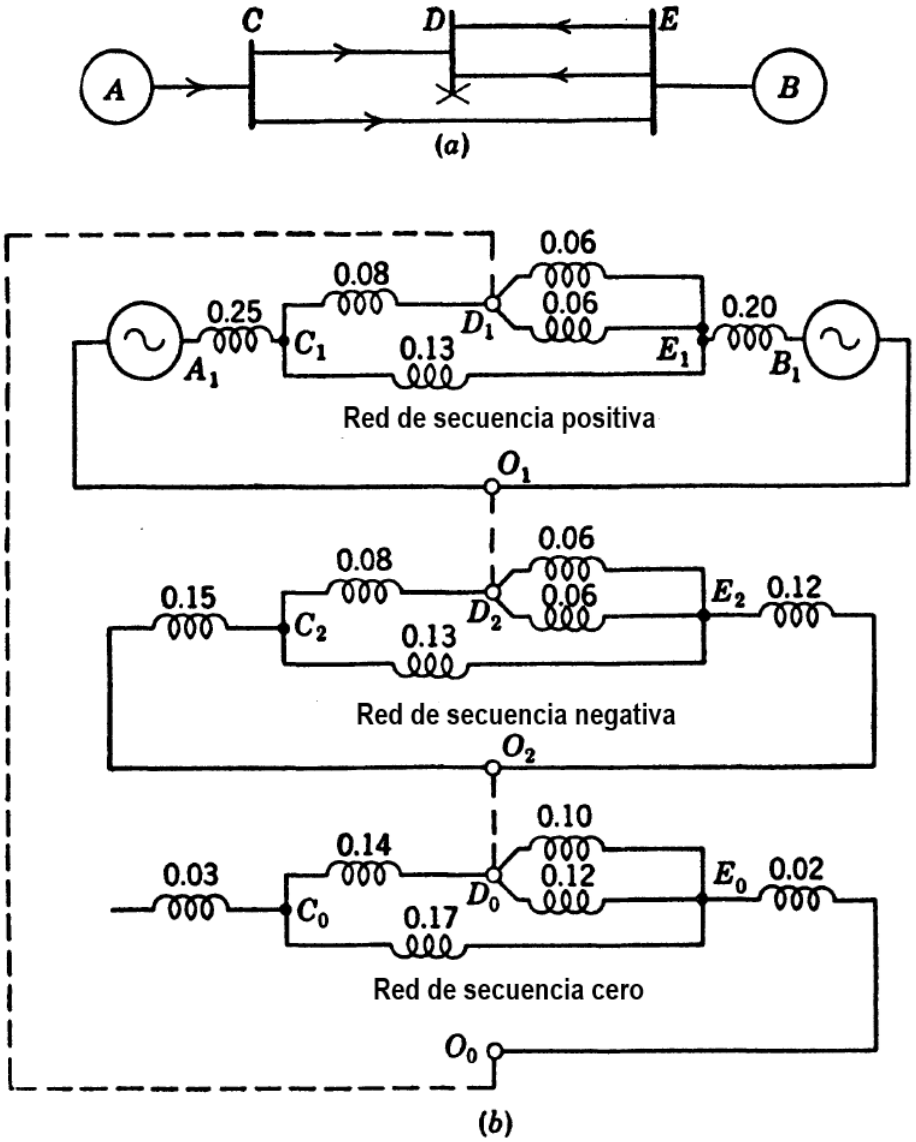


Figura 8

(a) Diagrama unifilar de un sistema eléctrico utilizado para ilustrar el cálculo de fallas. (b) Las redes de secuencia del sistema con valores de reactancia en por unidad marcados. Las redes de secuencia están conectadas mediante líneas discontinuas para representar un cortocircuito de línea a tierra en el punto D. (Ejemplo 2).

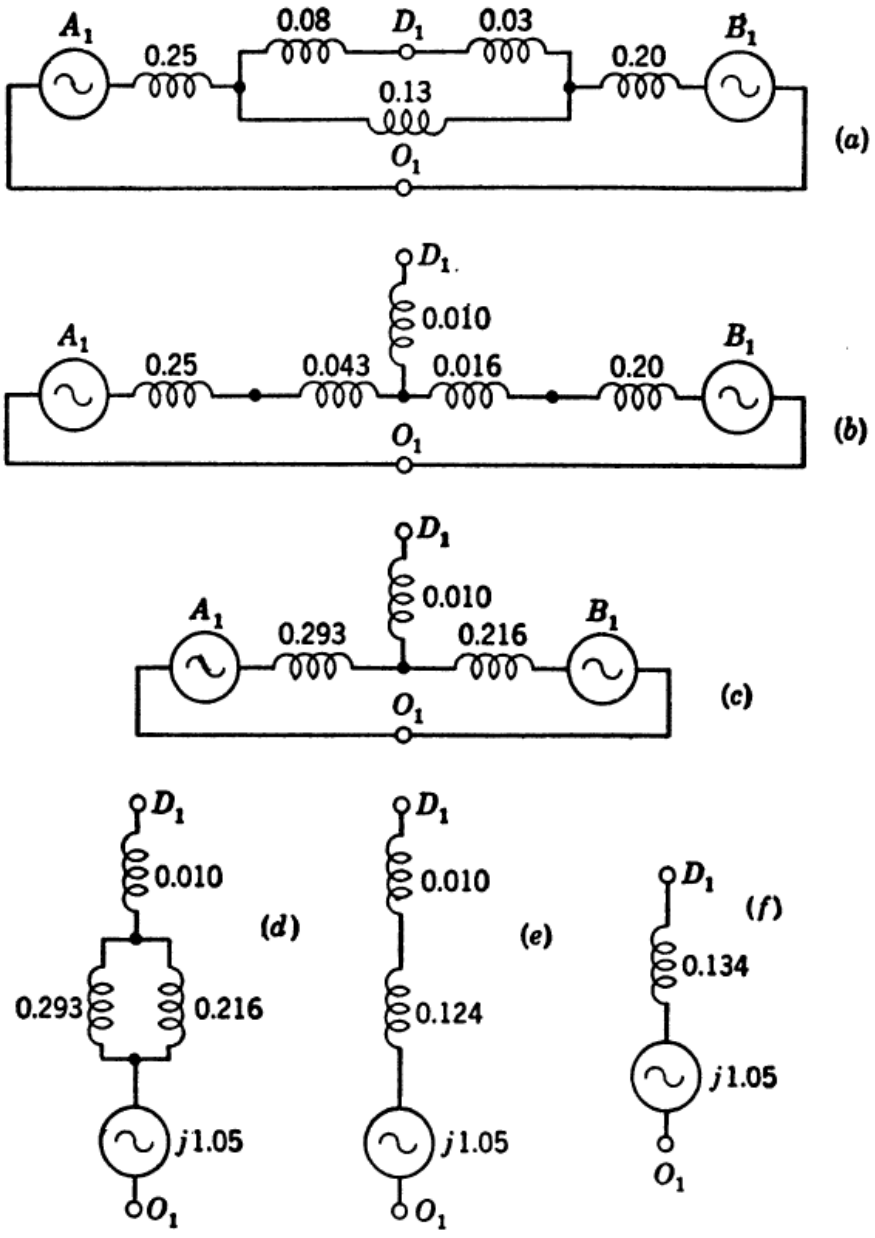


Figura 9

Reducción de una red de secuencia positiva (Ejemplo 2)

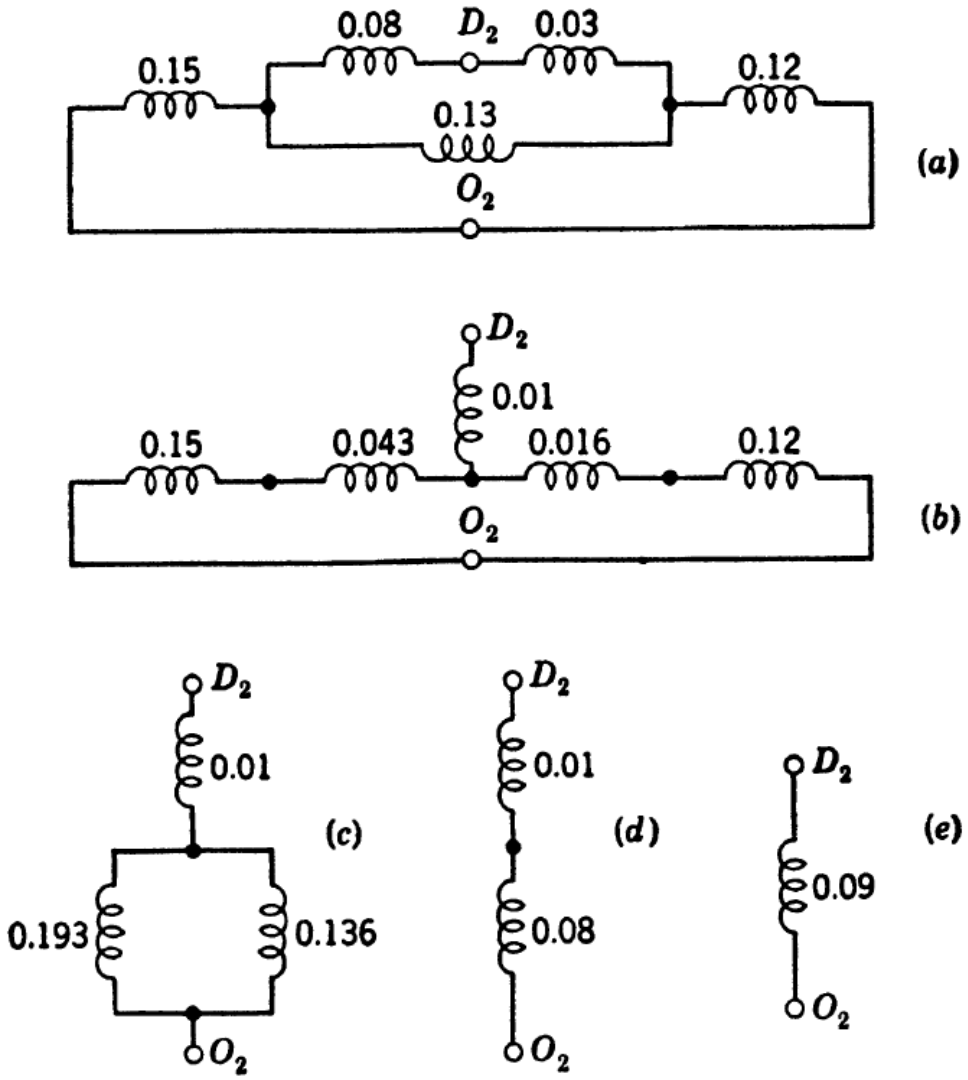


Figura 10

Reducción de una red de secuencia negativa (Ejemplo 2)

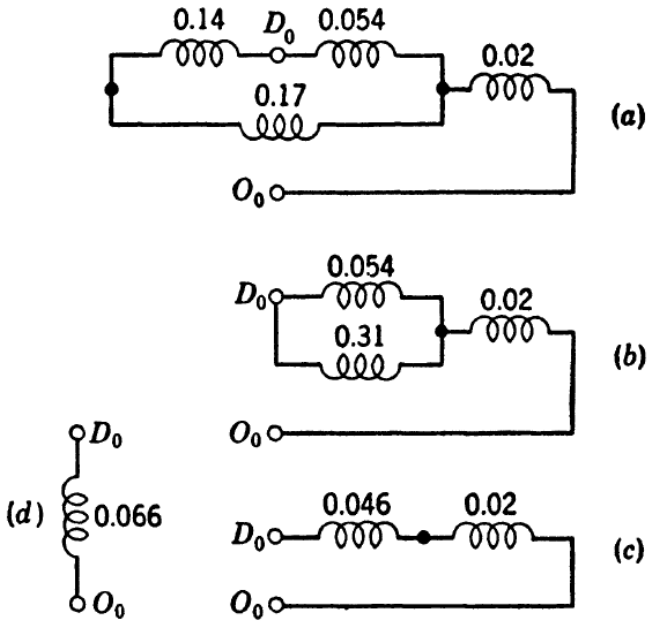


Figura 11
Reducción de una red de secuencia cero

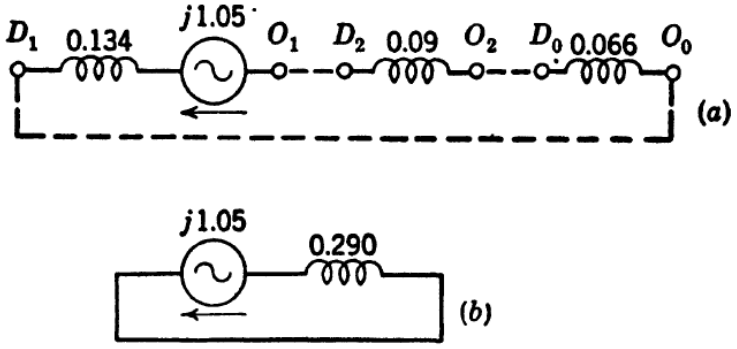


Figura 12
(a) Conexión reducida de las redes de secuencia para representar una falla de línea a tierra. (b) Reducción final. (Ejemplo 2).

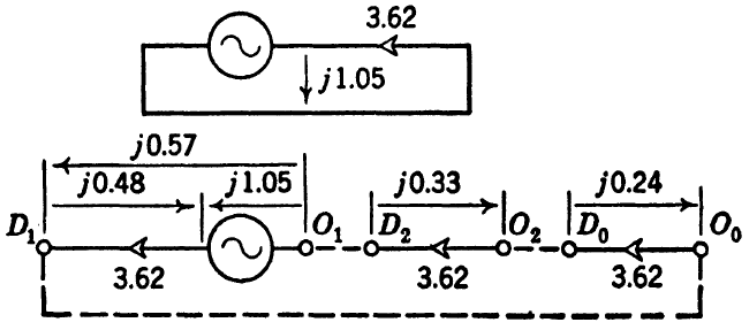


Figura 13
Determinación de las corrientes y tensiones de secuencia en la falla. Véase la Fig. 12 para los valores de reactancia (Ejemplo 2).

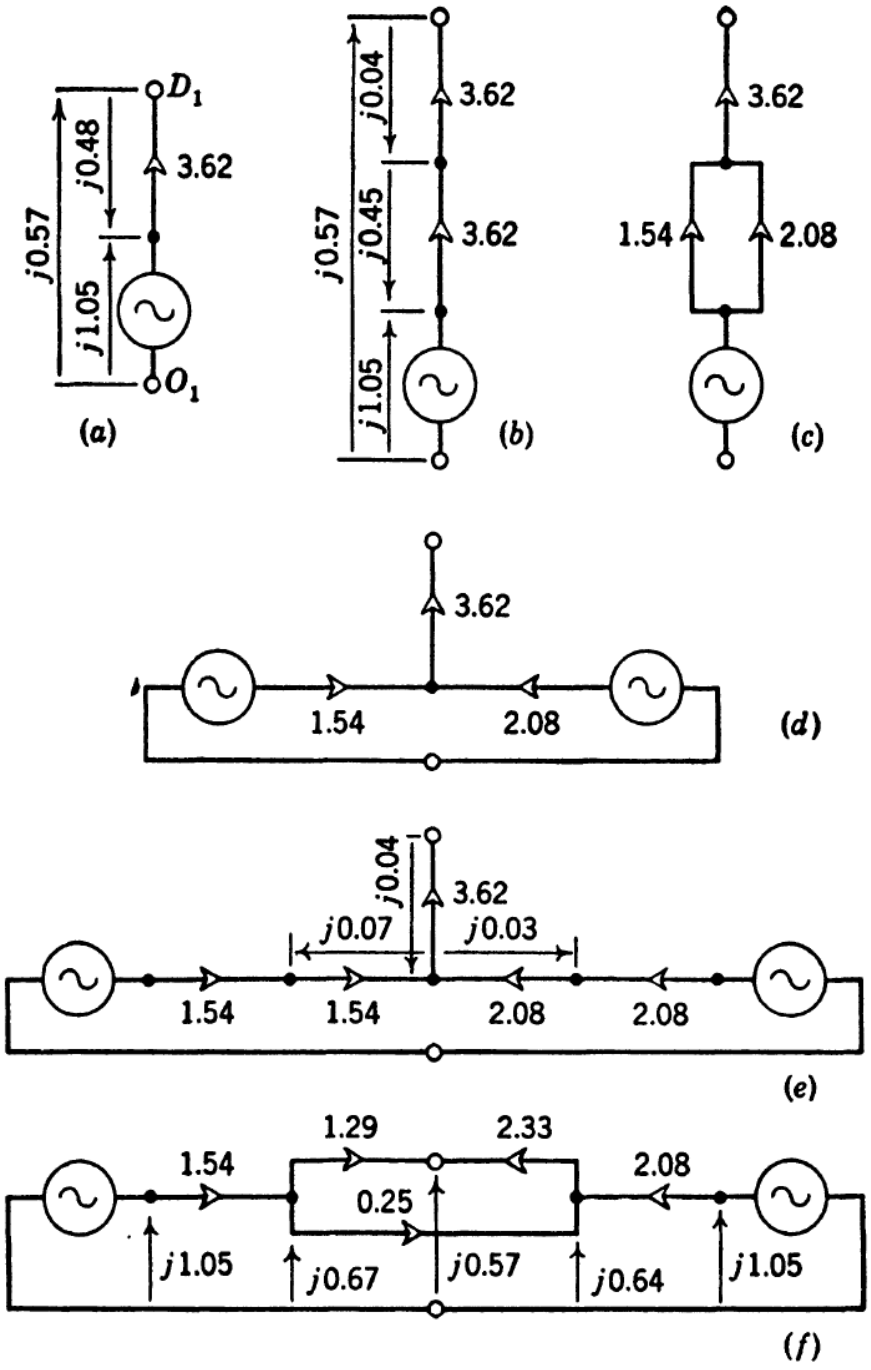


Figura 14

Determinación de las corrientes y tensiones de secuencia positiva mediante la reexpansión de la red de secuencia positiva. Véase la Fig. 9 para los valores de reactancia. (Ejemplo 2).

Las corrientes y tensiones de fase se calculan a partir de sus componentes simétricas en la Tabla 1 mediante las ecs. 23 y se muestran en el diagrama de circuito de la Fig. 18. Cabe destacar que, dado que se asumió que las fe.m.s del generador eran imaginarias (es decir, 90° por delante de la fase de referencia) y que las impedancias de la red eran puramente reactivas, todas las corrientes de secuencia son reales y todas las tensiones de secuencia son imaginarias. Una afirmación similar se aplica a las corrientes y tensiones de la fase *a*, pero no a las fases *b* y *c*.

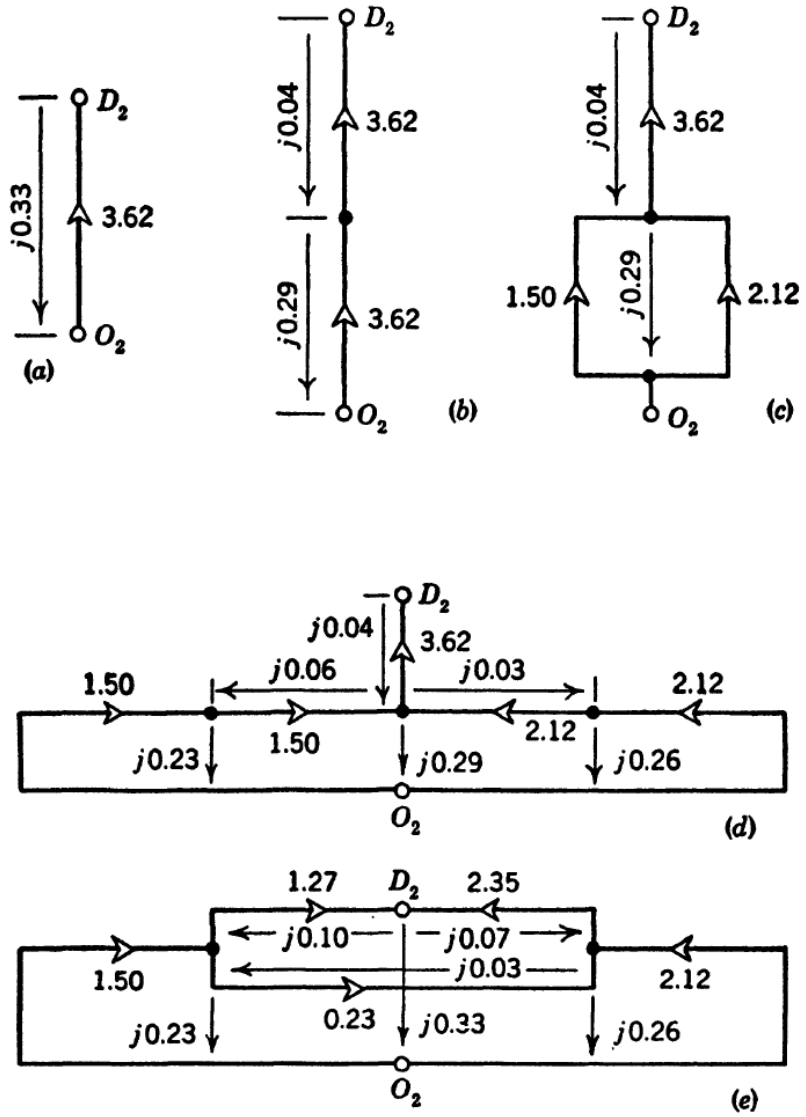


Figura 15

Determinación de las corrientes y tensiones de secuencia negativa mediante la reexpansión de la red de secuencia negativa. Véase la Fig. 10 para los valores de reactancia. (Ejemplo 2).

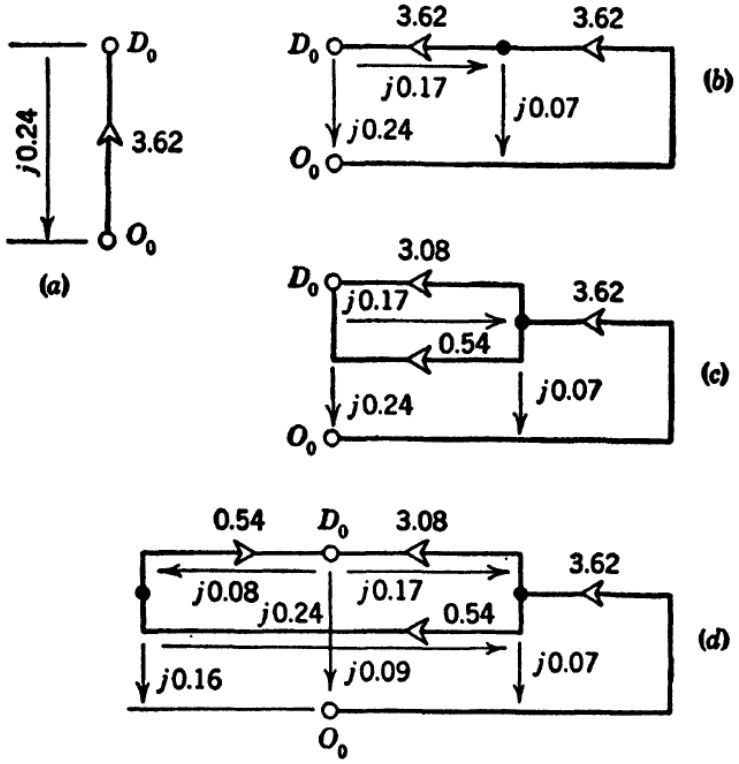


Figura 16

Determinación de las corrientes y tensiones de secuencia cero mediante la reexpansión de la red de secuencia cero. Véase la Fig. 11 para los valores de reactancia. (Ejemplo 2).

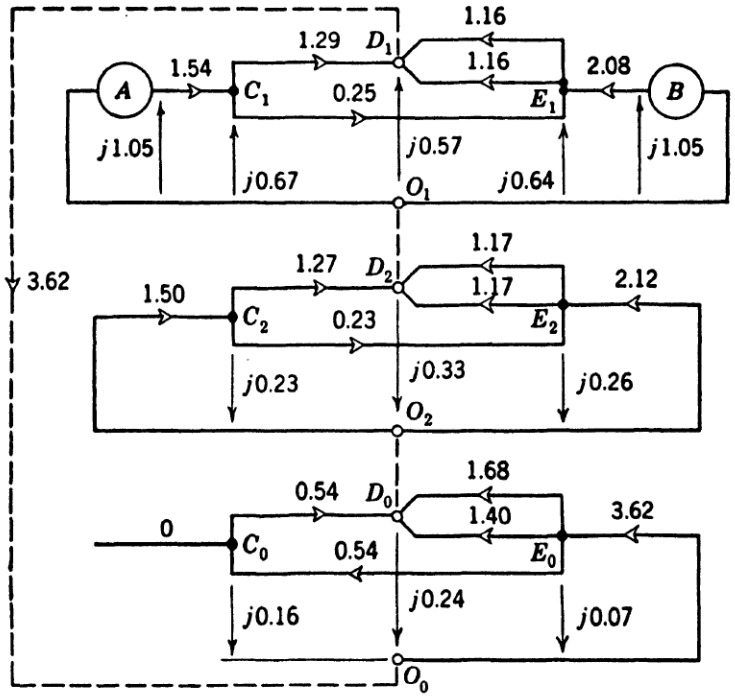


Figura 17

Corrientes y tensiones de secuencia en el sistema de potencia de la Fig. 8 (Ejemplo 2).

Tabla 1

CALCULO DE TENSIONES Y CORRIENTES DE FASE

	Corrientes						Tensiones		
	Gen. A	Gen. B	Línea CD	Línea CE	Línea ED1	Línea ED2	Barra C	Barra D	Barra E
$\mathbf{I}_1$	1.54	2.08	1.29	0.25	1.16	1.16	j0.67	j0.57	j0.64
$\mathbf{I}_2$	1.50	2.12	1.27	0.23	1.17	1.17	–j0.23	– j0.33	– j0.26
$\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2$	0.04	-0.04	0.02	0.02	– 0.01	– 0.01	j0.09	j0.90	j0.90
$\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2$	3.04	4.20	2.56	0.48	2.33	2.33	j0.44	j0.24	j0.38
$\mathbf{I}_0$	0.00	3.62	0.54	-0.54	1.68	1.40	–j0.16	– j0.24	– j0.07
$\mathbf{I}_a$	3.04	7.82	3.10	-0.06	4.01	3.73	j0.28	0.00	j0.31
$\frac{1}{2}(\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2)$	1.52	2.10	1.28	0.24	1.16	1.16	j0.22	j0.12	j0.19
$\mathbf{I}_0 - \frac{1}{2}(\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2)$	– 1.52	1.52	– 0.74	-0.78	0.52	0.24	–j0.38	– j0.36	– j0.26
$0.866\,(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2)$	0.03	– 0.03	0.02	0.02	– 0.01	– 0.01	j0.78	j0.78	j0.78

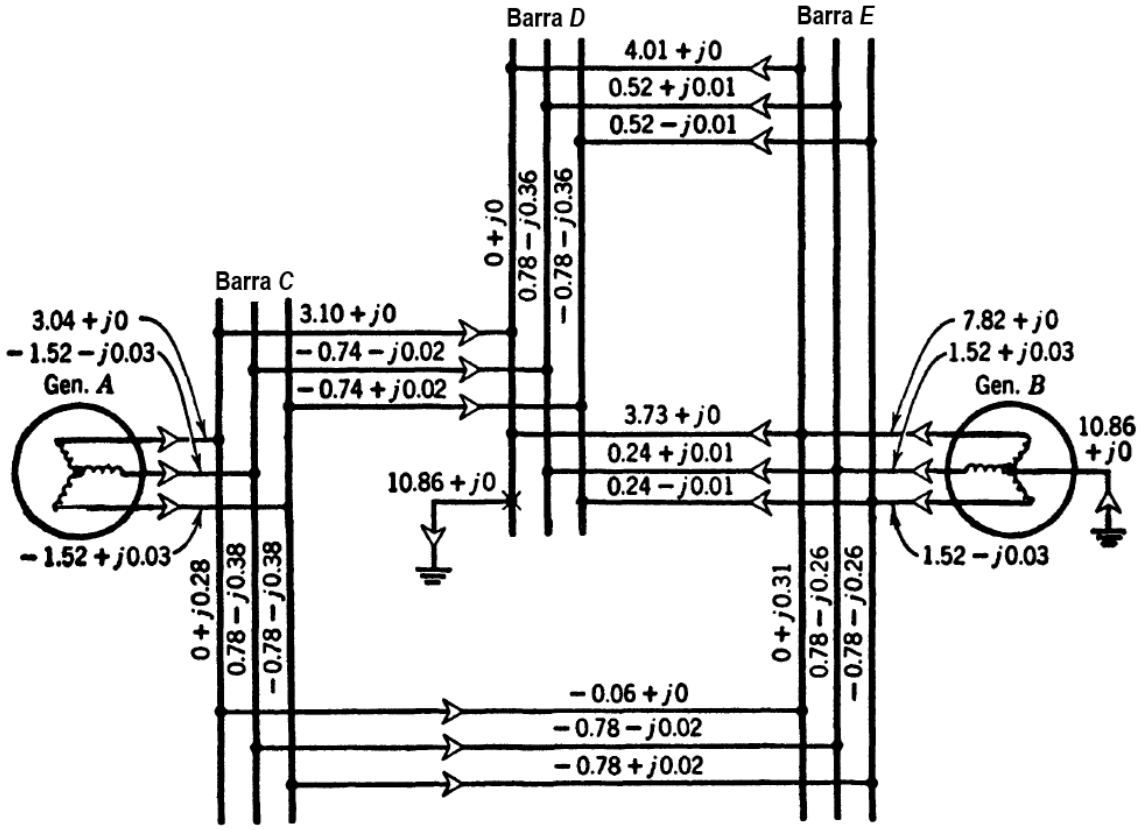


Figura 18

Corrientes y tensiones de fase en la red de la Fig. 8 con un cortocircuito fase-tierra en la fase *a* de la barra *D*. Los valores de corriente en dirección de la flecha están marcados en las líneas horizontales; los valores de tensión fase-tierra, en las líneas verticales (barras). (Ejemplo 2).

Fallas en derivación. Dado que las fuerzas electromotrices internas de una máquina síncrona trifásica son de secuencia positiva, y dado que no se genera potencia al combinar tensiones de secuencia positiva con corrientes de secuencia negativa o de secuencia cero, la potencia generada por una máquina síncrona y la potencia de sincronización entre las distintas máquinas síncronas de un sistema eléctrico son de secuencia positiva. Por lo tanto, la red de secuencia positiva es de interés principal en un estudio de estabilidad, y las redes de secuencia negativa y de secuencia cero son de interés secundario.

En la red de secuencia positiva, un cortocircuito se puede representar conectando una impedancia en derivación $\mathbf{Z}_F$ en el punto de falla. El valor de $\mathbf{Z}_F$ depende del tipo de falla y de las impedancias $\mathbf{Z}_0$ y $\mathbf{Z}_2$ de las redes de secuencia negativa y secuencia cero, vistas desde el punto de falla.

La fórmula para la impedancia de la falla en derivación puede determinarse de dos maneras. La primera es inspeccionando las conexiones entre las redes de secuencia para representar los distintos tipos de cortocircuitos (Fig. 7). El cortocircuito línea-tierra se representa conectando en derivación con la red de secuencia positiva en el punto de falla la combinación en serie de las redes de secuencia cero y secuencia negativa; el cortocircuito línea-línea se representa conectando únicamente la red de

secuencia negativa; y el cortocircuito dos líneas a tierra se representa mediante la combinación en paralelo de las redes de secuencia cero y secuencia negativa. Por lo tanto, las impedancias de las derivaciones de falla son las siguientes:

Tipo de Cortocircuito	Impedancia de la Falla en derivación, $\mathbf{Z}_F$	
Línea a tierra	$\mathbf{Z}_0 + \mathbf{Z}_2$	(54)
Línea a línea	$\mathbf{Z}_2$	(55)
Dos líneas a tierra	$\dfrac{\mathbf{Z}_0\mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_0 + \mathbf{Z}_2}$	(56)
Trifásica	0	(57)

La segunda manera de encontrar la impedancia de falla en derivación es tomar las dos ecuaciones

$$\mathbf{V}_0 = -\mathbf{Z}_0\mathbf{I}_0 \tag{58}$$

$$\mathbf{V}_2 = -\mathbf{Z}_2\mathbf{I}_2 \tag{59}$$

que son independientes del tipo de falla, junto con las tres ecuaciones que dan relaciones entre, o valores especiales de, las corrientes de secuencia y voltajes en la falla, y eliminar de las cinco ecuaciones las cuatro cantidades $\mathbf{V}_0$, $\mathbf{I}_0$, $\mathbf{V}_2$, $\mathbf{I}_2$, obteniendo así una ecuación de la forma

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{Z}_F\mathbf{I}_1 \tag{60}$$

Por ejemplo, se utilizarán las ecs. 39 para un cortocircuito línea a tierra en la fase a. Sustituyendo las ecs. 58 y 59 en la ec. 39*a* nos da

$$-\mathbf{Z}_0\mathbf{I}_0 + \mathbf{V}_1 - \mathbf{Z}_2\mathbf{I}_2 = 0$$

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{Z}_0\mathbf{I}_0 + \mathbf{Z}_2\mathbf{I}_2$$

Por la ec. 39*b*, $\mathbf{I}_0$ e $\mathbf{I}_2$ pueden ser reemplazados por $\mathbf{I}_1$, dando

$$\mathbf{V}_1 = \left(\mathbf{Z}_0 + \mathbf{Z}_2\right)\mathbf{I}_1 \tag{61}$$

Por comparación de las ecs. 60 y 61 la impedancia de falla en derivación es

$$\mathbf{Z}_F = \mathbf{Z}_0 + \mathbf{Z}_2 \tag{62}$$

de acuerdo con la ecuación 54. Se habría obtenido el mismo resultado si el cortocircuito se hubiera tomado en la fase *b* o *c* en lugar de en *a*.

Tal vez valga la pena señalar que, aunque las conexiones de la Fig. 7 son válidas incluso si las redes de secuencia cero o negativa contienen fuerzas electromotrices generadas, las expresiones dadas para las impedancias de las derivaciones de falla están restringidas a la condición normal, en la que faltan dichas f.e.m.

La red de secuencia positiva con la falla en derivación conectada puede reducirse de la forma habitual a la forma más simple de red que conecta las tensiones internas de las máquinas síncronas. Para un sistema de dos máquinas, la red reducida es, por supuesto, una Δ (o π).

EJEMPLO 3

Encuentre la falla en derivación para representar un cortocircuito de línea a tierra en la barra *D* del sistema de potencia de la Fig. 8, Ejemplo 2, y reduzca la red de secuencia positiva (con la derivación conectada) a una π equivalente entre las dos fuerzas electromotrices del generador y el neutro. Repita el procedimiento para otros tipos de cortocircuito en la misma ubicación.

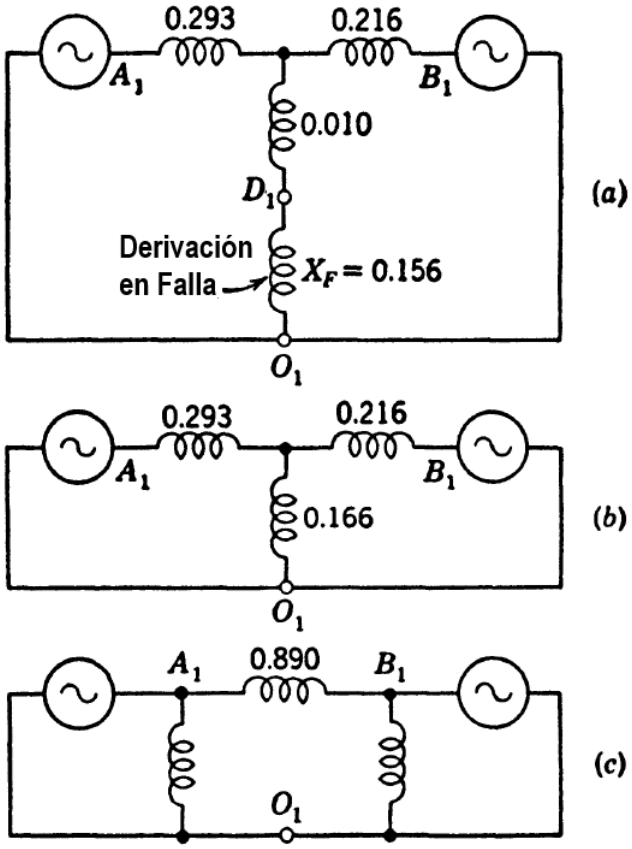


Figura 19

Reducción de una red de secuencia positiva con una falla em derivación unida a una reactancia X_F, que representa un cortocircuito de línea a tierra en el sistema de potencia de la Fig. 8 (Ejemplo 3).

Solución. En el Ejemplo 2, las redes de secuencia cero y secuencia negativa se redujeron a impedancias simples, vistas desde el punto de falla (terminales *D* y *O*). Estas impedancias fueron $\mathbf{Z}_0 = j0{,}066$ y $\mathbf{Z}_2 = j0{,}09$ por unidad. Para un cortocircuito de línea a tierra, la impedancia del shunt de falla es

$$\mathbf{Z}_F = \mathbf{Z}_0 + \mathbf{Z}_2 = j0.066 + j0.09 = j0.156 \text{ por unidad}$$

La red de secuencia positiva se redujo como se muestra en la Fig. 9, y en la parte *c* de esa figura se redujo lo más posible mientras aún se conservaban las identidades separadas de

los generadores *A* y *B*. En la Fig. 19 se conecta la derivación de falla y se reduce la red a un π equivalente. Dado que todas las ramas de esta π son reactivas, solo la rama entre *A* y *B* afecta la ecuación potencia – ángulo. La reactancia de esa rama, para una falla de línea a tierra, es

$$X_{AB} = 0.293 + 0.216 + \frac{0.293 \times 0.216}{0.010 + 0.156} = 0.509 + 0.381$$
$$= 0.890 \text{ por unidad}$$

Para cualquier reactancia X_F de la falla en derivación

$$X_{AB} = 0.509 + \frac{0.0633}{0.010 + X_F}$$

Por lo tanto para un cortocircuito línea a línea

$$X_F = X_2 = 0.090$$

$$X_{AB} = 0.509 + \frac{0.0633}{0.100} = 0.509 + 0.633 = 1.14 \text{ por unidad}$$

Para un cortocircuito dos líneas a tierra,

$$X_F = \frac{X_0 X_2}{X_0 + X_2} = \frac{0.066 \times 0.090}{0.156} = 0.038$$

$$X_{AB} = 0.509 + \frac{0.0633}{0.048} = 0.509 + 1.32 = 1.83 \text{ por unidad}$$

Para un cortocircuito trifásico

$$X_F = 0$$

$$X_{AB} = 0.509 + \frac{0.0633}{0.010} = 0.509 + 6.33 = 6.84 \text{ por unidad}$$

La reactancia entre los generadores *A* y *B* es más baja para la falla de línea a tierra, más alta para la falla de línea a línea, aún más alta para la falla de dos líneas a tierra y la más alta de todas para la falla trifásica.

Efecto del tipo de falla en la estabilidad. Cuanto menor sea la impedancia en derivación de falla, menor será la potencia intercambiada entre dos máquinas síncronas para un desplazamiento angular dado y, por lo tanto, menor será el límite de estabilidad para una duración de falla dada. En un sistema de dos máquinas, como el del Ejemplo 3, es evidente que cuanto menor sea la impedancia del shunt de falla (conectado en la rama shunt de la red T de la Fig. 19*a*), mayor será la impedancia de la rama de la red reducida que une los dos generadores (rama A_1B_1, Fig. 19*c*). La potencia de sincronización varía inversamente con la impedancia de la rama A_1B_1. Una situación similar se presenta en un sistema de más de dos máquinas.

La comparación de las expresiones para las impedancias en derivación de falla para los diversos tipos de cortocircuito (ecs. 54 a 57) muestra que esta impedancia es

mínima – de hecho, nula – para el cortocircuito trifásico, mayor para el cortocircuito de dos líneas a tierra, aún mayor para el cortocircuito de línea a línea y máxima para el cortocircuito de línea a tierra. De ello se desprende que el tipo de falla más grave, en cuanto a la estabilidad del sistema de potencia, es el cortocircuito trifásico, seguido, en orden decreciente de gravedad, por los cortocircuitos de dos líneas a tierra, de línea

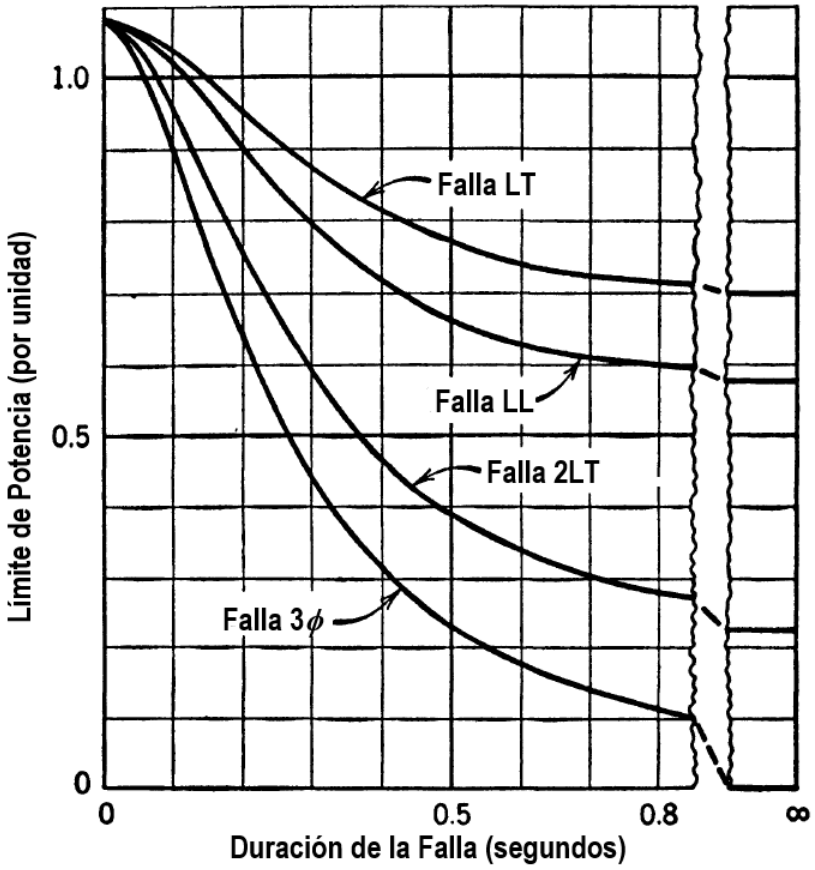


Figura 20

Curvas de límite de estabilidad en función de la duración de la falla para cuatro tipos de falla en el extremo emisor de una línea del sistema de la Fig. 15, Capítulo V (Ejemplo 4).

a línea y de una línea a tierra. La gravedad relativa de las distintas fallas se muestra ventajosamente mediante curvas de límite de potencia en función de su duración, como las de la Fig. 20. La diferencia de gravedad entre los distintos tipos de falla se reduce a medida que disminuye su duración; sin embargo, incluso con los tiempos de despeje más rápidos posibles, la diferencia suele ser pronunciada. Para tiempos de despeje cero (lo cual no es posible en la práctica), el límite de potencia es independiente del tipo de falla.

Al realizar un estudio de estabilidad, es necesario un criterio preciso para elegir el tipo de falla que se supone que ocurrirá. El supuesto de fallas trifásicas (el tipo más severo) proporciona resultados conservadores y el cálculo más simple. Por lo tanto, es una suposición útil al comparar los efectos de diferentes ubicaciones de fallas, diferentes diseños de sistemas, configuraciones de barras, condiciones de carga y factores similares. Sin embargo, las fallas trifásicas son poco frecuentes, especialmente en líneas aéreas de alta tensión sobre torres de acero, y los límites de

potencia determinados con esta suposición pueden ser excesivamente pesimistas. Por esta razón, se ha considerado comúnmente que las fallas de dos fases a tierra son la condición más grave que se puede encontrar. En algunos lugares, como en buses de fase aislada, sería razonable asumir que solo podrían ocurrir fallas de fase a tierra.

Las fallas de línea a tierra son las más frecuentes, mientras que las fallas trifásicas son las menos frecuentes. La frecuencia relativa y absoluta de ocurrencia de los distintos tipos varía según el sistema eléctrico, dependiendo en gran medida del tipo de construcción de la línea.

Sporn y Muller [4] dan las siguientes cifras sobre el número de fallas de diferentes tipos que ocurren en un grupo de líneas de transmisión, la mayoría de las cuales operan a 132 kV:

Línea a tierra	58
Dos líneas a tierra	8
Trifásico	6
Total	72

Al diseñar un sistema o modificarlo para mejorar la estabilidad, parece lógico estimar tanto el valor de los distintos grados de confiabilidad del servicio como el costo de lograrlos. De esta manera, se puede determinar si el gasto de una mejora específica de la confiabilidad está justificado. Si un sistema puede estabilizarse durante fallas trifásicas a un costo razonable, puede ser conveniente; pero si el costo es excesivo, habría que conformarse con un sistema estable durante fallas bifásicas a tierra, pero no durante fallas trifásicas. En otro sistema con requisitos de confiabilidad menos estrictos, se puede tolerar la inestabilidad durante dos fallas de línea a tierra, siempre que el sistema sea estable durante las fallas de línea a tierra. Si prevalecen estándares de confiabilidad aún más bajos, cabe esperar interrupciones del servicio debido a cualquier tipo de falla.

EJEMPLO 4

Determine y grafique el límite de estabilidad en unidades por unidad en función de la duración de la falla para cada uno de los siguientes tipos de cortocircuito en el extremo emisor de una línea del sistema de dos máquinas de la Fig. 15, Ejemplo 3, Capítulo V: (a) monofásica a tierra, (b) monofásica a línea, (c) bifásica a tierra.

Las reactancias de secuencia positiva se muestran en la Fig. 15 del Capítulo V. Las reactancias de secuencia negativa y homopolar en unidades por unidad son las siguientes:

Generadores	$X_2 = 0.24, \quad X_0 = 0.06$
Cada línea de transmisión	$X_2 = 0.40, \quad X_0 = 0.65$
Transformadores del lado de recepción	$X_2 = X_0 = 0.10$

Los transformadores están conectados en Y-D, con el neutro del arrollamiento primario sólidamente puesto a tierra.

Solución. Las redes de secuencia negativa y secuencia cero se muestran en las figuras 21*a* y 22*a*, respectivamente. Se reducen a reactancias individuales en los apartados *b*, *c*

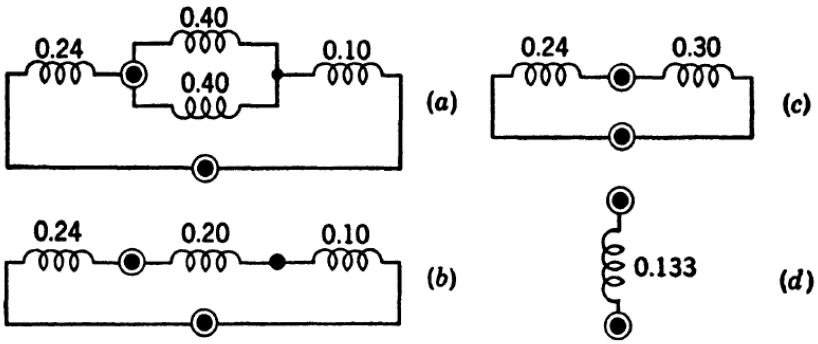


Figura 21
Reducción de la red de secuencia negativa, fallo en el lado de envío de la línea (Ejemplo 4).

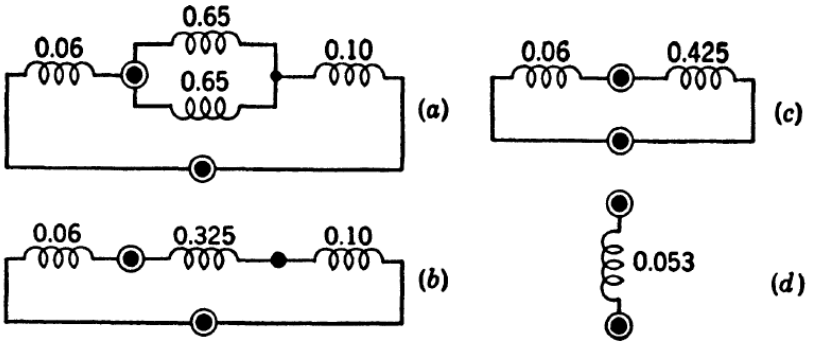


Figura 22
Reducción de la red de secuencia cero, fallo en el lado de envío de la línea (Ejemplo 4).

y *d* de dichas figuras. Los valores de las reactancias son $X_2 = 0.133$ y $X_0 = 0.053$ por unidad.

Las reactancias de las derivaciones de falla (X_F) son:

Línea a tierra	$X_0 + X_2 = 0.186$ por unidad
Línea a línea:	$X_2 = 0.133$ por unidad
Dos líneas a tierra:	$\dfrac{X_0 X_2}{X_0 + X_2} = 0.038$ por unidad

La red de secuencia positiva se muestra en la Fig. 16a del Capítulo V. Con la derivación de falla conectada en el punto correcto, se transforma en la Fig. 23*a* y, tras una conversión Y–Δ, en la Fig. 23*b*. La reactancia de la rama que conecta las dos f.e.ms del generador es

$$X_{AB} = 0.35 + 0.30 + \frac{0.35 \times 0.30}{X_F} = 0.65 + \frac{0.105}{X_F}$$

Al sustituir los valores de X_F dados anteriormente, obtenemos los siguientes valores de X_{AB}:

Línea a tierra:	1.22 por unidad
Línea a línea:	1.44 por unidad
Dos líneas a tierra:	3.41 por unidad

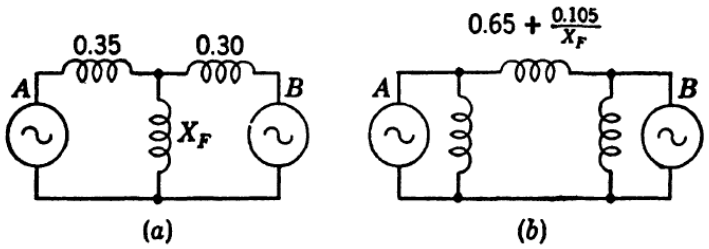


Figura 23
Reducción de la red de secuencia positiva con reactancia X_F en derivación de falla conectada (Ejemplo 4).

Para la condición pre-falla (Capítulo V, Fig. 16), X_{AB} fue de 0.65 por unidad, y para la condición post-falla (Capítulo V, Fig. 17), fue de 0.85 por unidad. Por lo tanto, r_1 y r_2 tienen los siguientes valores:

Línea a tierra: $$r_1 = \frac{0.65}{1.22} = 0.53$$

Línea a línea: $$r_1 = \frac{0.65}{1.44} = 0.45$$

Dos líneas a tierra: $$r_1 = \frac{0.65}{3.41} = 0.19$$

Todos los tipos de falla: $$r_2 = \frac{0.65}{0.85} = 0.76$$

A continuación, se utilizarán las curvas de Byrd y Pritchard. De la Fig. 40 del Capítulo V se obtienen los valores de sen δ_0, correspondientes a los valores de r1 y r2 anteriores. Los valores de sen δ_0, multiplicados por $P_m = E_A E_B / X_{AB}$ = 1.00 x 1.00 / 0.65 = 1.54 por unidad, proporcionan los límites de potencia para falla sostenida y para despeje instantáneo. Estos valores se han introducido en la Tabla 2, en las columnas denominada "sen δ_0" y "P_i", en las líneas para $t_c = \infty$ y $t_c = 0$.

Se seleccionan valores de sen δ_0 múltiplos de 0.05 y que se encuentran entre los valores ya encontrados para $t_c = \infty$ y $t_c = 0$. Se introducen las curvas de las figuras 23 a 39 del Capítulo V con los valores adecuados de sen δ_0, r_1 y r_2, y los valores de τ_c se leen de las curvas y se anotan en la Tabla 2. Los valores de τ_c / t_c se calculan a partir de la ecuación 27 del capítulo V, como sigue:

$$\frac{\tau_c}{t_c} = \sqrt{\frac{\pi f r_1 P_m}{GH}} = \sqrt{\frac{\pi \times 60 \times r_1 \times 1.54}{1 \times 3.00}} = \sqrt{97 r_1}$$

y se escriben en la Tabla 2. Luego se calcula el tiempo crítico de despeje t_c a partir de $t_c \div \tau_c / t_c$.

Tabla 2

CÁLCULO DEL LÍMITE DE POTENCIA P_i COMO FUNCIÓN DEL TIEMPO t_c DE DESPEJE

Tipo de Falla	sen δ_0	$P_i = 1.54$ sen δ_0	τ_c / t_c	τ_c	t_c (seg.)
	0.456	0.70	7.15	. . .	∞
Línea a tierra	0.50	0.77	"	3.65	0.51
$r_1 = 0.53$	0.55	0.85	"	2.45	0.34
$r_2 = 0.76$	0.60	0.92	"	1.70	0.24
	0.65	1.00	"	1.15	0.16
	0.701	1.08	"	. . .	0
	0.378	0.58	6.59	. . .	∞
	0.40	0.62	"	4.40	0.67
Línea a línea	0.45	0.69	"	2.90	0.44
$r_1 = 0.45$	0.50	0.77	"	2.20	0.33
$r_2 = 0.76$	0.55	0.85	"	1.70	0.26
	0.60	0.92	"	1.25	0.19
	0.65	1.00	"	0.85	0.13
	0.147	0.23	4.28	. . .	∞
	0.20	0.31	"	2.95	0.69
	0.25	0.38	"	2.25	0.53
	0.30	0.46	"	1.75	0.41
Dos líneas a tierra	0.35	0.54	"	1.40	0.33
$r_1 = 0.19$	0.40	0.62	"	1.20	0.28
$r_2 = 0.76$	0.45	0.69	"	1.00	0.23
	0.50	0.77	"	0.80	0.19
	0.55	0.85	"	0.65	0.15
	0.60	0.92	"	0.50	0.12
	0.65	1.00	"	0.32	0.07

Los resultados de los cálculos se muestran en las curvas de la Fig. 20. La curva para una falla trifásica se ha copiado en esta figura de la Fig. 22 del Capítulo V para que se puedan comparar los efectos de los cuatro tipos de falla sobre la estabilidad.

Efecto de la impedancia de falla. Al derivar las conexiones entre las redes de secuencia para representar cortocircuitos, se asumió que la falla en sí no tenía impedancia. En realidad, la falla puede tener alguna impedancia, principalmente la resistencia del arco entre conductores. En circuitos de alta tensión, esta resistencia suele ser insignificante en comparación con las demás impedancias de la red, por lo que no se tiene en cuenta en los cálculos[1]. En caso de fallas a tierra, puede existir una resistencia adicional en la conexión a tierra a través de la zapata de la torre o del objeto causante de la falla. El valor de esta resistencia varía considerablemente, con una mediana de unos 20 ohmios [5]. Esta resistencia generalmente también es despreciable en los estudios de estabilidad, simplificando así el cálculo y dando resultados para las condiciones más severas.

Si por alguna razón es deseable, la impedancia de falla se puede tener en cuenta fácilmente, como se muestra a continuación.

[1] Para conocer los valores de resistencia del arco, consulte la nota a pie de página en la sección sobre relés de reactancia en el Capítulo IX, Vol. II.

Falla de línea a tierra. Sea **F** la impedancia de la falla entre el conductor *a* y tierra. Para facilitar el análisis, supongamos que en el punto de falla hay conectadas a la red trifásica tres impedancias iguales de valor **F**, como se muestra en la Fig. 24*a*. Este artificio tiene la ventaja de que la red trifásica es simétrica hasta el punto *M*, donde se puede aplicar una falla de línea a tierra de impedancia cero. La impedancia añadida **F** aparece en cada red de secuencia entre el punto de falla y el punto *M*. Los terminales *O* y *M* de las redes de secuencia se interconectan, como se muestra en la Fig. 24*b*, para representar un cortocircuito de línea a tierra. Las condiciones dentro de las redes de secuencia no se alteran si se conecta una impedancia 3**F** en serie con las redes, como se muestra en la Fig. 24*c*, en lugar de tres impedancias **F** independientes cada una.

Falla línea a línea. Sea **F** la impedancia de la falla entre los conductores *b* y *c*. Supongamos que la condición de falla se representa conectando una impedancia **F**/2 a cada uno de los tres conductores en el punto de falla y luego aplicando el cortocircuito línea a línea en el otro extremo de estas impedancias (punto *M*, Fig. 24*d*). Esta conexión equivale a conectar la impedancia **F**/2 al terminal de línea de cada red de secuencia y luego conectar las redes de secuencia positiva y negativa en paralelo, como se muestra en la Fig. 24*e*. Por supuesto, las dos impedancias **F**/2 que ahora están en serie equivalen a una sola impedancia **F**.

Falla de dos líneas a tierra. Sea $\mathbf{F}_L$ la impedancia entre los conductores *b* y *c*, y $\mathbf{F}_G$ la impedancia a tierra. Generalmente, $\mathbf{F}_G$ podría derivarse en cualquier punto de $\mathbf{F}_L$, pero, como $\mathbf{F}_L$ suele ser mucho menor que $\mathbf{F}_G$, será suficientemente preciso para el presente propósito suponer que $\mathbf{F}_G$ está conectado al punto central de $\mathbf{F}_L$, lo que da $\mathbf{F}_L$ /2 entre la unión y cada conductor fallado, como se muestra en la Fig. 24*f*. Se puede demostrar que la impedancia $\mathbf{F}_G$ en la conexión a tierra es equivalente a una impedancia $3\mathbf{F}_G$ en la red de secuencia cero. Las conexiones entre las redes de secuencia se muestran en la Fig. 24*g*.

Falla trifásica. Para impedancias de falla simétricas como las que se muestran en la Fig. 24*h*, las conexiones de las redes de secuencia son las que se muestran en la Fig. 24*i*.

Fallas en derivación. Las impedancias de las fallas en derivación, conectadas a través de la red de secuencia positiva en el punto de falla para representar el efecto de las fallas con impedancia, pueden determinarse mediante la inspección de las conexiones en la Fig. 24; son las siguientes:

Tipo de Falla (con Impedancia de Falla)	Impedancia de Falla ZF en derivación	
Línea a tierra	$\mathbf{Z}_0 + \mathbf{Z}_2 + 3\mathbf{F}$	(63)
Línea a línea	$\mathbf{Z}_2 + \mathbf{F}$	(64)
Dos líneas a tierra	$\frac{\mathbf{F}_L}{2} + \frac{(\mathbf{Z}_0 + \mathbf{F}_L/2 + 3\mathbf{F}_G)(\mathbf{Z}_2 + \mathbf{F}_L/2)}{\mathbf{Z}_0 + \mathbf{Z}_2 + \mathbf{F}_L + 3\mathbf{F}_G}$	(65)
Trifásico	$\frac{\mathbf{F}_L}{2}$	(66)

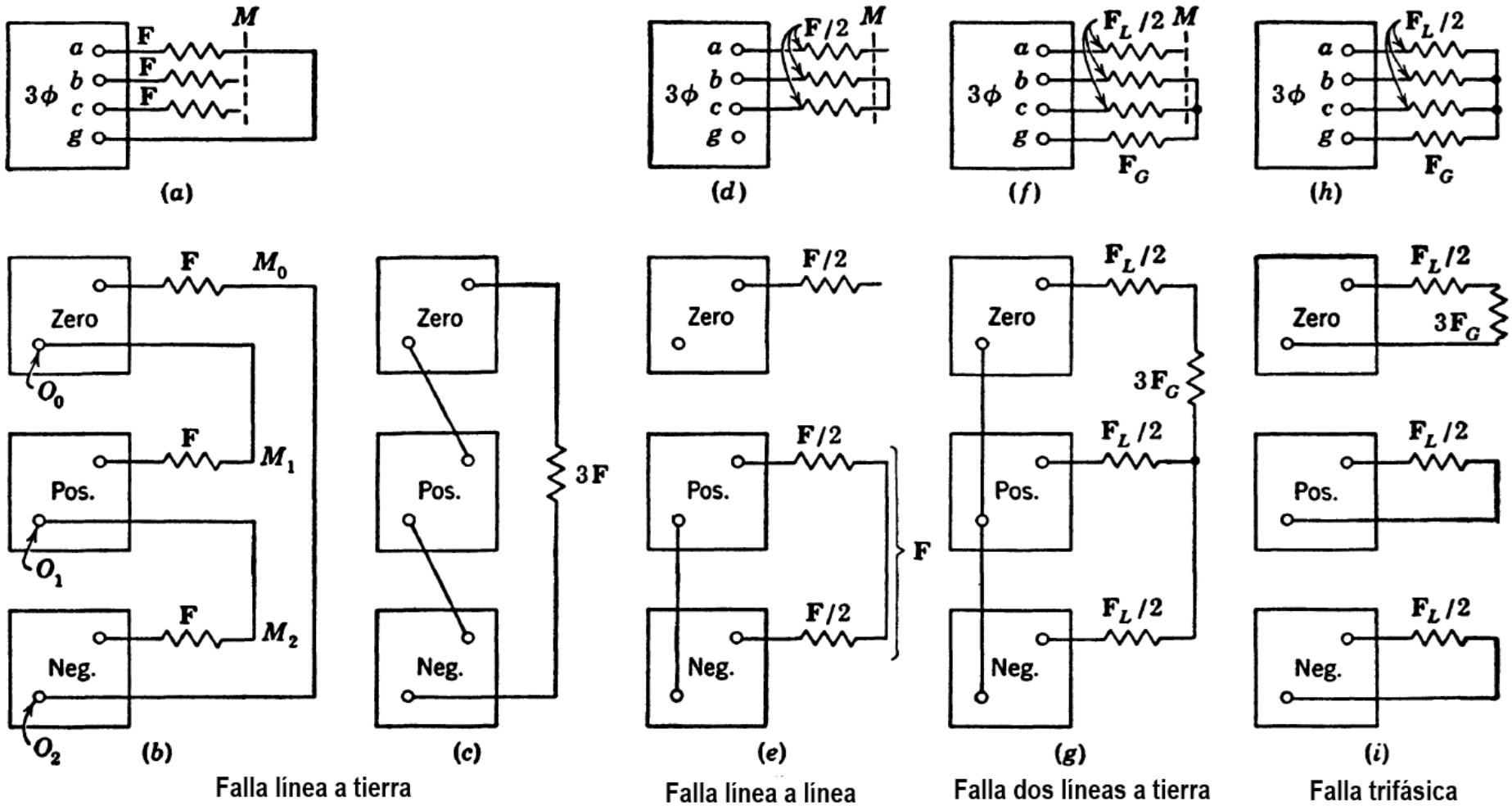


Figura 24

Conexiones entre redes de secuencia correspondientes a varios tipos de falla con impedancia de falla

Circuitos abiertos asimétricos e impedancias en serie. Los circuitos abiertos asimétricos pueden deberse a fusibles fundidos o a una conmutación unipolar.[2] Las conexiones entre las redes de secuencia para representar uno o dos conductores abiertos o una impedancia en serie con un conductor se muestran en la Fig. 25. Las derivaciones de estas conexiones son similares a las presentadas para cortocircuitos anteriormente en este capítulo. Antes de realizar estas conexiones, el lado de la línea de cada red de secuencia se abre en el punto de falla, y la línea a cada lado de la apertura se considera un terminal. (Estos son los dos terminales superiores que se muestran en cada bloque en la Fig. 25). El terminal neutro, utilizado para representar cortocircuitos, no se utiliza para representar circuitos abiertos.

El efecto de un circuito abierto asimétrico o una impedancia en serie sobre las magnitudes de secuencia positiva puede representarse conectando una impedancia $\mathbf{z}_F$ en serie con la red de secuencia positiva en el punto de falla. El valor de $\mathbf{z}_F$ depende de las impedancias $\mathbf{z}_0$ de la red de secuencia cero y $\mathbf{z}_2$ de la red de secuencia negativa, cada una medida o calculada a partir de terminales en el punto de falla en *serie*, en lugar de en derivación, con la red respectiva.

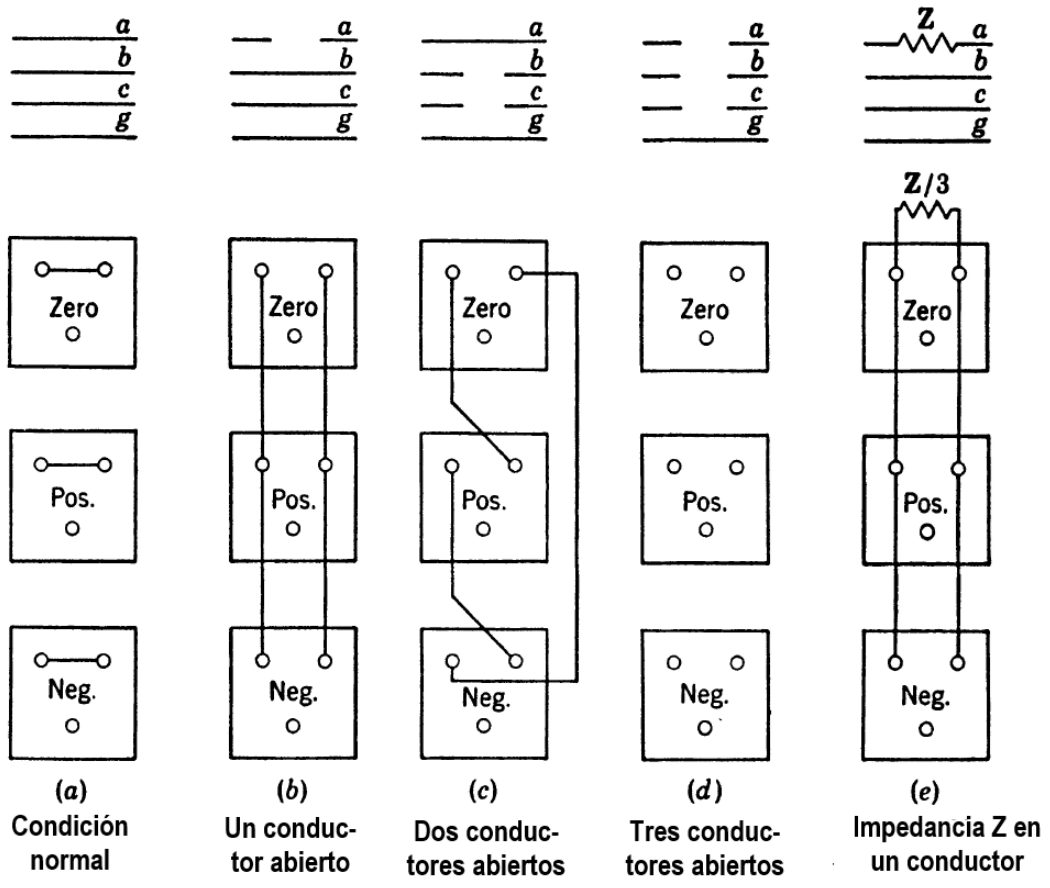


Figura 25

Conexiones entre las redes de secuencia correspondientes a varios tipos de circuito abierto o impedancia en serie.

[2] La conmutación unipolar se analiza en el Capítulo XI, Vol. II.

Tipo de Falla	Impedancia serie $\mathbf{z}_F$ Insertada en la red de Secuencia positiva	
Un conductor abierto	$\dfrac{\mathbf{z}_0\mathbf{z}_2}{\mathbf{z}_0+\mathbf{z}_2}$	(67)
Dos conductores abiertos	$\mathbf{z}_0+\mathbf{z}_2$	(68)
Tres conductores abiertos	∞	(69)
Impedancia $\mathbf{Z}$ en serie Con un conductor	$\dfrac{1}{(1/\mathbf{z}_0)+(1/\mathbf{z}_2)+(3/\mathbf{Z})}$	(70)

Fallas simultáneas y otros desequilibrios dobles. Aproximadamente el 20% de las fallas en líneas aéreas de transmisión de doble circuito en las mismas torres afectan a ambos circuitos. Ocasionalmente, dos fallas ocurren simultáneamente en puntos separados tanto geográfica como eléctricamente, especialmente en sistemas conectados a tierra mediante alta impedancia. Puede ocurrir una combinación de un cortocircuito asimétrico con un circuito abierto asimétrico, como cuando el cortocircuito se elimina parcialmente mediante la apertura de un fusible o un interruptor automático unipolar. Las condiciones descritas anteriormente pueden denominarse "desequilibrios dobles". En general, un desequilibrio doble no puede representarse correctamente conectando las redes de secuencia en cada uno de los dos puntos de falla, como se conectaría para desequilibrios simples en dichos puntos. Tampoco puede representarse correctamente el efecto de un desequilibrio doble en las magnitudes de secuencia positiva conectando en la red de secuencia positiva derivaciones de falla o impedancias en serie con los mismos valores que tendrían si las dos fallas hubieran ocurrido por separado.

Para métodos de solución de redes trifásicas con doble desequilibrio, consulte las Refs. 2, 3, 6 y 7.

Red de secuencia cero. Esta red desempeña un papel importante en la determinación de las corrientes y tensiones durante fallas a tierra. Esta red se diferencia de las redes de secuencia positiva y negativa, especialmente en la representación de líneas y transformadores.

Representación de líneas en la red de secuencia cero. En cualquier circuito trifásico, las corrientes de secuencia positiva y negativa se limitan a los conductores de línea. Sin embargo, al estar en fase en los tres conductores de línea, las corrientes de secuencia cero deben encontrar un camino de retorno en otro lugar, generalmente a través de tierra o a través de los cables de tierra y de las redes de tierra aéreas. Por lo tanto, la separación entre los caminos de salida y de retorno es mayor para las corrientes de secuencia cero que para las de secuencia positiva. En consecuencia, la reactancia inductiva en serie de secuencia cero es mayor, y la susceptancia capacitiva en derivación es menor, que las magnitudes de secuencia positiva correspondientes. La reactancia inductiva de secuencia cero de las líneas es mayor que la reactancia de secuencia positiva aproximadamente por los siguientes factores:

Líneas aéreas de circuito monofásico sin cables de tierra o con cables de tierra de acero	3.5
Líneas aéreas de circuito monofásico con cables de tierra de cobre o aluminio	2
Líneas aéreas de doble circuito sin cables de tierra o con cables de tierra de acero	5.5
Líneas aéreas de doble circuito con cables de tierra de cobre o aluminio	3
Cables trifásicos	3 a 5
Cables monofásicos	1

Si bien estos factores son útiles para estimar la reactancia de secuencia cero de las líneas, se deben calcular valores más precisos si se conocen los tamaños y espaciamientos de los conductores, así como la resistividad de la tierra. Los métodos para calcular la resistencia, reactancia y capacitancia de secuencia cero se presentan en las Refs 1, 2, 3 y 21 del Capítulo III.

Existe una considerable impedancia mutua de secuencia cero entre líneas aéreas paralelas en las mismas torres o incluso en la misma servidumbre de paso. Los métodos para calcular la impedancia mutua también se detallan en las referencias. Si dos líneas con impedancias propias $\mathbf{Z}_a$ y $\mathbf{Z}_b$ e impedancia mutua $\mathbf{Z}_m$ se conectan en ambos extremos, pueden sustituirse por una sola impedancia (Fig. 26*a*). Si se conectan en un solo extremo, pueden representarse mediante el circuito equivalente en Y de la Fig. 26*b*. Si no están conectadas en ninguno de los extremos, pueden re-

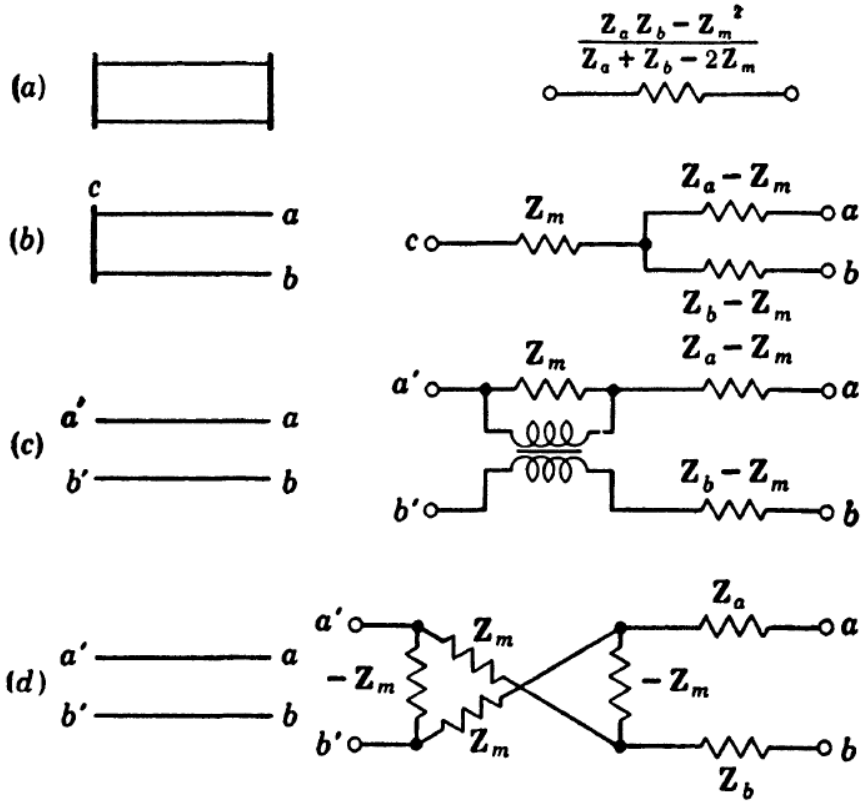


Figura 26

Circuitos equivalentes para dos líneas acopladas de impedancias propias $\mathbf{Z}_a$ y $\mathbf{Z}_b$ e impedancia mutua $\mathbf{Z}_m$. Líneas conectadas entre sí (a) en ambos extremos, (b) en un solo extremo, y (c) y (d) en ningún extremo.

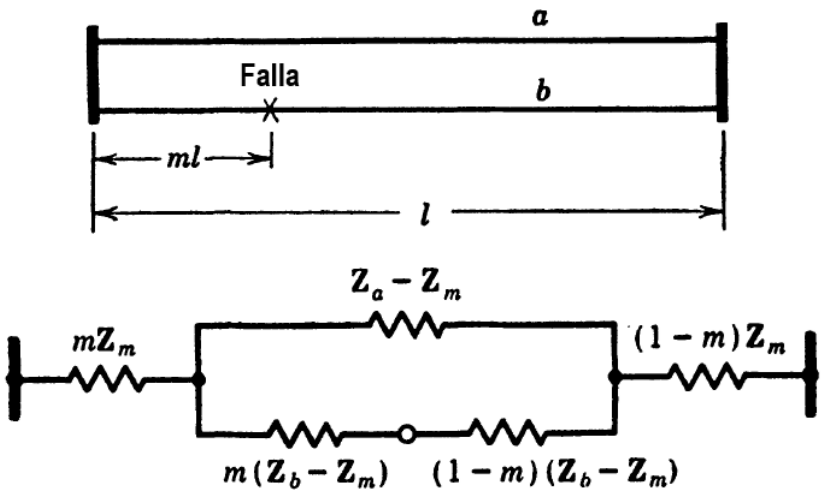


Figura 27
Circuito equivalente de dos líneas acopladas, una de las cuales presenta falla.

presentarse en una placa de corriente alterna mediante el circuito equivalente de la Fig. 26*c*, que utiliza un transformador aislante de relación 1:1[3]. Para el cálculo ordinario, pueden representarse mediante el circuito de malla de la Fig. 26*d*. [8] Si se desea representar una falla en una de un par de líneas acopladas, las líneas a cada lado de la falla deben considerarse una sección independiente. Por lo tanto, si hay una falla en una de dos líneas conectadas en ambos extremos, y la falla está a una fracción m de la longitud de las líneas, el circuito equivalente es como el de la Fig. 27. Se han ideado circuitos equivalentes para tres o más líneas acopladas,[8] pero rara vez se necesitan. Dos circuitos acoplados con una admitancia en derivación apreciable pueden representarse mediante los circuitos equivalentes o nominales que se indican en la Ref. 9.

Representación de transformadores en las redes de secuencia. Por regla general, todo banco de transformadores importante en un sistema eléctrico trifásico consta de tres transformadores monofásicos idénticos, cada uno con sus devanados conectados en Y o en Δ, o de un transformador trifásico con sus devanados conectados de la misma manera. Solo se consideran aquí los transformadores con no más de tres devanados.

Como se mencionó en el Capítulo III, *el circuito equivalente de secuencia positiva de un banco de transformadores de dos circuitos*, despreciando la corriente de excitación, consta de una impedancia en serie y un transformador ideal de relación compleja. El ángulo de la relación compleja expresa el desfase de la tensión de secuencia positiva de un lado al otro del banco de transformadores. Para conexiones D-D o Y-Y, el desfase es de 0 o 180°. Para conexiones Δ-Y o Y-Δ, el desfase, con la denominación estándar, es de +30° o –30°, según las conexiones. Al denominar las fases de forma diferente, el desfase de +30° puede ser de +150° o – 90°, y el de – 30° puede ser de + 90° o – 150°. La nomenclatura con un desfase de ± 90° es la más conveniente para el cálculo y se recomienda para dicho fin. [2,10] Si se utilizan

[3] W. A. Lewis, al analizar la Ref. 8, atribuye este circuito a C. F. Wagner.

magnitudes por unidad, la magnitud de la razón compleja es 1, pero el ángulo se conserva. Al configurar la red de secuencia positiva, generalmente se ignora el desfase. Las corrientes y tensiones se calculan primero como si no hubiera desfase, y posteriormente se tiene en cuenta si este es relevante para el uso de los resultados. Cuando no se representa el desfase, el circuito equivalente de secuencia positiva para magnitudes por unidad consiste simplemente en una impedancia en serie.

El *circuito equivalente de secuencia negativa* de un banco de transformadores es similar al circuito de secuencia positiva, excepto que el ángulo de la relación compleja es de signo opuesto. Por ejemplo, si el desfase para la corriente y el voltaje de secuencia positiva es de +90°, el desfase para la corriente y el voltaje de secuencia negativa es de –90°. En este caso, el desfase suele ignorarse al configurar la red de secuencia negativa, pero puede tenerse en cuenta posteriormente si se desea.

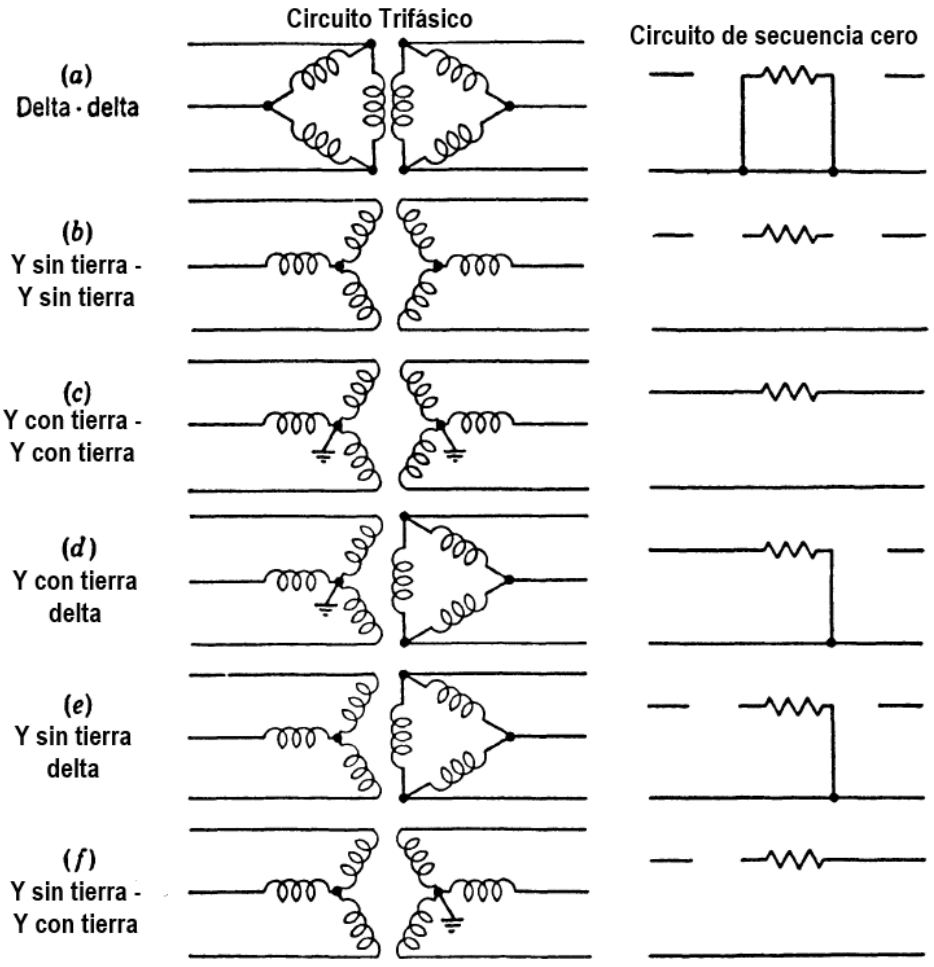


Figura 28

Circuitos equivalentes de secuencia cero de bancos de transformadores de dos circuitos.

El *circuito equivalente de secuencia cero* difiere considerablemente de los circuitos de secuencia positiva y negativa. En los bancos de transformadores monofásicos, el valor de la impedancia es el mismo, pero, en lugar de estar simplemente en serie con la línea, cada extremo de la impedancia puede estar abierto o conectado a tierra, según las conexiones del banco. La conexión correcta puede deducirse considerando las

trayectorias de las corrientes de secuencia cero. Las corrientes de secuencia cero son iguales en las tres fases. Es evidente que dichas corrientes no pueden circular por un conjunto de devanados conectados en Y si el neutro de este está aislado, pero sí pueden circular si el neutro está conectado a tierra. Las corrientes de secuencia cero no pueden circular desde una línea trifásica hacia un conjunto de devanados conectados en Δ, pero sí pueden circular en triángulo. Si se desprecia la corriente de excitación, las corrientes de secuencia cero solo pueden circular por un conjunto de devanados de un banco de transformadores si también pueden circular por el otro conjunto. Las afirmaciones anteriores pueden resumirse de la siguiente manera: La corriente de secuencia cero no puede fluir desde una línea hacia un banco de transformadores a menos que los devanados conectados a la línea estén en Y con neutro a tierra y a menos que los demás devanados estén en Δ o en Y con neutro a tierra. Los circuitos equivalentes de secuencia cero de varias conexiones de transformadores se muestran en la Fig. 28. Solo las conexiones *c* (Y con tierra–Y con tierra) y *d* (Y con tierra–Δ) presentan una ruta para la corriente de secuencia cero. Las demás conexiones equivalen a un circuito abierto en la red de secuencia cero.

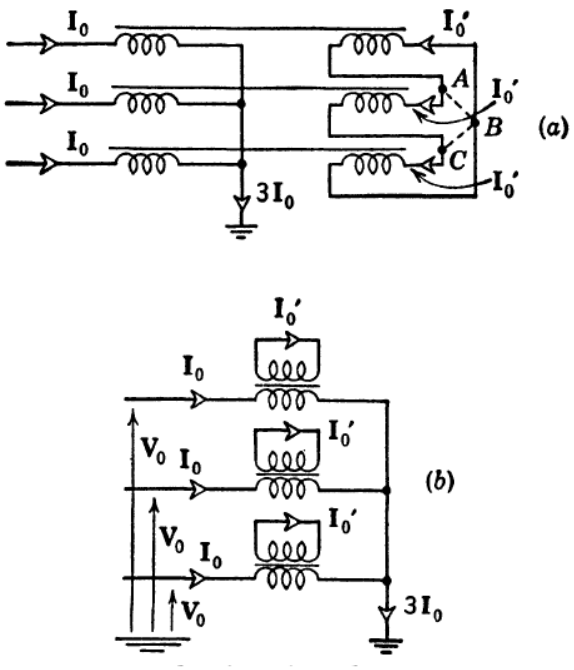


Figura 29

Diagrama que muestra que la impedancia de secuencia cero de un banco de transformadores conectado a un Y con tierra - D es igual a la impedancia de cortocircuito de los transformadores.

La impedancia de secuencia cero del banco Y-D conectado a tierra es igual a la impedancia de cortocircuito de un transformador. La Figura 29 puede ayudar a explicar esto. En la parte a de la figura se muestran las conexiones reales. Se supone que se aplican corrientes iguales $\mathbf{I}_0$ a los devanados primarios, lo que provoca que la corriente secundaria $\mathbf{I}_0'$ circule alrededor del triángulo. Debido a la simetría del triángulo, los terminales *A*, *B* y *C* tienen el mismo potencial y pueden conectarse entre sí, como se indica mediante líneas discontinuas en la figura, sin modificar el circuito

para secuencia cero. Conectar los terminales *A*, *B* y *C* es equivalente a cortocircuitar cada devanado secundario por separado como en la parte *b* de la figura. Es evidente que el circuito de la Fig. 29*b* presenta, entre cada línea primaria y tierra, una impedancia igual a la impedancia de cortocircuito de uno de los transformadores. Como la corriente de línea es $\mathbf{I}_0$ y la tensión línea-tierra es $\mathbf{V}_0$, la impedancia $\mathbf{V}_0/\mathbf{I}_0$ es la impedancia de secuencia cero. Es igual a la impedancia de secuencia positiva porque esta última también es la impedancia de cortocircuito.

Impedancia de puesta a tierra. El neutro de los devanados conectados en Y puede estar puesto a tierra directamente o mediante una impedancia de neutro $\mathbf{Z}_n$. La corriente que pasa por $\mathbf{Z}_n$ es $3\mathbf{I}_0$, lo que provoca una caída de tensión de $3\mathbf{Z}_n\mathbf{I}_0$, que se suma a las tres tensiones de fase a neutro y, por lo tanto, a la componente de secuencia cero de estas tensiones. En la red de secuencia cero, la corriente es $\mathbf{I}_0$, y para obtener la caída de tensión de secuencia cero correcta, la impedancia de neutro debe aparecer en esta red como una impedancia $3\mathbf{Z}_n$ en serie con la impedancia del transformador.

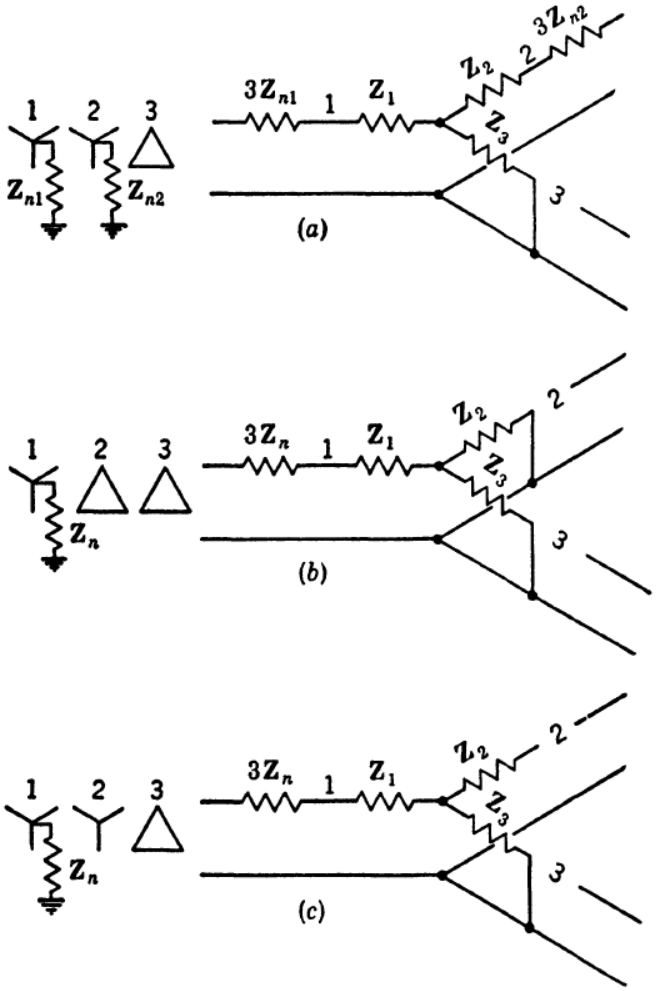


Figura 30

Circuitos equivalentes de secuencia cero de bancos de transformadores de tres circuitos.

Transformadores multicircuito. Como se mencionó en el Capítulo III, el circuito equivalente de secuencia positiva de un transformador de tres circuitos, sin

considerar la corriente de excitación, el desfase ni la relación de fase, consta de tres impedancias conectadas en Y entre los terminales de los tres circuitos. Siempre que se ignore el desfase, el circuito de secuencia negativa es idéntico al de secuencia positiva. El circuito de secuencia cero consta del mismo conjunto de impedancias conectadas en Y, pero es posible que los tres terminales de Y no estén conectados a los circuitos externos correspondientes. Cada uno de los tres devanados debe considerarse por separado, y el terminal correspondiente de Y debe conectarse según los mismos principios ya establecidos para transformadores de dos circuitos, a saber: (1) Si el devanado está conectado en Δ, la línea se deja abierta y la impedancia correspondiente se conecta a tierra; (2) Si el devanado está conectado en Y con neutro a tierra, la línea se conecta a la impedancia; y (3) Si el devanado está conectado en Y con neutro aislado, tanto la línea como la impedancia se dejan abiertas. En la Fig. 30, estos principios se aplican a diversas conexiones de transformadores de tres circuitos. Los mismos principios se aplican a transformadores de cuatro o más circuitos.

Transformadores trifásicos. Los transformadores trifásicos de tipo acorazado y los transformadores trifásicos con núcleo de cinco columnas se asemejan a los bancos de tres transformadores monofásicos, ya que cuentan con tres circuitos magnéticos prácticamente independientes entre sí. Por lo tanto, los circuitos equivalentes de estos transformadores son los mismos que los de los bancos de unidades monofásicas. Sin embargo, en los transformadores trifásicos con núcleo de tres columnas, las condiciones son diferentes. La aplicación de la ley de Kirchhoff a los flujos de tres columnas muestra que no puede haber flujo de secuencia cero en un transformador de este tipo, excepto la fuga a través de las vías de aire de arriba a abajo del núcleo. Por lo tanto, las corrientes de excitación de secuencia cero no producen voltaje de secuencia cero, excepto el inducido por este flujo de fuga, que es pequeño comparado con el flujo en el núcleo que se generaría con corrientes de secuencia positiva de magnitud similar, pero grande comparado con el flujo de fuga entre los devanados primario y secundario. En otras palabras, la impedancia de excitación de secuencia cero es mucho menor que la de secuencia positiva, pero aproximadamente cinco veces mayor que la impedancia de fuga, o impedancia equivalente, entre devanados. En consecuencia, incluso un transformador de dos circuitos de este tipo debe representarse mediante un circuito en T. La rama en derivación, que representa la admitancia de excitación de secuencia cero, no puede despreciarse, como suele ocurrir en el circuito de secuencia positiva. El efecto del núcleo de tres columnas es similar al que se produce al añadir un devanado de alta impedancia conectado en Δ, como se evidencia en el circuito equivalente mediante la tercera rama, cuyo terminal está conectado a tierra. Las conexiones en los demás terminales, correspondientes a los devanados reales, dependen de las conexiones de dichos devanados, como ya se explicó.

Autotransformadores. El tipo más común de autotransformador en sistemas de transmisión trifásicos consta de un conjunto de devanados con tomas conectadas en Y con un neutro a tierra y un devanado estabilizador independiente conectado en Δ (anteriormente llamado devanado terciario). Por lo tanto, se trata de un

transformador de tres circuitos conectado en Y-Y-Δ, y su circuito equivalente es el mismo que el de un transformador con tres devanados separados conectados de forma similar; las impedancias se dan en función de la base del circuito.[2] El circuito de secuencia cero se conecta como se muestra en la Fig. 30a, sin las impedancias de puesta a tierra. Si el neutro del autotransformador está puesto a tierra mediante impedancia, esta impedancia es común a ambos circuitos conectados en Y y, expresada en ohmios reales, es tanto la impedancia mutua como un componente de cada autoimpedancia. Sin embargo, expresada en por unidad o en ohmios con respecto a una tensión específica, esta impedancia tiene tres valores diferentes: uno para la impedancia mutua y dos para las dos autoimpedancias. Por lo tanto, la impedancia única debe representarse mediante un circuito en Y, como se muestra en la Fig. 31. Si el neutro de un autotransformador no está conectado a tierra, las corrientes de secuencia cero pueden pasar de un circuito a otro sin transformación, actuando el transformador simplemente como una impedancia en serie.

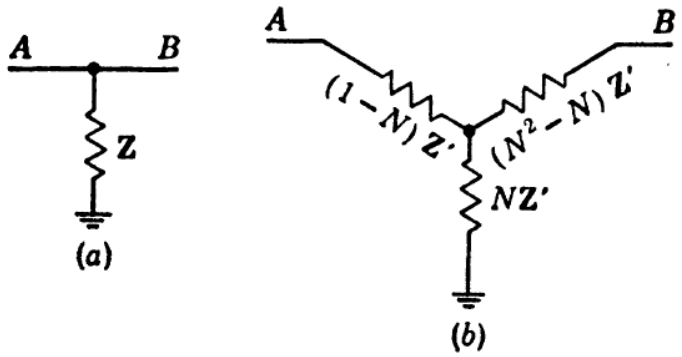


Figura 31

Una impedancia **Z** común a dos circuitos, *A* y *B*, debe representarse en el sistema por unidad mediante un circuito Y si se utilizan diferentes tensiones de base para ambos circuitos. *N* es la relación entre la tensión base *A* y la tensión base *B*, y **Z'** es el valor por unidad de **Z** en la tensión base **A**. En la red de secuencia cero, todas las impedancias se multiplican por 3.

Otras conexiones de transformadores simétricos, incluidos los transformadores de regulación. Vea Ref. 12.

Efecto de la conexión a tierra en la estabilidad. Los métodos de conexión a tierra de un sistema eléctrico modifican su impedancia de secuencia cero. Esto afecta la impedancia de las fallas en derivación para representar fallas a tierra y, por lo tanto, la gravedad de dichas fallas.

La mayoría de los sistemas de transmisión se conectan a tierra mediante transformadores, cuyos devanados de alta tensión están conectados en Y con el neutro puesto a tierra. Estos transformadores casi siempre se utilizan en los puntos de suministro y, a veces, también en los puntos de carga. En ocasiones, los transformadores sin carga se utilizan únicamente como conexión a tierra. En sistemas de alta tensión, la práctica habitual es conectar a tierra los neutros del transformador directamente; en sistemas de media tensión, conectarlos directamente a tierra o mediante resistencias o reactancias de baja impedancia por unidad. Algunos sistemas

de media tensión no están conectados a tierra nominalmente, pero en realidad lo están a través de la reactancia capacitiva de secuencia cero relativamente alta de las líneas. Si uno o más neutros de transformador se conectan a tierra mediante reactancias, cuya reactancia inductiva resuena con la reactancia capacitiva, la impedancia de secuencia cero puede ser mucho mayor que la de un sistema nominalmente no conectado a tierra. Los reactores de puesta a tierra resonantes, conocidos como bobinas Petersen o neutralizadores de falla a tierra, se utilizan en pequeña pero creciente medida. Los sistemas de transmisión con generadores conectados directamente, en lugar de mediante transformadores, se conectan a tierra a través de los generadores. Los neutros del generador, al igual que los del transformador, pueden conectarse a tierra de forma sólida o mediante resistencias o reactores.

La impedancia de secuencia cero de un sistema de transmisión, vista desde el punto de falla, depende del número de puntos de conexión a tierra, de la distancia de los puntos de conexión a tierra desde el punto de falla, de la impedancia de secuencia cero de los transformadores de conexión a tierra (o generadores) y de la impedancia de la resistencia o reactor de conexión a tierra, si se utiliza.

Un aumento en la impedancia de secuencia cero, vista desde el punto de falla, resulta en una disminución en la severidad de una falla de una línea a tierra o de dos líneas a tierra. El efecto de una falla de dos líneas a tierra se aproxima al de una falla de línea a línea en la misma ubicación, y el efecto de una falla de una línea a tierra se aproxima al de una sin falla. Por lo tanto, en cuanto a su efecto sobre la estabilidad del sistema durante fallas a tierra, la conexión a tierra mediante impedancia es mejor que la conexión a tierra sólida. Se pueden usar resistencias o reactancias para disminuir la severidad de las fallas a tierra, pero las reactancias son más económicas y comunes que las resistencias.

Sin embargo, en algunas locaciones, las resistencias son más eficaces que los reactores. En un sistema compuesto por varias máquinas síncronas conectadas por líneas de baja resistencia, la ocurrencia de una falla disminuye las salidas eléctricas de los generadores y las entradas eléctricas de los motores reales o equivalentes, lo que provoca la aceleración de los generadores y el retardo de los motores. Cuanto más cerca esté la falla de una máquina en particular, mayor será su efecto en la salida o entrada eléctrica de dicha máquina, y mayor será su tendencia a acelerarse o retardarse, según sea el caso. La estabilidad se promueve mediante cualquier factor que aumente la salida de los generadores durante la falla, disminuyendo así su aceleración, siempre que el retardo de los motores no aumente en consecuencia. Una resistencia de puesta a tierra, al consumir energía durante una falla a tierra, ejerce sobre una máquina síncrona un efecto de frenado que es mayor cuanto más cerca esté la falla de la resistencia y cuanto más cerca esté la máquina de la falla. Por lo tanto, una resistencia de puesta a tierra ubicada cerca de un generador es beneficiosa, ya que ejerce el mayor efecto de frenado sobre el generador ante fallas cercanas, lo que de otro modo resultaría en una mayor disminución de la carga y, en consecuencia, en una mayor aceleración. Sin embargo, no deben utilizarse resistencias de puesta a tierra cerca de motores síncronos reales o equivalentes, ni cerca de condensadores

síncronos, ya que estas máquinas ya sufren retardo por fallas. En un sistema de dos máquinas, puede ser recomendable la puesta a tierra por resistencia en el lado de envío emisor y por reactancia en el lado de recepción.

Ni las resistencias de puesta a tierra ni los reactores de puesta a tierra tienen efecto alguno durante fallas trifásicas.

La elección de un sistema de puesta a tierra está influenciada no sólo por la consideración de la estabilidad sino también por otros factores, entre los que se encuentran: (*a*) limitación de la corriente para evitar daños a los devanados del generador por fuerzas mecánicas excesivas; (*b*) limitación de las tensiones neutro-tierra y línea-tierra de los transformadores para permitir el uso de aislamiento graduado y pararrayos de menor tensión nominal, que brindan mejor protección; (*c*) limitar la influencia inductiva en los circuitos de comunicación durante fallas a tierra en el sistema eléctrico; y (*d*) obtener las condiciones adecuadas para la operación rápida y selectiva del relé para despejar las fallas a tierra. Dado que las condiciones para limitar la corriente entran en conflicto con las de la tensión, la elección del método de puesta a tierra se basa en un compromiso. La importancia del efecto sobre la estabilidad del método de puesta a tierra ha disminuido en los últimos años debido a la tendencia hacia velocidades más altas de despeje de fallas.

EJEMPLO 5

Determine la eficacia de las reactancias o resistencias de puesta a tierra para aumentar el límite de estabilidad del sistema de dos máquinas de la Fig. 32 durante dos fallas de línea a tierra en las líneas de transmisión. Suponga que la reactancia o resistencia de puesta a tierra es del 10 % sobre la base de la capacidad nominal en kilovoltios-amperios de la central generadora *A*.

Solución. Una falla en cualquier extremo de una línea de transmisión es más severa que una falla cerca del centro de la línea; por lo tanto, se asumirán dos fallas de línea a tierra, primero en el punto *C* y luego en el punto *D* (Fig. 32). El límite de estabilidad depende de la duración de la falla. Para comparar los diferentes métodos de puesta a tierra, lo más sencillo será determinar el límite de estabilidad para fallas sostenidas. Este límite se determinará obteniendo primero la ecuación de ángulo de potencia y luego utilizando el método de áreas iguales o, si la red es puramente reactiva, utilizando la Fig. 40 del Capítulo V, obtenida mediante el método de áreas iguales.

Las impedancias de puesta a tierra, $\mathbf{Z}_S$ en el lado de envío y $\mathbf{Z}_R$ en recepción, aparecen en la red de secuencia cero como 3 $\mathbf{Z}_S$ y 3 $\mathbf{Z}_R$, respectivamente. Las tres redes de secuencia están conectadas en paralelo en los puntos *C* y *O* (como se muestra en la Fig. 32b) para representar una falla de dos líneas a tierra en el lado de envío; están conectadas de forma similar, pero en *D* y *O*, para representar una falla en el lado de recepción. Las redes de secuencia cero y secuencia negativa se reducen a una sola impedancia entre los terminales *C* y *O* (o *D* y *O*), y luego la red de secuencia positiva con derivación de falla se reduce a un circuito π. A continuación, se determina la ecuación del ángulo de potencia mediante los métodos del Capítulo IV. No se mostrarán los detalles del cálculo, pero las ecuaciones resultantes se presentan en la Tabla 3. Los límites de estabilidad

correspondientes, obtenidos mediante el método de áreas iguales, se presentan en la Tabla 4.

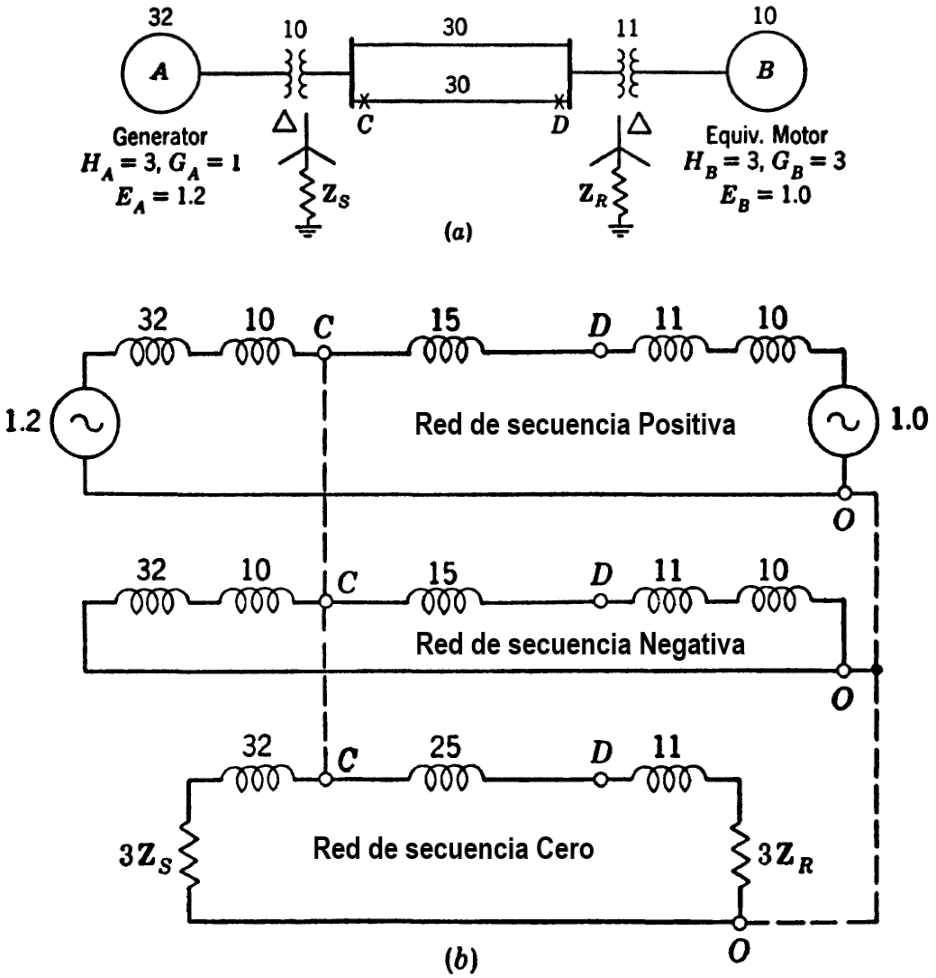


Figura 32

Sistema de dos máquinas del Ejemplo 5. (a) Diagrama unilineal. (b) Redes de secuencia interconectadas para representar una falla de dos líneas a tierra en el punto C. Las reactancias se dan en porcentaje sobre la potencia nominal de la central generadora.

Tabla 3

ECUACIONES DE POTENCIA - ÁNGULO DEL SISTEMA DE DOS MÁQUINAS DE LA FIG. 32 PARA DIVERSOS MÉTODOS DE PUESTA A TIERRA (EJEMPLO 5)

Impedancia de puesta a tierra (porcentaje)		Ecuaciones Potencia – ángulo (potencia en porcentaje del valor nominal de la Estación *A*)	
$\mathbf{Z}_S$	$\mathbf{Z}_R$	Falla 2LT en el lado de Envío	Falla 2LT en el lado de Recepción
0	0	$P_u = 34 \text{ sen } \delta$	$P_u = 40 \text{ sen } \delta$
$j10$	0	$P_u = 51 \text{ sen } \delta$	$P_u = 42 \text{ sen } \delta$
0	$j10$	$P_u = 36 \text{ sen } \delta$	$P_u = 55 \text{ sen } \delta$
$j10$	$j10$	$P_u = 55 \text{ sen } \delta$	$P_u = 59 \text{ sen } \delta$
10	$j10$	$P_u = 5 + 60 \text{ sen } (\delta + 7°)$	$P_u = 4 + 58 \text{ sen } (\delta + 2°)$
10	10	$P_u = 10 + 56 \text{ sen } (\delta + 7°)$	$P_u = -5 + 55 \text{ sen } (\delta + 8°)$
		Falla LL lado Envío	*Falla LL lado Recepción*
Cualquiera	Cualquiera	$P_u = 77 \text{ sen } \delta$	$P_u = 77 \text{ sen } \delta$
		Condiciones Normales	*Una línea desconectada*
Cualquiera	Cualquiera	$P_u = 154 \text{ sen } \delta$	$P_u = 129 \text{ sen } \delta$

Con una conexión a tierra sólida en ambos extremos, el límite de estabilidad para una falla sostenida de dos líneas a tierra en el extremo de envío es del 27% de los kilovoltios amperios nominales de la estación generadora *A*; y, para una falla similar en el extremo receptor, es del 32%, como se indica en la primera línea de la Tabla 4. La adición de un reactor de conexión a tierra del 10% en cada extremo aumenta considerablemente el límite de estabilidad para una falla en ese extremo, pero solo muy levemente para una falla en

Impedancia de puesta a tierra (porcentaje)		Límite de Estabilidad para Falla sostenida (en porcentaje del valor nominal de la Estación *A*)	
$\mathbf{Z}_S$	$\mathbf{Z}_R$	Falla 2LT en el lado de Envío	Falla 2LT en el lado de Recepción
0	0	27	32
$j10$	0	42	34
0	$j10$	29	45
$j10$	$j10$	46	48
10	$j10$	57	52
10	10	59	41
		Falla LL lado Envío	*Falla LL lado Recepción*
Cualquiera	Cualquiera	66	66

El Límite de estabilidad para cualquier falla despejada instantáneamente es 123%

el extremo distante. El uso de reactancias en ambos extremos aumenta el límite de estabilidad para cualquier ubicación de falla; el aumento del límite de estabilidad con respecto al obtenido con una conexión a tierra sólida en ambos extremos es considerable, pero el aumento con respecto al obtenido con una reactancia en el extremo cercano a la falla es leve. La sustitución de la reactancia por una resistencia del 10% en el lado de envío proporciona un aumento adicional en el límite de estabilidad, aunque este aumento es mayor para una falla en el lado de envío que para una falla en el lado de recepción.

El mejor esquema de puesta a tierra de los investigados aquí consiste en una resistencia en el lado de envío y una reactancia en el de recepción. Incluso con este esquema, el límite de estabilidad es menor para una falla de dos líneas a tierra que para una falla de línea a línea.

La mejora en el límite de estabilidad obtenida mediante el uso de impedancia de puesta a tierra es menor para una falla que se despeja rápidamente que para una falla sostenida, aunque el límite de estabilidad en sí es mayor.

Si se utilizan resistencias de puesta a tierra en uno o ambos extremos, el límite de estabilidad depende de la relación entre la constante de inercia del motor y la del generador. La dependencia del límite de estabilidad con respecto a las constantes de inercia puede entenderse recordando que la curva de potencia – ángulo equivalente de un sistema de dos máquinas con resistencia es una sinusoide desplazada hacia arriba (según la ecuación 28, capítulo IV) en una cantidad

$$P_C = \frac{M_2 E_1^{\,2} Y_{11} \cos\theta_{11} - M_1 E_2^{\,2} Y_{22} \cos\theta_{22}}{M_1 + M_2}$$

Donde M_1 y M_2 son las constantes de inercia del generador y del motor, respectivamente; E_1 y E_2 son las tensiones internas del generador y del motor, respectivamente; e Y_{11} cos θ_{11} e Y_{22} cos θ_{22} son las conductancias propias terminales de la red entre las tensiones internas. Si se supone que las dos conductancias son iguales, como lo serían si la falla estuviera eléctricamente a medio camino entre las dos tensiones internas, y si, además, se supone que las dos tensiones internas son iguales, P_C sería cero si las constantes de inercia fueran iguales. Sin embargo, si M_2 fuera mayor que M_1, P_C sería positivo, lo que indica una elevación de la curva de ángulo de potencia en la cantidad de P_C y una elevación resultante del límite de estabilidad en aproximadamente la misma cantidad. Si, por otro lado, M_2 fuera menor que M_1, P_C sería negativo, lo que indica una disminución de la curva y del límite de estabilidad. En el presente ejemplo, se ha asumido que el generador y el motor tienen valores iguales de energía almacenada por kilovolt-amperio nominal, pero que la potencia nominal del motor es tres veces la del generador, lo que da como resultado $M_2 = 3\ M_1$. Si el sistema de dos máquinas consistiera en una central hidroeléctrica que suministrara energía a un sistema metropolitano de una o más centrales de vapor, M_2 sería considerablemente mayor que M_1, tanto por la mayor capacidad del sistema de vapor como por la mayor energía almacenada por kilovolt-amperio de los turbogeneradores de vapor; sin embargo, aumentar M_2 / M_1 de 3 a ∞ solo aumentaría ligeramente el límite de estabilidad. El límite de estabilidad aumenta aún más si, como suele ocurrir, la tensión interna del generador es mayor que la del motor ($E_1 > E_2$). Además del desplazamiento ascendente de la curva de ángulo de potencia cuando $M_2 > M_1$, se produce un ligero desplazamiento hacia la izquierda, lo cual resulta beneficioso.

Una investigación exhaustiva de los métodos de puesta a tierra incluiría un estudio de los efectos de la variación de la magnitud de la reactancia o resistencia de puesta a tierra en el límite de potencia y también en las tensiones de línea a neutro. Sin embargo, estos aspectos no se abordarán aquí.

Coordenadas bifásicas. Las componentes simétricas, utilizadas en la parte anterior de este capítulo para analizar circuitos trifásicos desequilibrados, son un tipo de variables sustituidas. Otro tipo de variables sustituidas, a veces utilizadas con el mismo propósito, son las coordenadas bifásicas. Las componentes bifásicas de corriente y tensión se definen como sigue[4]:

$$\mathbf{I}_x = \tfrac{1}{3}\left(2\mathbf{I}_a - \mathbf{I}_b - \mathbf{I}_c\right) \tag{71a}$$

$$\mathbf{I}_y = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\mathbf{I}_c - \mathbf{I}_b\right) \tag{71b}$$

$$\mathbf{I}_z = \tfrac{2}{3}\left(\mathbf{I}_a + \mathbf{I}_b + \mathbf{I}_c\right) \tag{71c}$$

$$\mathbf{V}_x = \tfrac{1}{3}\left(2\mathbf{V}_a - \mathbf{V}_b - \mathbf{V}_c\right) \tag{72a}$$

$$\mathbf{V}_y = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\mathbf{V}_c - \mathbf{V}_b\right) \tag{72b}$$

$$\mathbf{V}_z = \tfrac{1}{3}\left(\mathbf{V}_a + \mathbf{V}_b + \mathbf{V}_c\right) \tag{72c}$$

[4] En la referencia 14*a*, las componentes α, β y 0 se definen de una manera ligeramente diferente.

Nótese que la expresión para $\mathbf{I}_z$ difiere de la de $\mathbf{V}_z$ en un factor 2.

Si se resuelven las ecs. 71 y 72 para las cantidades de fase en términos de sus componentes bifásicos, se obtienen las siguientes expresiones:

$$\mathbf{I}_a = \mathbf{I}_x + \tfrac{1}{2}\mathbf{I}_z \tag{73a}$$

$$\mathbf{I}_b = -\tfrac{1}{2}\mathbf{I}_x - \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{I}_y + \tfrac{1}{2}\mathbf{I}_z \tag{73b}$$

$$\mathbf{I}_c = -\tfrac{1}{2}\mathbf{I}_x + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{I}_y + \tfrac{1}{2}\mathbf{I}_z \tag{73c}$$

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_x + \mathbf{V}_z \tag{74a}$$

$$\mathbf{V}_b = -\tfrac{1}{2}\mathbf{V}_x - \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{V}_y + \mathbf{V}_z \tag{74b}$$

$$\mathbf{V}_c = -\tfrac{1}{2}\mathbf{V}_x + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{V}_y + \mathbf{V}_z \tag{74c}$$

Relación con componentes simétricos. Los componentes bifásicos se relacionan con los componentes simétricos de la siguiente manera:

$$\mathbf{I}_x = \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 \tag{75a}$$

$$\mathbf{I}_y = j\,(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2) \tag{75b}$$

$$\mathbf{I}_z = 2\,\mathbf{I}_0 \tag{75c}$$

$$\mathbf{V}_x = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 \tag{76a}$$

$$\mathbf{V}_y = j\,(\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2) \tag{76b}$$

$$\mathbf{V}_z = 0 \tag{76c}$$

Tenga en cuenta que la corriente y el voltaje *x* son iguales a la suma de las componentes de secuencia positiva y negativa, y la corriente y el voltaje *y* son iguales a la diferencia de las componentes de secuencia positiva y negativa multiplicada por *j*. El voltaje *z* es el voltaje de secuencia cero, pero la corriente *z* es el doble de la corriente de secuencia cero.

Considere un conjunto de tensiones trifásicas balanceadas de secuencia positiva. Su componente de secuencia negativa es cero. Sus componentes bifásicos, según las ecs. 76, son $\mathbf{V}_x = \mathbf{V}_1$ y $\mathbf{V}_y = j\mathbf{V}_1$, que son tensiones bifásicas balanceadas de orden de fase *y*, *x*. De forma similar, las componentes bifásicas de las tensiones trifásicas de secuencia negativa son tensiones bifásicas de orden de fase *x*, *y*.

Las redes sustitutas. Se puede imaginar que las tensiones y corrientes en la dirección *x* existen en una red monofásica denominada red *x*; las tensiones y corrientes en la dirección *y*, en otra denominada red *y*; y las tensiones y corrientes en la dirección *z*, en una tercera denominada red *z*. Estas redes son análogas a las redes de secuencia utilizadas en el método de componentes simétricas y pueden recibir el nombre más general de "redes sustitutas". Las redes sustitutas que representan una red trifásica equilibrada cuyas impedancias de secuencia positiva y negativa son iguales son independientes entre sí. Las impedancias *x* e *y* son iguales entre sí y a las impedancias de secuencia positiva y negativa. Las impedancias *z* son la mitad de las impedancias de secuencia cero correspondientes.

Las impedancias de secuencia positiva y negativa de la maquinaria rotativa polifásica suelen ser desiguales. Sin embargo, para muchos fines, pueden considerarse iguales sin que ello suponga un error significativo, lo que permite el uso de coordenadas bifásicas.

Si la red trifásica contiene fuerzas electromotrices generadas de secuencia positiva equilibradas, entonces las redes *x* e *y* contienen fuerzas electromotrices de igual magnitud, estando las de la red y adelantadas a las de la red *x* en 90°. Normalmente, la red *z* no contiene fuerzas electromotrices generadas.

Las impedancias propias y mutuas de las redes sustitutas y las conexiones entre las redes correspondientes a cualquier impedancia y conexión dadas de la red trifásica o cualquier porción de ella se pueden encontrar mediante el proceso descrito previamente para componentes simétricas e ilustrado mediante la derivación de circuitos equivalentes para representar varios tipos de cortocircuito.

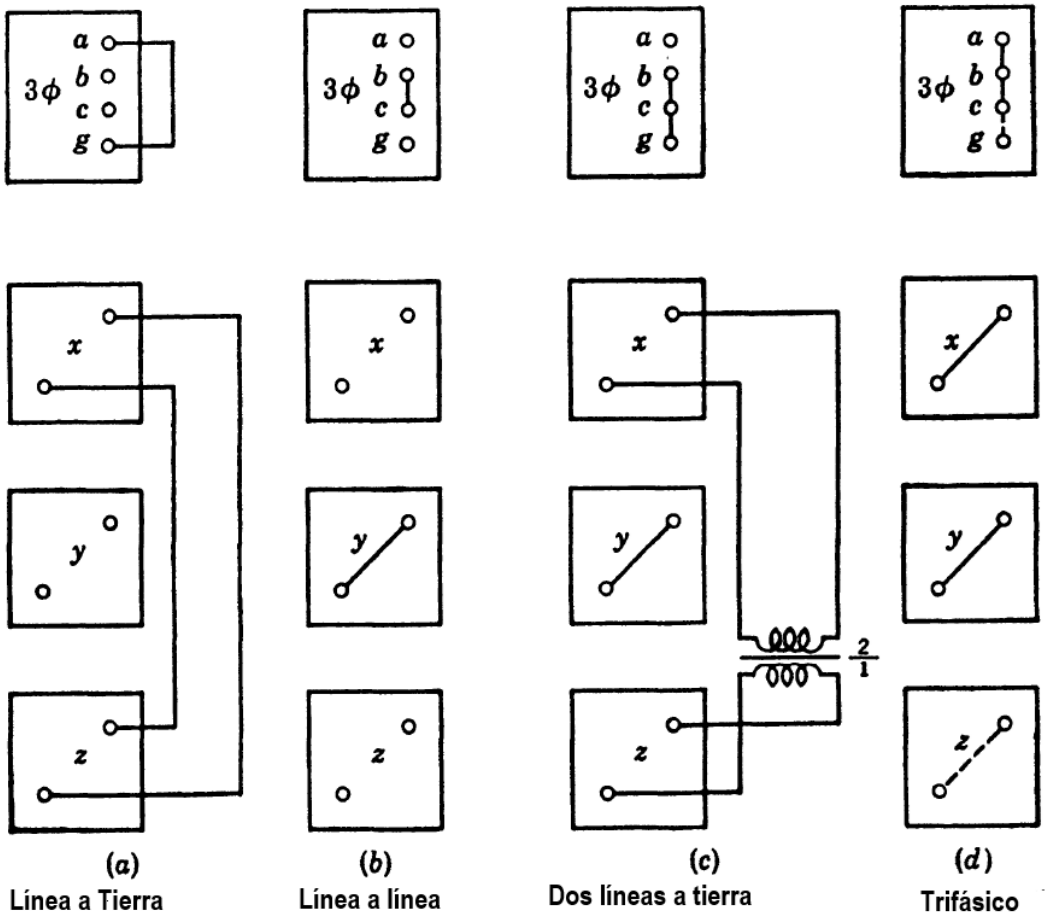


Figura 33

Conexiones entre las redes sustitutas (x, y, z) para representar varios tipos de cortocircuito en una red trifásica (3ϕ).

Conexiones entre las redes sustitutas para representar cortocircuitos se muestran en la figura 33[13]. Un cortocircuito a tierra se representa conectando las redes *x* y *z* en serie y dejando la red *y* abierta. Un cortocircuito entre fases se representa cortocircuitando la red *y* y dejando las redes *x* y *z* abiertas. Un cortocircuito entre

fases se representa cortocircuitando la red *y* y dejando abiertas las redes *x* e *z*. La red *z* está sin tensión y no necesita ser habilitada. Sin embargo, la red *x* en este caso y la red *y* en el caso de una falla a tierra, aunque no estén conectadas a nada en el punto de falla, contienen tensiones generadas y transportan corrientes de carga normales[5]. Una falla bifásica a tierra se representa cortocircuitando la red *y* y conectando en paralelo las redes *x* e *z* mediante un transformador con relación 2:1. Si las impedancias de la red z se multiplican por cuatro su valor normal (el doble, en lugar de la mitad, de las impedancias de secuencia cero), se puede omitir el transformador. Si la red trifásica es simétrica excepto en el punto de falla, y si se asume que las impedancias de secuencia negativa son iguales a las de secuencia positiva en todo el sistema, las redes *x* e *y* no están acopladas entre sí y son idénticas, salvo por una diferencia de fase de 90° en las f.e.m. generadas. Por lo tanto, no es necesario configurar ambas redes simultáneamente en una placa de cálculo. La red de secuencia positiva se utiliza alternativamente para las redes *x* e *y*. Por ejemplo, al calcular una falla entre fases (Fig. 33b), se toman lecturas en la red de secuencia positiva, primero sin conexión en el punto de falla y luego con un cortocircuito. Ni siquiera es necesario desplazar los voltajes del generador 90°, ya que basta con rotar el segundo conjunto de lecturas 90° hacia adelante, es decir, multiplicarlas por *j*. Se pueden tomar lecturas para todo tipo de cortocircuito con solo dos redes configuradas en el tablero.

Aplicaciones de las coordenadas bifásicas. En general, para un estudio de estabilidad solo es necesario configurar la red de secuencia positiva, representándose las fallas mediante derivaciones de falla. Sin embargo, en ocasiones se desea estudiar el posible funcionamiento de los relés de protección, para lo cual se deben determinar las corrientes y tensiones durante la falla. El método de coordenadas bifásicas proporciona una forma conveniente de calcular estas cantidades a partir de lecturas tomadas en un tablero de cálculo en la que solo está configurada la red *z* además de la red de secuencia positiva.

Las coordenadas bifásicas también se aplican al análisis de desequilibrios que son simétricos con respecto a una fase, por ejemplo, impedancias monofásicas en serie o en paralelo, bancos de transformadores conectados en V o T y líneas de transmisión no transpuestas.[14, 15, 16]

REFERENCIAS

1. C. L. FORTESCUE, "Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks," *A.I.E.E. Trans*., vol. 37, pp. 1027-140, 1918. Referencia Histórica.

2. C. F. WAGNER and R. D. Evans, *Symmetrical Components as Applied to the Analysis of Unbalanced Electrical Circuits*, New York, Mc Graw-Hill Book Co., 1933.

[5] Según las suposiciones realizadas al utilizar el Tablero de cálculo en corriente continua, todas las tensiones de línea a neutro en esta red son iguales y todas las corrientes en ella son cero.

3. W. V. LYON, *Applications of the Method of Symmetrical Components*, New York, Mc Graw-Hill Book Co., 1937.

4. PHILIP SPORN and C. A. MULLER, "Five Years' Experience with Ultrahigh-Speed Reclosing of High-Voltage Transmission Lines," A.I.E.E. Trans., vol. 60, pp. 241-6, Mayo, 1941.

5. C. L. GILKESON, P. A. JEANNE, and E. F. VAAGE, "Power System Faults to Ground: Part II: Fault Resistance," *Elec. Eng.*, vol. 56, pp. 428-33, 474, Abril, 1937.

6. EDITH CLARKE, "Simultaneous Faults on Three-Phase Systems," A.I.E.E. Trans., vol. 50, pp. 919-41, Setiembre, 1931.

7. E. W. KIMBARK, "Experimental Analysis of Double Unbalances," *Elec. Eng*., vol. 54, pp. 159-65, Febrero, 1935.

8. FRANK M. STARR, "Equivalent Circuits-I," A.I.E.E. Trans., vol. 51, PP. 287-98, Junio, 1932; disc., pp. 321-6.

9. J. C. BALSBAUGH, R. B. Gow, W. P. DOUGLASS, and A. H. LEAL, "Equivalent Circuits-2 Coupled Circuits," *Elec. Eng.*, vol. 55, pp. 366-71, Abril, 1936; disc., pp, 1037-9, Setiembre, 1936. Este artículo presenta un circuito de malla de cinco terminales exactamente equivalente para dos líneas acopladas que no están conectadas entre sí en ninguno de sus extremos. La discusión incluye (1) un circuito alternativo que utiliza un transformador y (2) valores nominales o aproximados de las impedancias de los circuitos equivalentes, con comparaciones numéricas de los valores nominales con los valores exactos.

10. BRYCE BRADY, "Symmetrical Notation of Three-Phase Circuits," *A.I.E.E. Trans.*, vol. 60, pp. 955-7, Noviembre, 1941.

11. A. N. GARIN, "Zero-Phase-Sequence Characteristics of Transformers," *Gen. Elec. Rev.*, vol. 43, pp. 131-6, 174-9, Marchand Abril, 1940.

12. J. E. HOBSON and W. A. LEWIS, "Equivalent Circuits for Power and Regulating Transformers," *Elec. Jour.* preimpreso, Enero, 1939; también publicado como Apéndice, Tabla 7, *Libro de referencia de Transmisión y Distribución Eléctrica* de los Central Station Engineers de la Westinghouse Electric and Manufacturing Company, 1ra edición, 1942.

13. EDITH L. CLARKE, "Determination of Voltages and Currents during Un-balanced Faults: Use of the Sum and Difference of Positive and Negative Sequence Symmetrical Components," *Gen. Elec. Rev.*, vol. 40, pp. 511-3, Noviembre, 1937.

14. EDITH CLARKE, "Problems Solved by Modified Symmetrical Components," Gen. Elec. Rev., vol. 41, pp, 488-94, 545-9, Noviembre and Diciembre, 1938.

15. EDWARD W. KIMBARK, "Two-Phase Coordinates of a Three-Phase Circuit," *A.I.E.E. Trans.*, vol. 58, pp. 894-904, 1939; disc., PP. 904-10.

16. EDITH CLARKE, *Circuit Analysis of A-C Power Systems*, vol. I, Symmetrical and Related Components, New York, John Wiley & Sons, 1943. Chapter V, "Two Component Networks for Three-Phase Systems"; Chapter X, "Alpha, Beta, and Zero Components of Three-Phase Systems."

PROBLEMAS DEL CAPITULO VI

1. Encuentre gráfica y algebraicamente las componentes simétricas de los siguientes conjuntos de tensiones de fase:

a	*b*	*c*
$\mathbf{V}_a = 100 \underline{\mid 0°}$	$\mathbf{V}_a = 100 \underline{\mid 0°}$	$\mathbf{V}_a = 100 \underline{\mid 0°}$
$\mathbf{V}_b = 100 \underline{\mid 240°}$	$\mathbf{V}_b = 100 \underline{\mid 120°}$	$\mathbf{V}_c = 100 \underline{\mid 0°}$
$\mathbf{V}_c = 100 \underline{\mid 120°}$	$\mathbf{V}_c = 100 \underline{\mid 240°}$	$\mathbf{V}_c = 100 \underline{\mid 0°}$

2. Encuentre las componentes simétricas del siguiente conjunto de corrientes de fase:

a	*b*	*c*
$\mathbf{I}_a = 0$	$\mathbf{I}_a = \mathbf{I}$	$\mathbf{I}_a = \mathbf{I}$
$\mathbf{I}_b = \mathbf{I}$	$\mathbf{I}_b = -\frac{1}{2}\mathbf{I}$	$\mathbf{I}_b = 0$
$\mathbf{I}_c = -\mathbf{I}$	$\mathbf{I}_c = -\frac{1}{2}\mathbf{I}$	$\mathbf{I}_c = 0$

3. Encuentre las componentes simétricas del siguiente conjunto de tensiones, y compruebe los resultados calculando las tensiones dadas a partir de ellas:

$\mathbf{V}_a = 100 \underline{\mid 180°}$, $\mathbf{V}_b = 100 \underline{\mid 90°}$, $\mathbf{V}_c = 100 \underline{\mid 0°}$.

4. Encuentre las corrientes de fase correspondientes a las siguientes componentes simétricas: $\mathbf{I}_0 = 0.15 \underline{\mid 31°}$, $\mathbf{I}_1 = 0.97 \underline{\mid 188°}$, $\mathbf{I}_2 = 0.45 \underline{\mid 303°}$.

5. Resuelva el Ejemplo 2 con un cortocircuito de dos líneas a tierra en las fases *b* y *c* de la barra *D* en lugar de un cortocircuito de una línea a tierra.

6. Resuelva el Ejemplo 2 con un cortocircuito de una línea a tierra en las fases *b* y *c* de la barra *D* en lugar de un cortocircuito de una línea a tierra.

7. Resuelva el Ejemplo 2 con los neutros de ambos generadores *A* y *B*, en lugar de solo el generador *B*, sólidamente conectados a tierra.

8. Calcule y dibuje el flujo de potencia reactiva de cada secuencia de fase en la red trifásica con falla del Ejemplo 2.

9. Encuentre las ecuaciones similares a la ec. 39 para un cortocircuito de línea a tierra en la fase *b* en lugar de en la fase *a*. Demuestre que la impedancia del shunt de falla es la misma para una falla en cualquiera de las dos fases.

10. Encuentre la expresión para la impedancia de falla en derivación que representa un cortocircuito de dos líneas a tierra, utilizando el segundo método descrito en el texto (p. 221).

11. Encuentre una expresión para la impedancia en derivación que representa una falla que consiste en un cortocircuito de línea a tierra en la fase *a* y un cortocircuito de línea a línea en las fases *b* y *c* en el mismo punto de un circuito trifásico.

12. Determine las corrientes de secuencia en el sistema de la Fig. 8 cuando las tensiones internas de los generadores *A* y *B* difieren en fase en 60°. La magnitud de cada tensión interna es de 1.05 por unidad. Utilice la corriente de falla como referencia de fase.

13. Hallar las reactancias en derivación para representar cada uno de los cuatro tipos de cortocircuito en el medio de una de las líneas del sistema de la Fig. 15, Capítulo V. (Las reactancias de secuencia negativa y cero se dan en las Figs. 21 y 22 del Capítulo VI.)

14. Calcule y grafique el límite de estabilidad en función de la duración de la falla para cortocircuitos de una línea a tierra y de dos líneas a tierra en el centro de una de las líneas del sistema de dos máquinas de la Fig. 15, Capítulo V. También grafique, a modo de comparación, el límite de estabilidad para un cortocircuito trifásico en el mismo punto. (Véase la Fig. 22, Capítulo V).

15. Resuelva el Ejemplo 4 del Capítulo V con una falla bifásica a tierra, en lugar de una falla trifásica, en el centro de una línea. Supóngase que la reactancia de secuencia negativa del sistema es igual a la reactancia de secuencia positiva vista desde el punto de falla, y que la reactancia de secuencia cero de las líneas de transmisión es igual a 3.5 veces su reactancia de secuencia positiva, siendo despreciable la reactancia mutua entre los dos circuitos de transmisión.

16. Qué falla en el sistema del Ejemplo 4, Capítulo V, es más severa en su efecto sobre la estabilidad, ¿un cortocircuito trifásico en el medio de una línea o un cortocircuito de dos líneas a tierra en el lado de envío de una línea?

17. Qué falla del sistema de la Fig. 8 tiene un efecto más grave sobre la estabilidad: ¿un cortocircuito monofásico a tierra en la línea *CD* cerca de la barra *D* o un cortocircuito trifásico en una de las líneas paralelas *DE* cerca de la barra *D*? ¿Depende la respuesta del tiempo de despeje?

18. Demuestre que las conexiones de la Fig. 24*g* son correctas escribiendo ecuaciones para las relaciones entre las corrientes de fase y las tensiones en la falla y luego derivando las ecuaciones correspondientes para las relaciones entre las componentes simétricas.

19. Si, en el Ejemplo 4, la falla de línea a tierra tuviera una resistencia de 20 ohmios, ¿en qué porcentaje se incrementaría la potencia máxima de sincronización respecto a la de una falla franca? La base del sistema es de 50 MVA, 33 kV.

20. Demuestre que no existe potencia neta en un circuito trifásico atribuida a una tensión de una secuencia en conjunción con una corriente de una secuencia diferente.

21. Encuentre el límite de estabilidad del sistema de dos máquinas del Ejemplo 5 para fallas sostenidas de una línea a tierra. Considere los siguientes métodos de puesta a tierra: (*a*) $\mathbf{Z}_S = \mathbf{Z}_R = 0$; (*b*) $\mathbf{Z}_S = j$ l0%, $\mathbf{Z}_R = 0$; (*c*) $\mathbf{Z}_S = 0$, $\mathbf{Z}_R = j$ l0%; (*d*) $\mathbf{Z}_S = \mathbf{Z}_R = j$ 10%.

22. En el Prob. 21 considere un método adicional de puesta a tierra, como se indica a continuación: (e) $\mathbf{Z}_S = 10\%$, $\mathbf{Z}_R = j$ 10%.

23. En el Ejemplo 5, determine las tensiones de línea a tierra de los transformadores del lado de envío durante una falla de dos líneas a tierra en el lado de envío. Considere cada uno de los siguientes métodos de conexión a tierra: (*a*) $\mathbf{Z}_S = \mathbf{Z}_R = j$ 10%; (*b*) $\mathbf{Z}_S = 10\%$, $\mathbf{Z}_R = j$ 10%.

24. En el Ejemplo 5 encuentre los límites de potencia para fallas de dos líneas a tierra eliminadas en 0.25 segundos con los métodos de conexión a tierra enumerados en el Prob. 21. La frecuencia es de 60 c.p.s.

25. En el Ejemplo 5, determine la potencia disipada en la resistencia de puesta a tierra del 10% en el lado de envío durante fallas de una línea a tierra y de dos líneas a tierra en el lado de envío. Se utiliza una reactancia del 10% en el lado de recepción. Asuma $E_1 = 120 \angle 0°$ y $E_2 = 100 \angle 0°$ %.

26. Calcule y grafique la potencia disipada en la resistencia de puesta a tierra del siguiente sistema simple durante una falla de línea a tierra en función de la resistencia en porcentaje. El sistema consta de un generador con reactancias de secuencia positiva y negativa del 20% cada una, un banco de transformadores con reactancia del 10%, conectados en Δ – Y con neutro puesto a tierra mediante una resistencia, y una falla en los terminales secundarios.

27. Calcule y grafique la tensión más alta de línea a neutro (en porcentaje) de las fases sin falla, durante una falla de línea a tierra en el sistema del Prob. 26, como una función de la resistencia de conexión a tierra en porcentaje.

28. Verifique los circuitos equivalentes de las Figs. 26*b* y *c*.

29. Derive un circuito equivalente para dos líneas acopladas de diferentes tensiones nominales en el que se utilizan impedancias por unidad.

30. Pruebe las relaciones que se muestran en la Fig. 31 para representar la impedancia de tierra de un autotransformador.

31. Encuentra el valor de la impedancia en serie presentada a la corriente de secuencia cero por un autotransformador con neutro no conectado a tierra.

32. Resuelva el Ejemplo 2 mediante coordenadas bifásicas. Asuma que x_2 de los generadores es igual a x_1.

CAPITULO VII

ESTUDIOS TIPICOS DE ESTABILIDAD

En los últimos veinte años se ha realizado un gran número de estudios de estabilidad, generalmente con la ayuda de un tablero de cómputo de c-a, en sistemas de energía eléctrica existentes o proyectados. A través de la cortesía de un número de empresas de operación e ingeniería, podemos presentar en este capítulo informes de varios de estos estudios realizados durante los últimos diez años. La mayoría de las empresas han preferido que se mantengan en reserva sus nombres y la identidad de sus estaciones, subestaciones y líneas; en consecuencia, se han sustituido los símbolos de letras. Sin embargo, tenga la seguridad el lector de que ni las estaciones ni los estudios son ficticios.

Estos estudios de estabilidad típicos se han incluido para ilustrar algunos de los propósitos para los cuales se realizan los estudios de estabilidad, para mostrar cómo se llevan a cabo dichos estudios, cómo se eligen los tipos y ubicaciones de las fallas a estudiar, cómo simplificaciones del sistema de energía (como la combinación de varias estaciones), y cómo se seleccionan las condiciones límite o críticas para el estudio, y también para dar una idea del progreso realizado en la mejora de la confiabilidad del sistema de potencia.

Algunos de los estudios de estabilidad presentados aquí son partes incidentales de estudios más generales que incluyeron también operación en estado estable (carga de líneas, mantenimiento de tensión, capacidad requerida de condensadores síncronos, etc.). Todos estos estudios involucraron grandes masas de datos y cálculos que no fue factible reproducir aquí en su totalidad; por ejemplo, longitud, espaciado, tamaño del cable, impedancias de secuencia cero y positiva de las líneas de transmisión; datos de placa e impedancias de transformadores, generadores y otras máquinas; cargas futuras reales y estimadas en las subestaciones en diferentes momentos del día y del año; momentos de inercia de las máquinas; cálculos de impedancias por unidad en una base de sistema seleccionada; tableros de cálculo de los diagramas de conexión de y lecturas de instrumentos; y cálculos de curvas de oscilación. Los informes sobre algunos estudios ocupan uno o más volúmenes. Las cuentas resumidas de los estudios que siguen dan una idea inadecuada de la cantidad de trabajo realmente gastado en los

estudios. No obstante, esperamos que transmitan una concepción clara de los métodos y resultados.

ESTUDIO 1 [1]

Los sistemas de potencia de la empresa *A* y la empresa *B*, al operar en paralelo, experimentaron dificultades debido a la inestabilidad transitoria. A medida que se contempló un mayor flujo de energía de la empresa *B* a la empresa *A*, la operación estable cobraría mayor importancia. El Estudio 1 se realizó para determinar qué factores que intervienen en la operación interconectada de los dos sistemas fueron importantes para causar inestabilidad y cómo se podría mejorar la estabilidad.

Descripción de sistemas. En la Fig. 1 aparece un mapa de los dos sistemas, que muestra estaciones generadoras, subestaciones y líneas de transmisión (con sus tensiones y longitudes). Cada estación y subestación se identifica allí mediante una combinación de dos letras, la primera letra de las cuales denota la compañía eléctrica que lo posee o lo opera. Los sistemas combinados se extendieron aproximadamente 620 millas desde la estación *BO* hasta la estación *AV*.

La Compañía A tenía dos estaciones de vapor (*AL* y parte de *AP*), varias estaciones hidroeléctricas bastante grandes (*AB*, *AC* y *AG*) y muchas estaciones hidroeléctricas pequeñas, algunas de las cuales se despreciaron o se combinaron con estaciones cercanas más grandes en el estudio. Los principales centros de carga estaban cerca de *AL* y *AM*. El sistema de transmisión de esta empresa estaba compuesto por (1) una red troncal de tres líneas de 132 kV en paralelo, de unas 140 millas de largo, que unían firmemente las principales estaciones generadoras y los centros de carga; y (2) una extensa red de 44 kV paralela a las líneas de 132 kV, que conectaba estaciones generadoras y cargas más pequeñas y que extendía el sistema al sur de la terminal de las líneas de 132 kV en la estación *AE* hasta la estación *AP* y numerosas subestaciones. La empresa *A* tenía pocos problemas de inestabilidad en sí misma, ya que la pérdida de cualquier línea (ya sea de 132 kV o de 44 kV) no debilitaría seriamente los vínculos entre las estaciones generadoras.

La Compañía B tenía una docena de pequeñas centrales hidroeléctricas, divididas en un grupo oriental y otro occidental. La mayoría de las estaciones del grupo occidental (*BB* a *BF*, inclusive) estaban conectadas entre sí y con la estación *AD* de la empresa *A* por una única línea de 132 kV. Las estaciones *BG* y *BH*, también del grupo oeste, estaban conectadas con el resto de estaciones de este grupo mediante dos líneas de 44 kV. Las estaciones del grupo oriental (*RI* a *RO*, inclusive) estaban unidas entre sí y con el grupo occidental principalmente por líneas de 66 kV, con algunas de 44 kV. Así, en la mayor parte de la longitud del sistema *B* sólo había una línea de 132 kV, o dos o tres líneas de menor tensión. Este sistema indudablemente presentaría problemas de inestabilidad transitoria incluso si no estuviera interconectado con el sis

[1] La información relativa a este estudio se obtuvo por cortesía de Ebasco Services, Incorporated, Ciudad de Nueva York, con el consentimiento de las empresas operadoras involucradas.

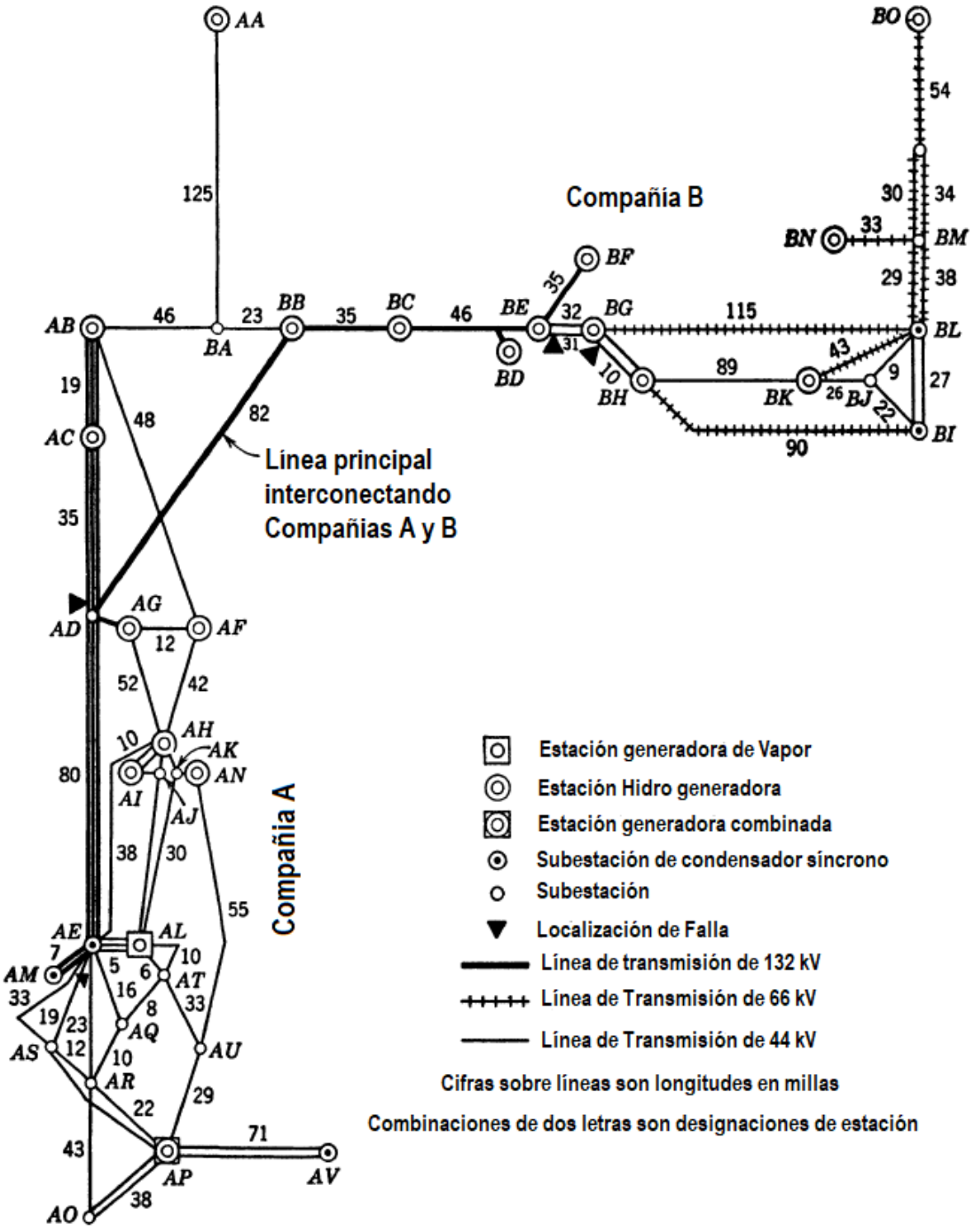


Figura 1

Mapa de los sistemas de potencia de las compañías A y B, Estudio 1.

tema de la empresa *A*. Además de lo que podría llamarse un arreglo intrínsecamente inestable del sistema de transmisión de la empresa *B*, debido principalmente a la naturaleza del territorio servido, varias centrales hidroeléctricas de este sistema tenían generadores con características poco adecuadas para mantener la estabilidad.

Tabla 1

LISTA DE MÁQUINAS SÍNCRONAS (ESTUDIO 1)

Estación*	Número de unidades similares	Número de unidades ejecutándose en condiciones de carga		Tipo de máquina	Valores Nominales			x'_d (%)	WR^2 (kilo.lb-ft^2)		Energía Cinética de la unidad (MJ)
		1	2		kV	kVA	RPM		*Generador*	*Turbina*	
AA1	2	2	2	Hidro	2.4	2,500	180	30	375	44	3.0
AA2	1	1	1	"	2.3	625	150	25.5			2.0
AA3	2	2	2	"	2.3	600	150	24			1.0
AB1	3	3	1	Hidro	6.6	12,222	514	13	1,295	14	79.5
AB2	2	1	0	"	6.6	8,200	150	40	2,180	185	11.3
AB3	1	1	1	"	7.0	8,333	172	37	1,949	170	14.3
AC	3	3	1	Hidro	6.6	11,111	180	15	3,664	144	28.4
AE	2	2	N	Cond.	6.6	7,500	400	18	755	…	27.8
AF1	2	N	N	Hidro	4.0	1,250	600	15		1	
AF2	2	N	N	"	1.1	1,000	400	6		3	
AG	2	0	1	Hidro	6.9	18,750	150	35	5,760	402	32.0
AH	2	2	2	Hidro	2.3	2,500	600	13		209	12.4
AI	1	1	1	Hidro	2.3	1,250	600	9		1	3.0
AL1	2	2	0	Vapor	4.4	8,000	1,800	8.5	80	30	81.9
AL2	1	1	1	"	4.6	25.000	1.800	19	114	98	158.0
AL3	2	1	1	Hidro	0.5	750	330	5	130	3	3.3
AL4	1	1	1	"	2.3	100	600	14.5	27	97	10.3
AN	1	N	N	Hidro	2.3	2,500	360	13.5		3	

Tabla 1 (continuación)

Estación*	Número de unidades similares	Número de unidades ejecutándose en condiciones de carga		Tipo de máquina	Valores Nominales			x'_d (%)	WR^2 (kilo-lb-ft^2)		Energía Cinética de la unidad (MJ)
		1	*2*		kV	kVA	RPM		*Generador*	*Turbina*	
AP1	3	1	1	Hidro	2.3	2,400	300	10	383	5	8
AP2	1	1	1	"	2.4	7,800	514	24	254	8	15.9
AP3	1	1	1	Hidro	13.8	18,750	1,800	22	68	95	120.8
AP4	2	1	1	Vapor	6.6	875	600	13.5	18	3	1.7
AP5	2	2	2	Hidro	6.6	600	300	9	64	3	1.4
AP6	1	1	1	"	2.3	2,400	300	10	383	3	8
AP7	2	0	1	"	6.6	590	360	10	34	3	1.1
AP8	2	0	2	"	4	1,250	514	13		1	1
AV	2	N	N	Cond.	6.6	2,500		15.5	37	…	3.3
BB	1	1	0	Hidro	2.3	4,375	164	16.3	1,120	‡	7.6
"	4	4	0	"	6.6	7,500	120	65	2,670	‡	9.7
BC	5	5	0	Hidro	2.3	1,400	200	14	360	‡	3.6
"	1	1	1	"	2.3	3,000	200	36	350	‡	3.2
BD	1	1	1	Hidro	6.9	9,375	240	32	1,160	‡	16.9
BE	1	1	1	Hidro	2.2	600	514	15	24	‡	1.6
"	1	1	1	"	6.6	12,000	240	27.5	2,000	‡	29.2
BF	2	2	2	Hidro	6.9	9,000	139	30	4,000	‡	19.4
BG	2	2	2	Hidro	2.3	1,250	600	25	27	‡	2.5
"	1	1	1	"	6.9	7,500	300	35	480	‡	10.9

Tabla 1 (continuación)

Estación*	Número de unidades similares	Número de unidades ejecutándose en condiciones de carga		Tipo de máquina	Valores Nominales			x'_d (%)	WR^2 (kilo-lb-ft^2)		Energía Cinética de la unidad (MJ)
		1	*2*		kV	kVA	RPM		*Generador*	*Turbina*	
BH1	2	2	2	Hidro	6.6	2,000	200	18	574	‡	5.8
"	1	1	1	"	6.6	3,600	225	10	593	‡	7.6
BH2	1	1	1	"	2.3	5,500	450	20	500	‡	25.6
BH3	1	1	0	"	2.3	3,125	400			‡	5.7
BI1	1	1	0	Cond.	4.1	7,500	900	31.5	39	...	7.3
BI2	3	3	0	Hidro.	0.4	300	257	16	31	‡	0.5
BI3	3	3	0	"	2.3	625	180	22	140	‡	1.2
BK	2	2	2	Hidro.	2.2	850	15	286	286	‡	1
"	2	2	2	"	2.2	1,250	29	546	546	‡	1.1
"	2	2	2	"	2.2	1,562	36	546	546	‡	1.1
"	4	4	4	"	2.2	1,000	36	270	270	‡	0.8
BL	1	1	0	Cond.	2.2	3,000	750	34	22	...	2.6
BN1	2	2	1	Hidro	6.6	5,000	225	45	1,200	‡	15.4
BN2	2	1	1	"	0.5	500	225	12	126	‡	1.6
"	1	1	1	"	2.2	500	225	8.5	100	‡	1.3
BO	1	1	0	Hidro	6.6	3,600	225	10	593	‡	7.6

*Los números adjuntos a las letras de las estaciones indican estaciones separadas o partes de estaciones que se combinaron en este Estudio.

† N = Despreciable

‡ Se supuso que WR^2 de las turbinas de la empresa B era el 10% del WR^2 del generador

La operación interconectada de los dos sistemas resultó en problemas adicionales de estabilidad transitoria para ambos sistemas. Sin embargo, como se verá a partir de las curvas de oscilación obtenidas en este estudio, las fallas que ocurrieron cerca de la estación *BG* o al este de ella tuvieron poca relación con la estabilidad de la operación interconectada, aunque tales fallas a veces presentaron serios problemas de estabilidad para la parte este del sistema de la empresa *B*.

Tabla 2

RELACIÓN DE ESTACIONES CON MÁQUINAS SÍNCRONAS (ESTUDIO 1)

		Condición de carga 1		Condición de carga 2	
Estación	Tipo de Máquinas	MVA agregado en corrida	Energía Cinética (MJ)	MVA agregado en corrida	Energía Cinética (MJ)
AA	Hidro	6.8	10	6.8	10
AB	"	53.2	264.1	20.5	93.8
AC	"	33.3	85.2	11.1	28.4
AE	Cond.	15	55.6	nc	nc
AF	Hidro	4.5	Despec.	4.5	Despec.
AG	"	nc	nc	18.8	32
AH	"	5	24.8	5	24.8
AI	"	1.2	3	1.2	3
AL	Vapor	41	321.8	25	158
″	Hidro	1.8	13.6	1.8	13.6
″	Comb.	42.8	335.4	26.8	171.6
AN	Hidro	2.5	Despec.	2.5	Despec.
AP	Vapor	18.8	120.8	18.8	120.8
″	Hidro	14.8	36.4	17.9	39.5
″	Comb.	33.6	157.2	36.7	160.3
AV	Cond.	5	Despec.	nc	nc
BB	Hidro	34.4	46.6	nc	nc
BC	"	10	21.4	3	3.2
BD	"	9.4	16.9	9.4	16.9
BE	"	12.6	30.8	12.6	30.8
BF	"	18	38.8	18	38.8
BG	"	10	15.9	10	15.9
BH	"	16.1	50.5	13.1	44.8
BI	Cond.	7.5	7.3	nc	nc
″	Hidro	2.8	5	nc	nc
″	Comb.	10.3	12.3	nc	nc
BK	Hidro	11.3	9.8	11.3	9.8
BL	Cond.	3	2.6	nc	nc
BN	Hidro	11	33.7	6	18.3
BO	"	3.6	7.6	nc	nc

nc: no conectado (off)

La línea de 125 millas y 44 kV de *AA* a *BA* tenía varias estaciones hidroeléctricas pequeñas (agrupadas como estación *AA* en el estudio) y varias cargas pequeñas. Aunque las fallas en esta línea la separarían del sistema interconectado, tendrían poco efecto en el resto del sistema.

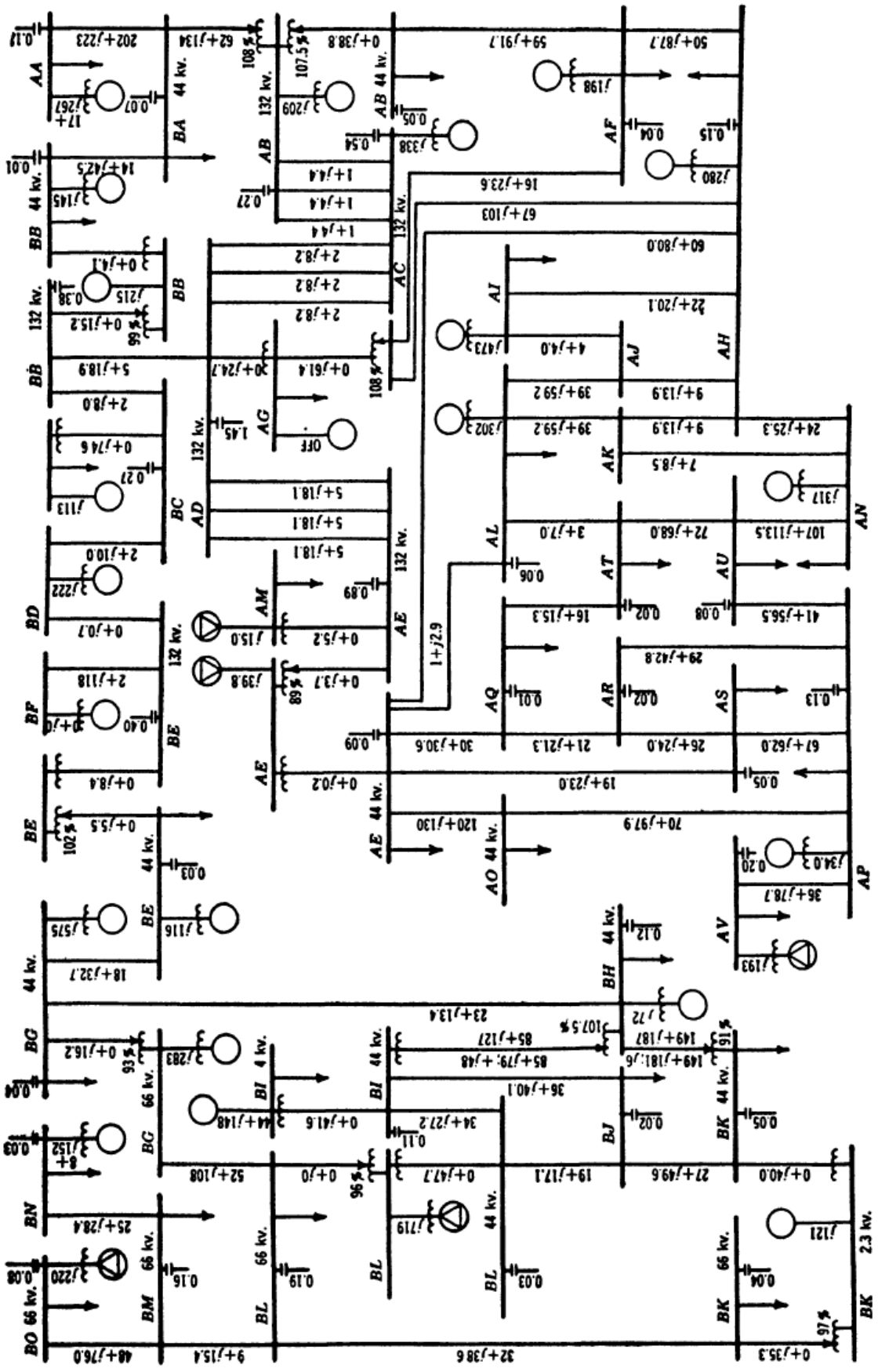


Figura 2

Estudio 1. Red de secuencia positiva preparada para el tablero de cómputo de c.a. Las impedancias están en ohmios en tabla o en porcentaje sobre una base de 48.4 MW; Las capacidades de derivación están en microfaradios en tabla.

La Tabla 1 enumera las máquinas síncronas (generadores, condensadores y motores grandes) en los sistemas de ambas compañías con sus clasificaciones, reactancias transitorias en porcentaje con base en sus propias clasificaciones, momentos de inercia (WR^2) en miles de libras-pie, y cantidades de energía cinética en megajulios. La Tabla 2 enumera las estaciones de máquinas síncronas (o en algunos casos grupos de estaciones vecinas) representadas en este estudio, con sus megavoltios–amperios nominales agregados y cantidades de energía cinética. La Fig. 2 es un diagrama de la red de secuencia positiva, simplificada en la medida requerida para configurarla en el tablero de cómputo. El diagrama de secuencia cero no se reproduce aquí.

Los interruptores automáticos de aceite y los relés de protección de estos sistemas eran del tipo de baja velocidad en el momento en que se realizó este estudio.

Condiciones de carga. Se estudió la estabilidad transitoria para dos condiciones de carga diferentes: (1) cargas diurnas estimadas de agosto y (2) cargas nocturnas estimadas de octubre. (La carga de los diversos circuitos para las dos condiciones de carga se muestra en las Figs. 3 y 4 respectivamente). La primera condición era de cargas pesadas, debidas en gran parte al bombeo para riego, e implicó una transferencia de energía considerable de la empresa *B* a la empresa *A* (30 MW. de la estación *BB* a la estación *AD*). La segunda condición fue de cargas ligeras pero de transferencia de energía aún mayor (36 MW.) de la empresa *B* a la empresa *A*. En la condición de carga 2, todos los generadores de la estación *BB* y cinco de los seis generadores de la estación *BC* se apagaron debido a la escasez de agua; por lo tanto, gran parte de la energía transferida a la empresa *A* se transmitió necesariamente desde fuentes (principalmente desde las estaciones *BE* y *BF*) más distantes que en la condición de carga 1.

El tablero de cómputo utilizado en este estudio tenía diez fuentes de energía para representar generadores. Con el fin de verificar las conexiones y configuraciones del tablero y también para ayudar a determinar qué generadores podrían agruparse para estudios de estabilidad transitoria, se tomaron lecturas para la condición de carga 1, primero con los generadores de la compañía *B* representados en detalle considerable y luego con los generadores de la compañía *A* representados. con considerable detalle, de acuerdo con las columnas de la Tabla 3 encabezadas Corrida 1 y Corrida 2. Las lecturas así obtenidas se muestran en la Fig. 3. Luego, los generadores se agruparon como se muestra en las columnas de la Tabla 3 para las ejecuciones 3, 4, 5, o 6, según la ubicación de la falla, para permitir su representación por diez fuentes de alimentación en el tablero. Las cargas de generadores y líneas individuales estaban algo distorsionadas por la agrupación; las lecturas no se reproducen aquí. Las lecturas para la condición de carga 2 se tomaron con los generadores agrupados como se muestra en la Tabla 3 para la Corrida 7, y estas lecturas se muestran en la Fig. 4.

Ubicaciones de fallas. Un objetivo principal del estudio fue determinar los tiempos máximos permitidos de despeje de fallas en lugares donde afectarían la estabilidad de la interconexión. Es evidente que una falla en cualquier parte de las líneas de 132 kV de un solo circuito desde la estación *AD* hasta la estación *BE* dividiría

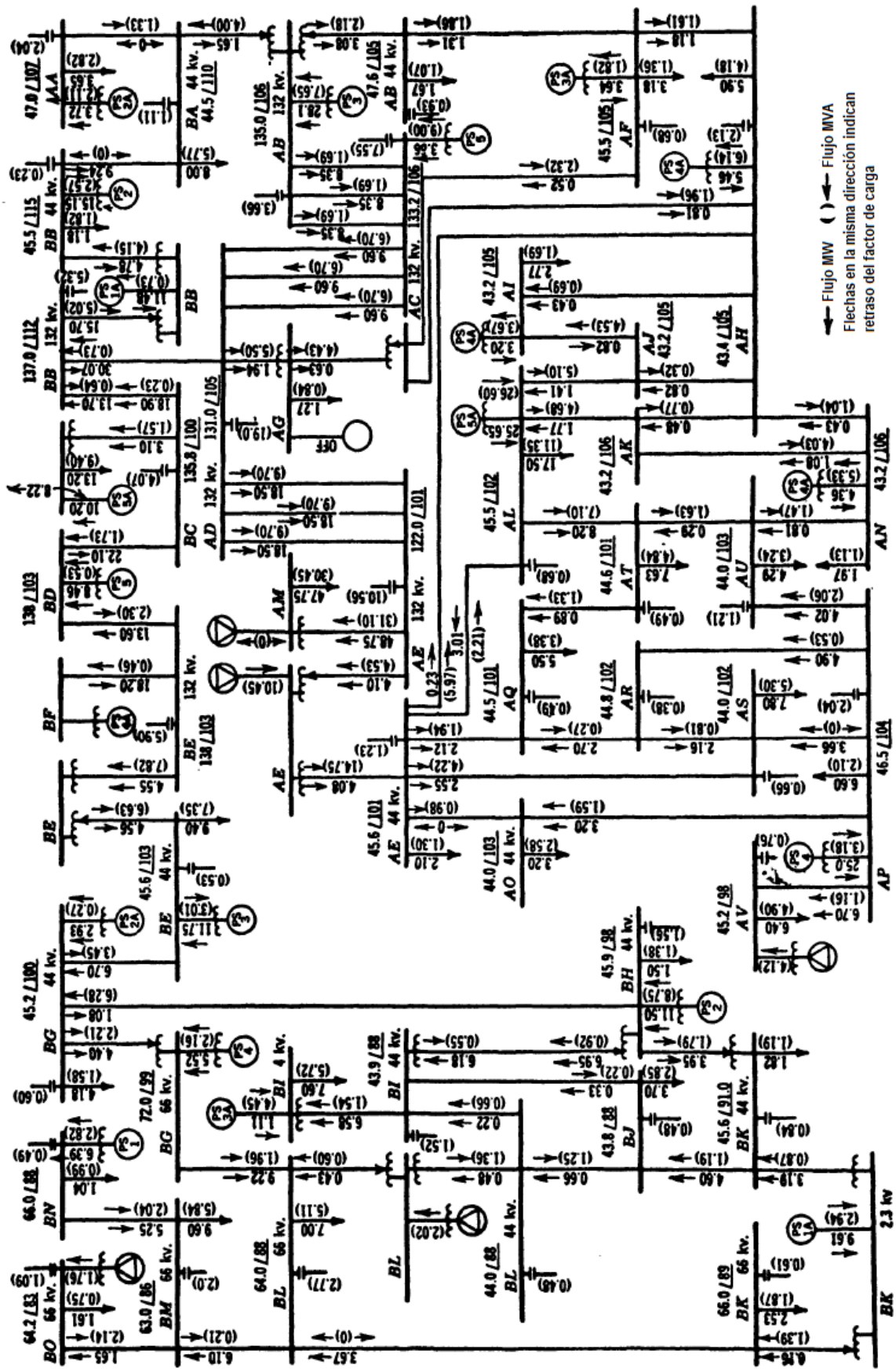


Figura 3

Estudio 1. Corridas de carga 1 y 2. Condición de carga 1: Carga estimada diurna de Agosto. Los flujos de potencia activa y reactiva están en megawatts y megavars; barras de tensión en kilovoltios.

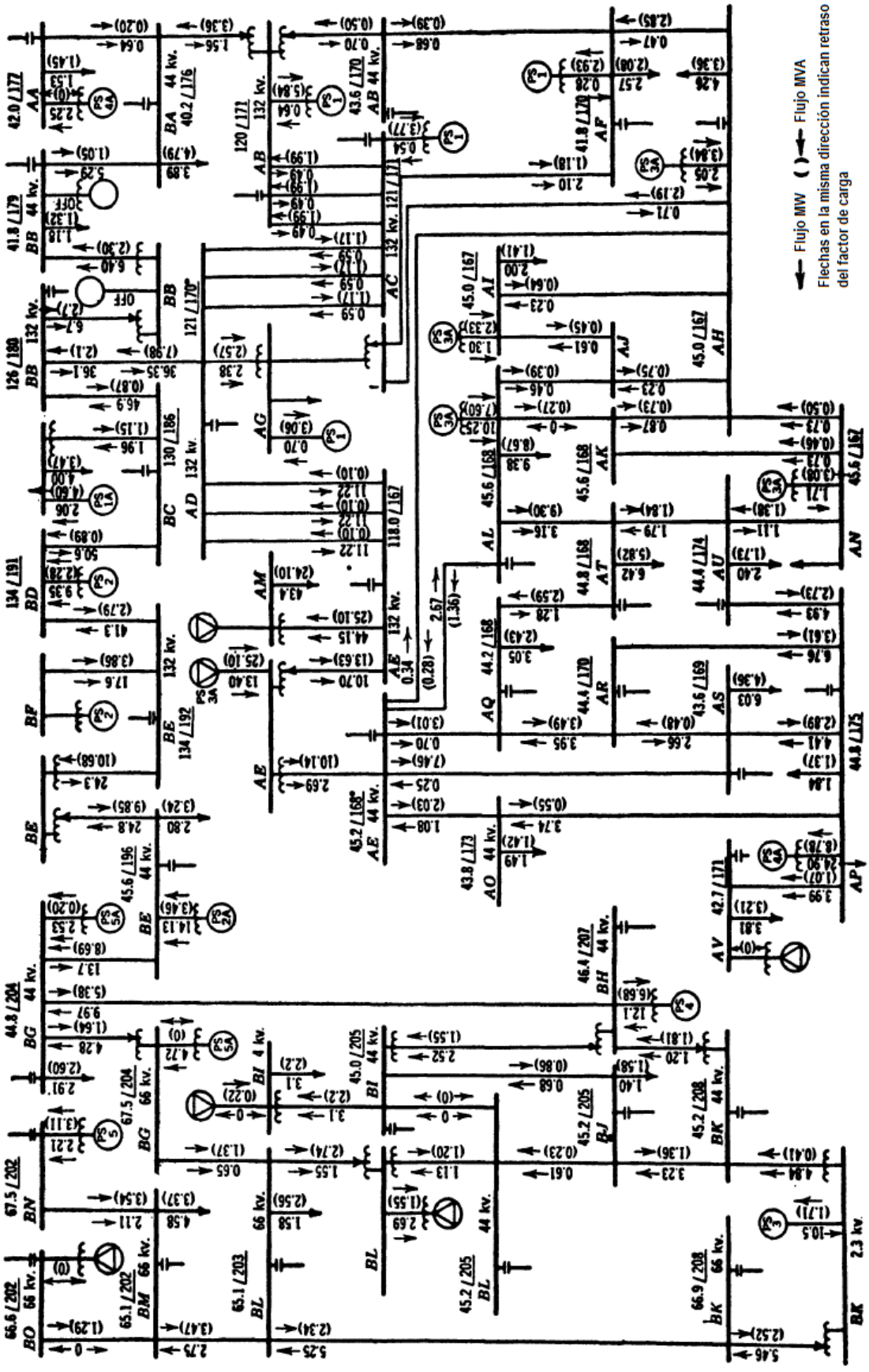


Figura 4

Estudio 1. Corrida de carga 7. Condiciones de carga 2: Carga estimada nocturna de Octubre. Flujo de potencia activa y reactiva en megawatts y megavars, respectivamente; barras de tensión en kilovoltios. Los generadores se agrupan para su representación por diez fuentes de energía.

Tabla 3

AGRUPACIÓN DE MÁQUINAS SÍNCRONAS PARA LA REPRESENTACIÓN POR DIEZ FUENTES DE ENERGÍA EN EL TABLERO DE CÓMPUTO Y EL VALOR DE LA ENERGÍA CINÉTICA DE CADA GRUPO EN MEGAJULIOS (ESTUDIO 1)

<table>
<tr><th rowspan="2">Estación</th><th colspan="6">Números de fuente de alimentación y energía cinética (MJ)</th></tr>
<tr><th>Ejec. 1</th><th>Ejec. 2</th><th>Ejec. 3 y 4</th><th>Ejec. 5</th><th>Ejec. 6</th><th>Ejec. 7</th></tr>
<tr><td>BO</td><td>Estático*</td><td rowspan="10">nc</td><td rowspan="5">1 66.1</td><td rowspan="5">1 66.1</td><td rowspan="3">1 22.5</td><td rowspan="3">nc</td></tr>
<tr><td>BL</td><td>Estático</td></tr>
<tr><td>BI</td><td>1</td></tr>
<tr><td>BN</td><td>2</td><td>2 33.8</td><td>1 18.3</td></tr>
<tr><td>BK</td><td>3</td><td>3 9.8</td><td>2 9.8</td></tr>
<tr><td>BH2</td><td rowspan="2">4</td><td rowspan="4">2 62.4</td><td rowspan="2">2 44.8</td><td>4 25.6</td><td rowspan="2">3 44.8</td></tr>
<tr><td>BH1</td><td>5 19.2</td></tr>
<tr><td>BG (66 kV)</td><td>5</td><td rowspan="2">3 15.9</td><td>6 10.9</td><td rowspan="2">4 15.9</td></tr>
<tr><td>BG (44 kV)</td><td>6</td><td>7 5.0</td></tr>
<tr><td>BE</td><td>7</td><td rowspan="2">3 69.6</td><td>4 30.8</td><td>8 30.8</td><td>5 30.8</td></tr>
<tr><td>BF</td><td>8</td><td>5 38.8</td><td>nc</td><td rowspan="2">6 55.7</td></tr>
<tr><td>BD</td><td>9</td><td>4 16.9</td><td>6 16.9</td><td>9 16.9</td></tr>
<tr><td>BC</td><td>10</td><td>1</td><td>5 21.4</td><td>7 21.4</td><td rowspan="15">10 ∞ (Barra infinita)</td><td>7 3.2</td></tr>
<tr><td>BB (66 kV)</td><td>Caja de carga</td><td>2</td><td rowspan="2">6 46.6</td><td rowspan="3">8 56.6</td><td rowspan="2">nc</td></tr>
<tr><td>BB (44 kV)</td><td rowspan="14">nc</td><td>3</td></tr>
<tr><td>AA</td><td>4</td><td>7 10.0</td><td>Con AP</td></tr>
<tr><td>AG</td><td>nc</td><td>nc</td><td>nc</td><td rowspan="4">8 154.2</td></tr>
<tr><td>AB</td><td>5</td><td rowspan="4">8 376.2</td><td rowspan="4">9 376.2</td></tr>
<tr><td>AC</td><td>6</td></tr>
<tr><td>AF</td><td>7</td></tr>
<tr><td>AH</td><td rowspan="3">8</td><td rowspan="5">9 199.4</td></tr>
<tr><td>AN</td></tr>
<tr><td>AI</td></tr>
<tr><td>AL</td><td>9</td><td rowspan="2">9 391.0</td><td rowspan="3">10 548.1</td></tr>
<tr><td>AE</td><td>Estático</td></tr>
<tr><td>AP</td><td>10</td><td rowspan="2">10 157.1</td><td>10 170.2</td></tr>
<tr><td>AV</td><td>Estático</td><td>nc</td></tr>
</table>

* "Estático" significa representado por un condensador en la tabla de cómputo / nc: No conectado (off)

el sistema en dos partes a menos que se usara un recierre de alta velocidad. Sin embargo, debido a que el recierre de alta velocidad de las líneas de alta tensión todavía

estaba en etapa experimental en el momento de este estudio, no se consideró. Por lo tanto, no se estudiaron las fallas en las líneas de 132 kV de un solo circuito. Las fallas en cualquiera de los circuitos de la conexión de 132 kV de tres circuitos entre las estaciones *AB* y *AE* no dividirían el sistema, y se tenía que determinar el tiempo crítico de eliminación de dichas fallas. Dado que la impedancia de dos o tres líneas de 132 kV en paralelo es muy baja, la ubicación exacta de una falla en estas líneas no haría mucha diferencia. Pero se creía que una falla cerca de *la estación AD en una de las tres líneas de 132 kV a la estación AC* tenía una tendencia algo mayor a producir pérdida de sincronismo entre las máquinas de la compañía *A* y las de la compañía *B* que una falla en cualquier otro lugar. En consecuencia, se eligió esta ubicación de falla para el estudio.

Las fallas en el sistema de transmisión de 44 kV también requerían consideración. El efecto más severo sobre la estabilidad lo produciría una falla cerca de las terminales de 44 kV de un gran banco de transformadores de 132 a 44 kV. Se seleccionaron dos ubicaciones de este tipo para el estudio, una cerca de cada extremo del sistema de 132 kV. Una estaba *cerca de la estación AE de la línea de 44 kV hasta la estación AS*, la otra *cerca de la estación BE de la línea de 44 kV hasta la estación BG*. Se esperaría que el tiempo crítico de despeje de fallas en otras partes de las líneas de 44 kV fuera más largo que para aquellas en las ubicaciones seleccionadas. No se esperaría que las fallas en líneas de 44 kV o 66 kV a cierta distancia del sistema de 132 kV tuvieran mucho efecto en la estabilidad de la interconexión. Se probó una ubicación de falla *cerca de la estación G en la línea de 44 kV a la estación BH* para ver si perturbaría la interconexión.

No se esperaría que las fallas en líneas de 44 kV o 66 kV a cierta distancia del sistema de 132 kV tuvieran mucho efecto en la estabilidad de la interconexión. Se intentó localizar el fallo cerca de la estación BG en la línea de 44 kV a la estación BH para ver si perturbaría la interconexión.

Las cuatro ubicaciones de fallas elegidas para el estudio y descritas anteriormente están marcadas en el mapa, Fig. 1.

Se consideraron fallas de dos líneas a tierra en la mayoría de los casos y fallas trifásicas en algunos casos. Casi siempre, se asumió un despeje simultáneo en ambos extremos de la línea con falla.

Curvas de oscilación. Se realizaron dieciocho ciclos de estabilidad transitoria en el curso del estudio. Las curvas de oscilación obtenidas se reproducen en las Figs. 5 a 22 inclusive, y las condiciones y resultados de cada corrida se resumen en la Tabla 4.

Al numerar las corridas de estabilidad, el primer número, como 3 de 3-S-1, se refiere a la corrida de carga realizada para obtener las condiciones iniciales adecuadas para la corrida de estabilidad, y S-1 se refiere a la primera corrida de estabilidad tran-

Tabla 4

RESUMEN DE CORRIDAS DE ESTABILIDAD (ESTUDIO 1)

			Localización de Falla			Tiempo de despeje (s)			
Ejecución	Condición de Carga	Tipo de Falla	*Tensión de Línea (kV)*	*Cerca de Estación*	*En la Línea*	*Cerca del final*	*Lejos del final*	Estable o Inestable	Comentarios
3-S-1	1	2LT	44	*AE*	*AS*	0.4	Lo mismo	Estable	
3-S-2	"	3ϕ	"	"	"	0.4	que cerca	Estable	
3-S-3	"	"	132	*AD*	*AC*	0.3	del final,	Inestable	
3-S-4	"	"	"	"	"	0.2	excepto donde	Estable	
3-S-5	"	2LG	"	"	"	0.4	se indique	Estable	
3-S-6	"	"	"	"	"	0.5		Estable	
3-S-7	"	"	"	"	"	0.6		Inestable	
3-S-8	"	"	"	"	"	0.7		Inestable	*R* en serie en Est. *BB*
3-S-10	"	"	"	"	"	0.8		Estable	Bajo x'_d en Est. BB
4-S-1	"	3 ϕ	"	"	"	0.3		Inestable	Shunt *X* en Est. *BB*
4-S-2	"	2LG	"	"	"	0.7		Estable	Shunt *X* en Est. *BB*
5-S-1	"	"	44	*BE*	*BG*	0.3		Inestable	
5-S-2	"	"	"	"	"	0.02		Estable	
5-S-3	"	"	"	"	"	0.2	0.4	Estable	
6-S-1	"	"	"	*BG*	*BH*	0.3		Estable	
7-S-1	2	"	132	*AD*	*AC*	0.4		Inestable	
7-S-2	"	"	"	"	"	0.3		Estable	
7-S-3	"	"	44	*BE*	*BG*	0.2		Estable	

**Condición de carga 1*: cargas estimadas diurnas de Agosto; *Condición de carga 2*: cargas estimadas nocturnas de Octubre

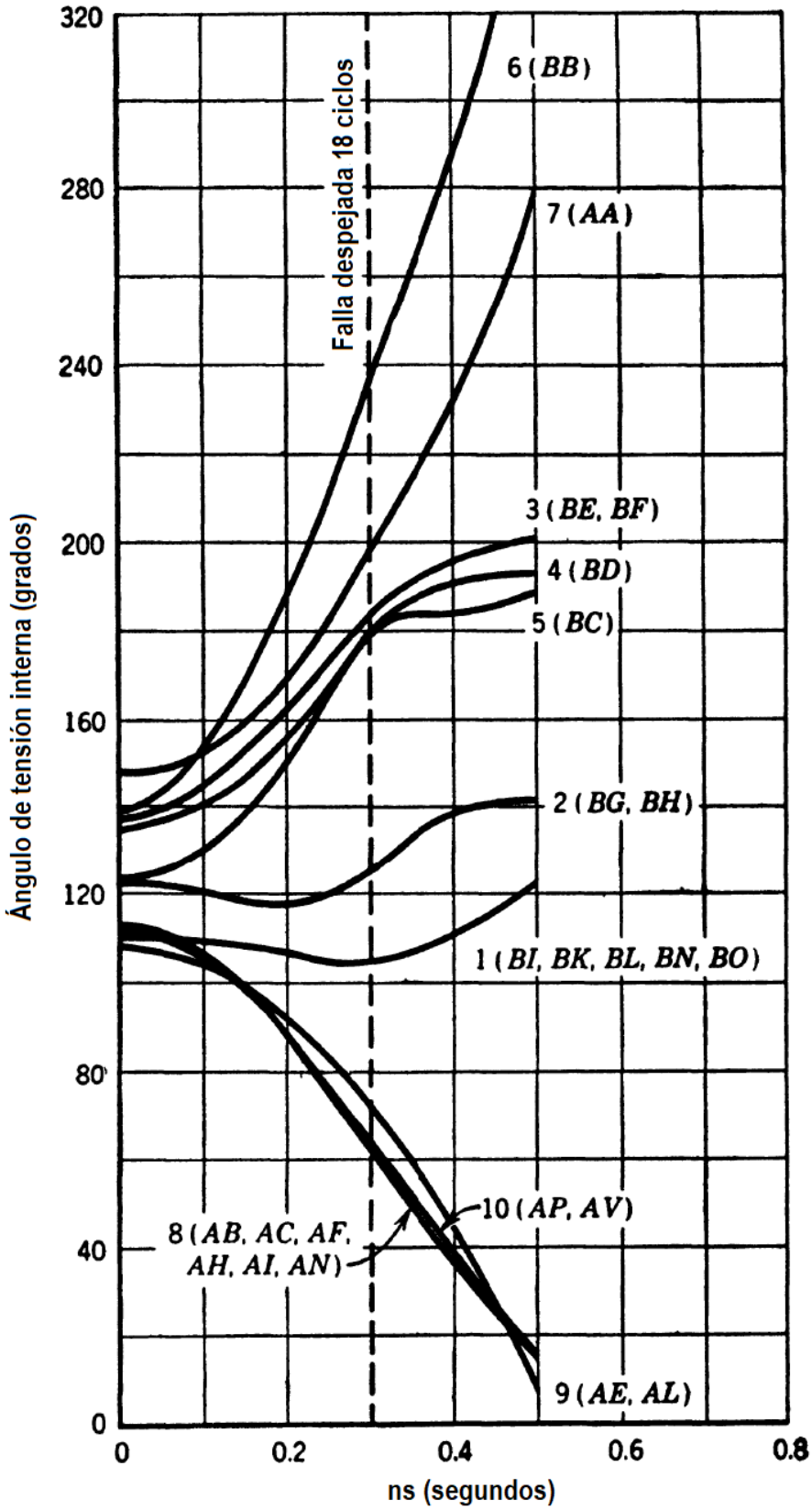


Figura 5

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 3-S-3, condición de carga 1, falla trifásica cerca de la subestación *AD* en la línea de 132 kV a la estación *AC*, despejada en 0.3 seg. Inestable.

sitoria realizada con estas condiciones iniciales, S-2 se refiere a la segunda corrida y así sucesivamente.

Se hicieron las suposiciones de simplificación habituales (tensión constante detrás de la reactancia transitoria, entrada constante, etc.). Se utilizó un intervalo de tiempo $\Delta t = 0.1$ seg. en los cálculos punto por punto.

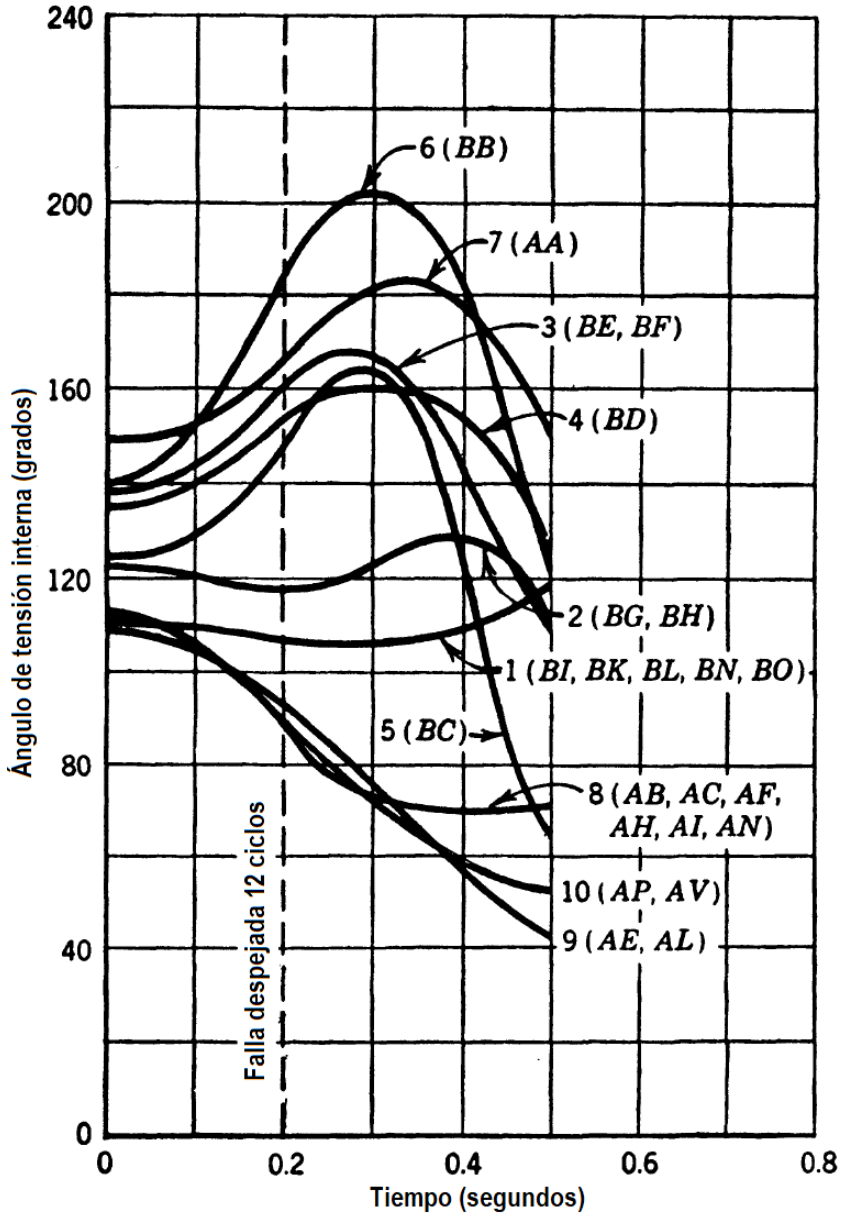


Figura 6

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 3-S-4, condición de carga 1, falla trifásica cerca de la subestación *AD* en la línea de 132 kV a la estación *AC*, despejada en 0.2 seg. Estable.

Al determinar el tiempo permitido para la eliminación de fallas, el método usual fue primero estimar este tiempo y luego hacer una corrida usando este tiempo estimado. Si las condiciones resultaban estables, se realizaba otra corrida usando un tiempo de despeje de 0.1 seg más largo que antes. Si la segunda ejecución mostró que los sistemas eran inestables, entonces el tiempo de despeje de la primera ejecución dio

la respuesta deseada. Si la segunda condición seguía siendo estable, se realizaba una tercera ejecución con un tiempo de despeje 0.1 seg más largo.

Las corridas 3-S-5, 3-S-6 y 3-S-7 (Tabla 4) ilustran el método. Para una falla bifásica a tierra en la estación *AD* en una de las líneas a la estación *AC* en la condición de carga 1, la ejecución 3-S-5 mostró que los sistemas eran estables durante 0.4 seg de despeje. La corrida 3-S-6 mostró que los sistemas seguían siendo estables durante 0.5 seg de despeje. Sin embargo, la ejecución 3-S-7 mostró que eran inestables durante un tiempo de despeje de 0.6 seg. Por lo tanto, se demostró que 0.5 seg era el tiempo de despeje máximo permitido para estas condiciones particulares.

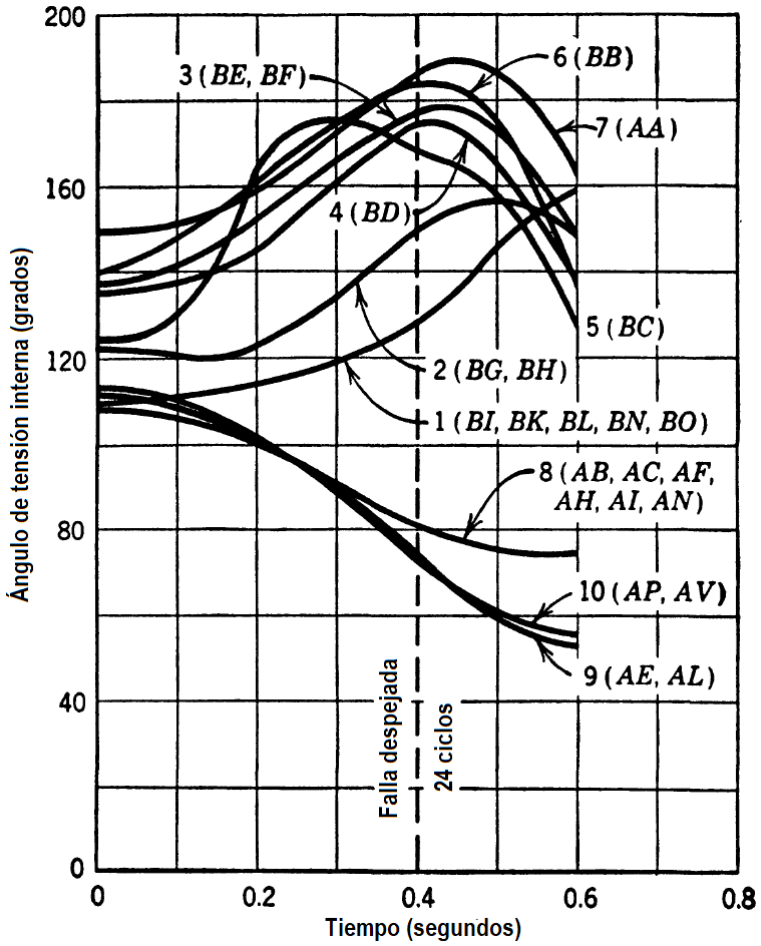


Figura 7

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 3-S-5, condición de carga 1, falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación *AD* en la línea de 132 kV a la estación *AC*, despejada en 0.4 seg. Estable.

En algunos casos, fue posible determinar el tiempo de despeje máximo permisible a partir de una sola ejecución porque la oscilación angular de máquinas particulares era lo suficientemente amplia y la tendencia de las fuerzas de aceleración y desaceleración en las hojas de cálculo era tal que la ejecución se veía fácilmente ser un caso límite, y el tiempo adicional de despeje sin duda habría causado inestabilidad. A veces, la comparación con ejecuciones realizadas previamente fue útil en tales interpretaciones.

A continuación, se presenta una discusión detallada de las diversas curvas de oscilación.

Estabilidad durante la condición de carga 1; fallas en el sistema de 132 kV de la empresa *A*. Los generadores se agruparon en las fuentes de energía del tablero de cómputo como se muestra en la Tabla 3 para la corrida 3. Las condiciones iniciales para las corridas de estabilidad fueron las de la condición de carga 1 (Fig. 3). Las cur-

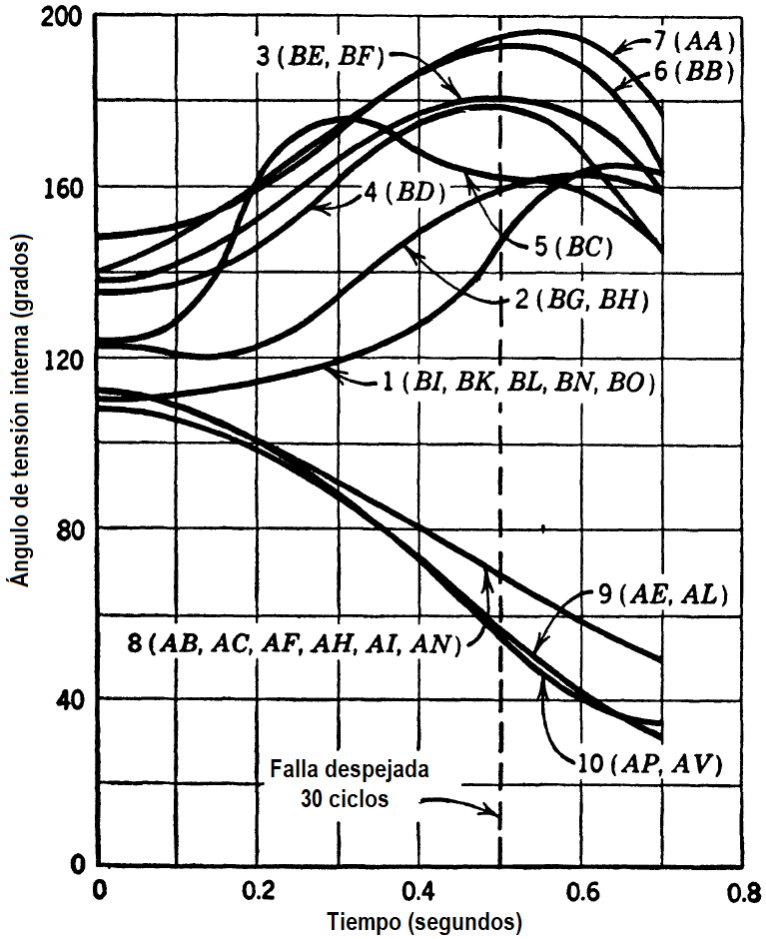


Figura 8

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 3-S-6, condición de carga 1, falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación *AD* en la línea de 132 kV a la estación *AC*, despejada en 0.5 segundos. Estable.

vas de oscilación 3-S-3 y 3-S-4 (Figs. 5 y 6) muestran que los sistemas fueron inestables durante 0.3 seg de despeje, pero se mantuvieron estables durante 0.2 seg de despeje de una falla trifásica en la estación *AD* en una de las líneas de 132 kV a la estación *AC*. Las curvas 3-S-5, 3-S-6 y 3-S-7 (Figs. 7, 8 y 9) muestran que, con una

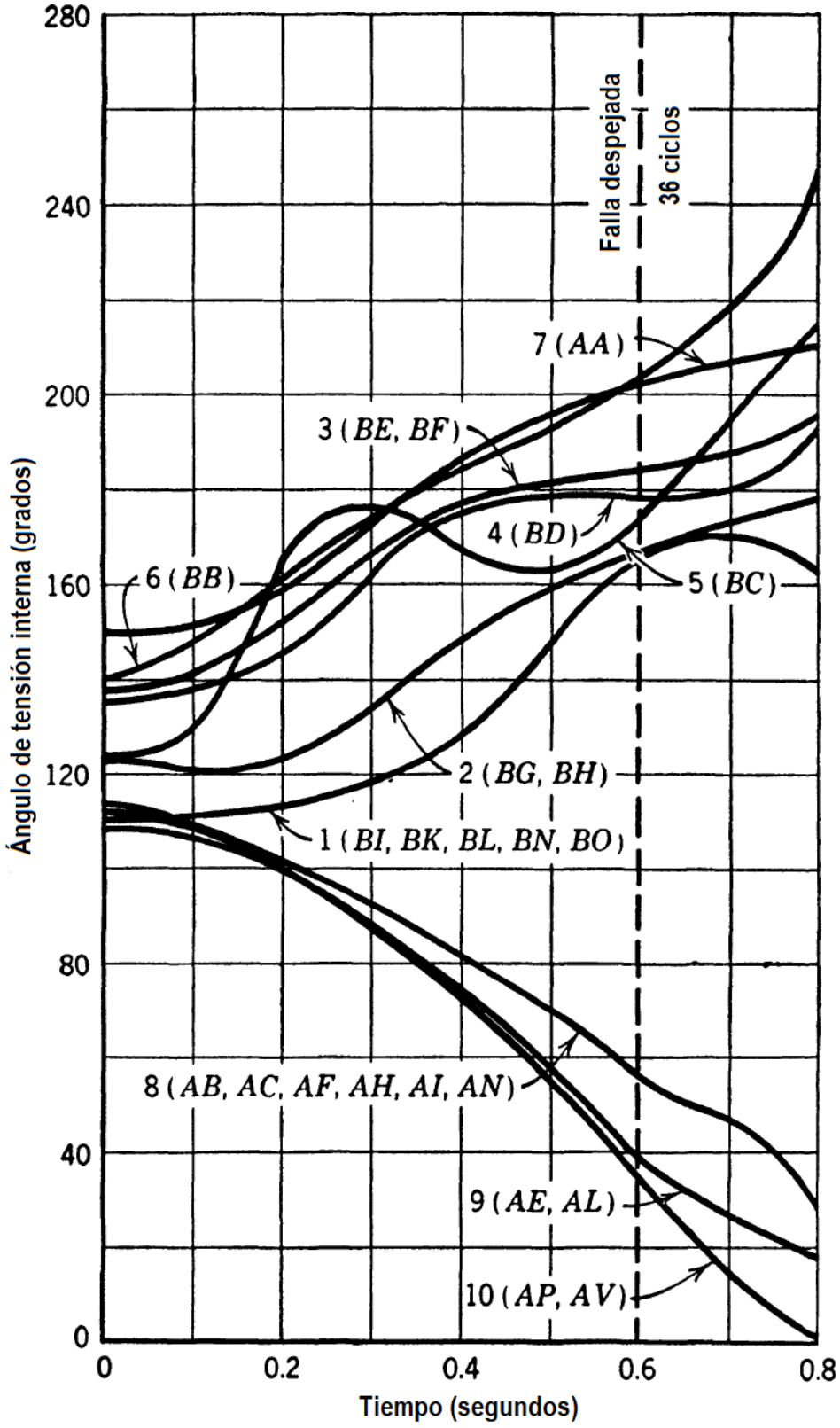


Figura 9

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 3-S-7, condición de carga 1, falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación *AD* en la línea de 132 kV a la estación *AC* despejada en 0.6 segundos. Inestable.

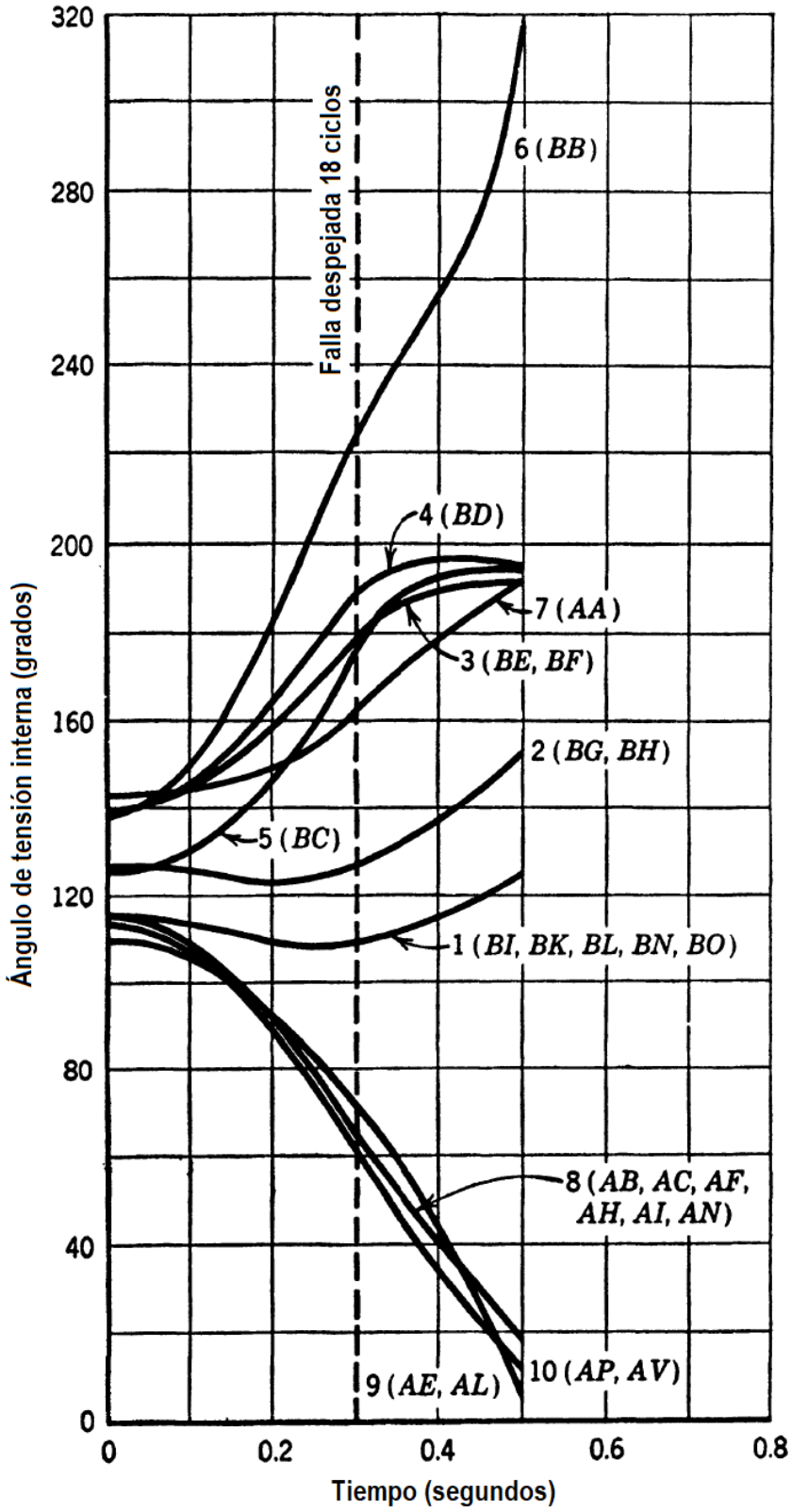


Figura 10

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 4-S-1, condición de carga 1, reactores de derivación de 15,000 kVA agregados en la barra de baja tensión de la estación *BB*, falla trifásica cerca de la subestación *AD* en la línea de 132 kV a la estación *AC*, despejada en 0.3 seg. Inestable.

falla de dos líneas a tierra en la misma ubicación y con la misma condición de carga, los sistemas eran estables durante 0.5 seg de despeje e inestables durante 0.6 seg de despeje.

En todas estas curvas debe notarse que las tres estaciones generadoras principales de la compañía *A* giraron casi exactamente juntas, disminuyendo su velocidad durante la falla, actuando así, como un motor equivalente de un sistema de dos máquinas. La estación *AA* y las estaciones de la compañía *B* que estaban conectadas a 132 kV (*BB* a *BE*, inclusive) oscilaron bastante juntas, aunque no tanto como las estaciones del sistema *A* y aumentaron su velocidad, actuando como un generador equivalente. En todos los casos, la estación *BB*, la estación más cercana a la falla de este grupo, aceleró más que las demás (aunque fue seguida de cerca por la estación *AA*) y fue la primera estación de este grupo en perder el paso. Las estaciones *BG* a *BO*, que estaban más alejadas de la falla, se vieron menos afectadas, pero tendieron a quedarse con las otras estaciones de la compañía *B*.

Estudio de propuesta de cambios en la estación *BB*. Como se descubrió que la estación *BB* era la primera estación de la empresa *B* en perder el paso durante las fallas en el sistema de transmisión de 132 kV de la empresa *A*, se pensó que cualquier medida que se tomara para ayudar a que esta estación permaneciera en el paso podría mejorar materialmente la estabilidad de los sistemas interconectados. Se estudiaron tres cambios diferentes.

Uso de reactores de derivación. El diseño de los generadores de la estación BB contempló operación normal al 80% de factor de potencia en atraso. En realidad, sin embargo, estas máquinas solían operar cerca del factor de potencia unitario. Tal operación provocaba que las máquinas tuvieran una tensión interna inferior a la normal y tendían a volverlas inestables. Se realizaron estudios para mostrar el efecto de conectar reactores de derivación a las barras de baja tensión en la estación *BB* para colocar una carga de atraso de aproximadamente 15 MVAR en las máquinas y, por lo tanto, aumentar sus tensiones internas.

Las condiciones de carga iniciales con los reactores agregados se obtuvieron en la ejecución de carga 4 y diferían solo ligeramente de las condiciones de la ejecución de carga 3. Se utilizó el mismo grupo de generadores. Se supusieron fallas trifásicas y de dos líneas a tierra en el mismo lugar que antes, es decir, cerca de la estación *AD* en una línea de 132 kV a la estación *AC*. La curva 4-S-1 (Fig. 10) muestra que el sistema estuvo inestable durante 0.3 seg despejando una falla trifásica, mientras que la curva 3-S-4 (Fig. 6) muestra que el sistema se mantuvo estable durante 0.2 seg despejando tal falla sin el uso de reactores de derivación en la estación *BB*. Por lo tanto, es evidente que la adición de los reactores no aumentaría el tiempo de despeje máximo permisible para una falla trifásica hasta en 0.1 seg. La curva 4-8-2 (Fig. 11) muestra que era permisible un tiempo de despeje de 0.7 segundos para una falla de dos líneas a tierra, y la curva 3-S-6 (Fig. 8) muestra un tiempo de despeje permisible de 0.5 seg si no se utilizan reactores. Por lo tanto, una ganancia de al menos 0.2 seg en el tiempo de despeje permisible de una falla de dos líneas a tierra resultaría del uso de los reactores.

Uso de resistencias en serie. R. C. Bergvall [1] propuso un método para aumentar la estabilidad de los generadores hidroeléctricos cortando automáticamente las resistencias en serie con ellos durante las fallas y, por lo tanto, manteniendo su carga y disminuyendo su aceleración durante las fallas. Como este método parecía ofrecer una posibilidad para estabilizar la estación *BB*, se estudió en el tablero de control. Se encontró una resistencia de 7,2 ohmios por fase, conectada en serie con cada uno de los cuatro generadores de 7,500 kVA y 6,600 voltios, para mantener prácticamente la

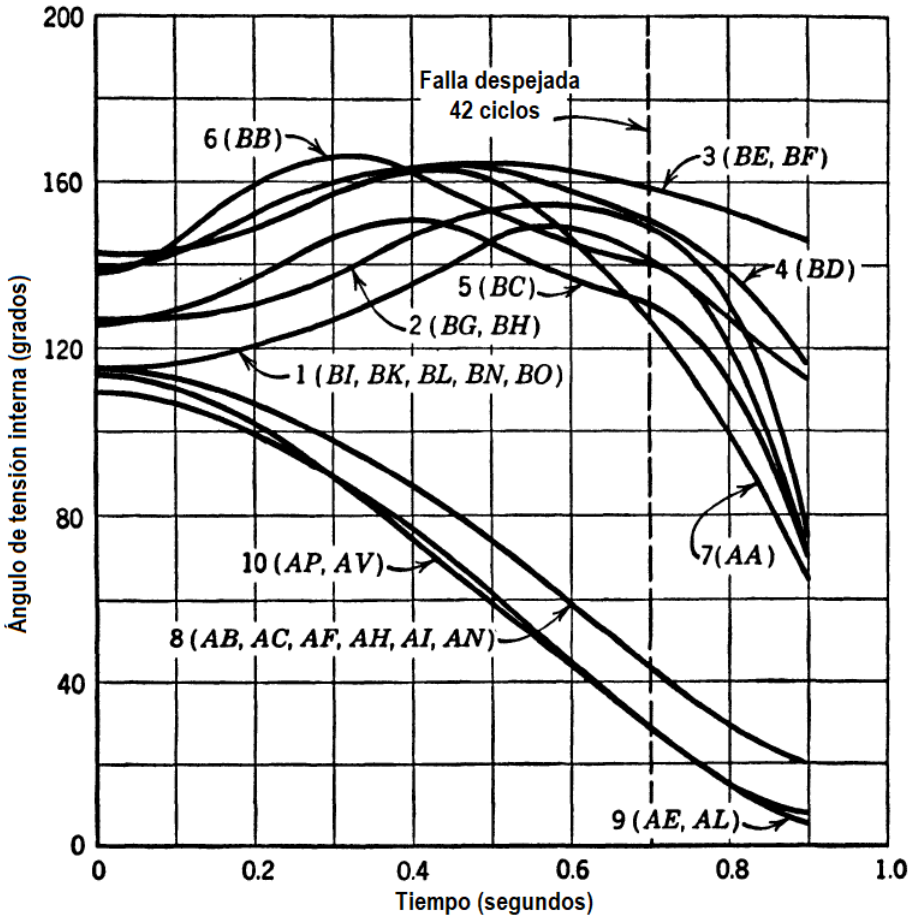


Figura 11

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 4-S-2, condición de carga 1, reactores de derivación de 16,000 kVA agregados en la barra de baja tensión de la estación *BB*, falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación AD en la línea de 132 kV a la estación *AC*, despejado en 0.7 seg. Estable.

carga total en los generadores durante la falla. Se supuso que las resistencias de este valor se conectaban al circuito 0.1 seg después de que ocurriera la falla y se cortocircuitaban nuevamente 0.2 seg después de eliminar la falla. El resultado se muestra en la curva 3-S-8 (Fig. 12), en la que una falla de dos líneas a tierra cerca de la estación *AD* en una línea de 132 kV a la estación *AC* causó inestabilidad cuando se despejó en 0.7 seg. Sin embargo, este parecía ser un caso límite y parecía seguro con-

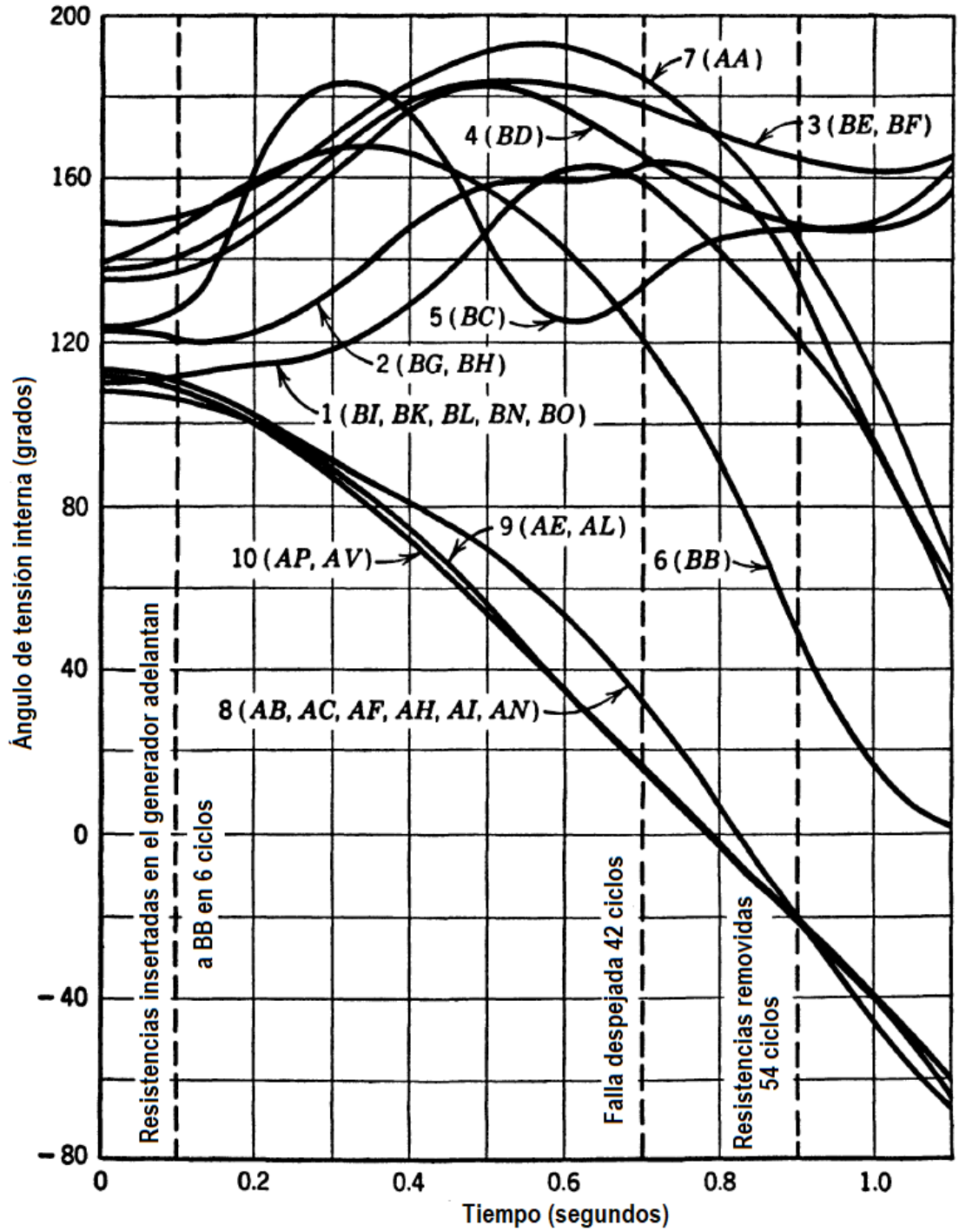


Figura 12

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 3-S-8, condición de carga 1, falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación *AD* en la línea de 132 kV a la estación *AC*, despejada en 0.7 seg; Resistores de 7.2 ohms insertados en los cables del generador BB de la estación 0.1 segundos después del inicio de la falla y retirados 0.2 segundos después de eliminar la falla. Inestable.

cluir que la eliminación de la falla en 0.6 seg habría hecho que el sistema fuera estable. La comparación de este resultado con la curva 3-S-6 (Fig. 8) para las mismas condiciones, pero sin las resistencias en serie mostró un aumento del tiempo de despeje permisible de solo 0.1 seg.

Disminución de la reactancia transitoria. Los cuatro generadores grandes en la estación *BB* tenían una reactancia transitoria anormalmente alta del 65% según la prueba. Sin duda, este alto valor de la reactancia disminuyó la estabilidad de la esta-

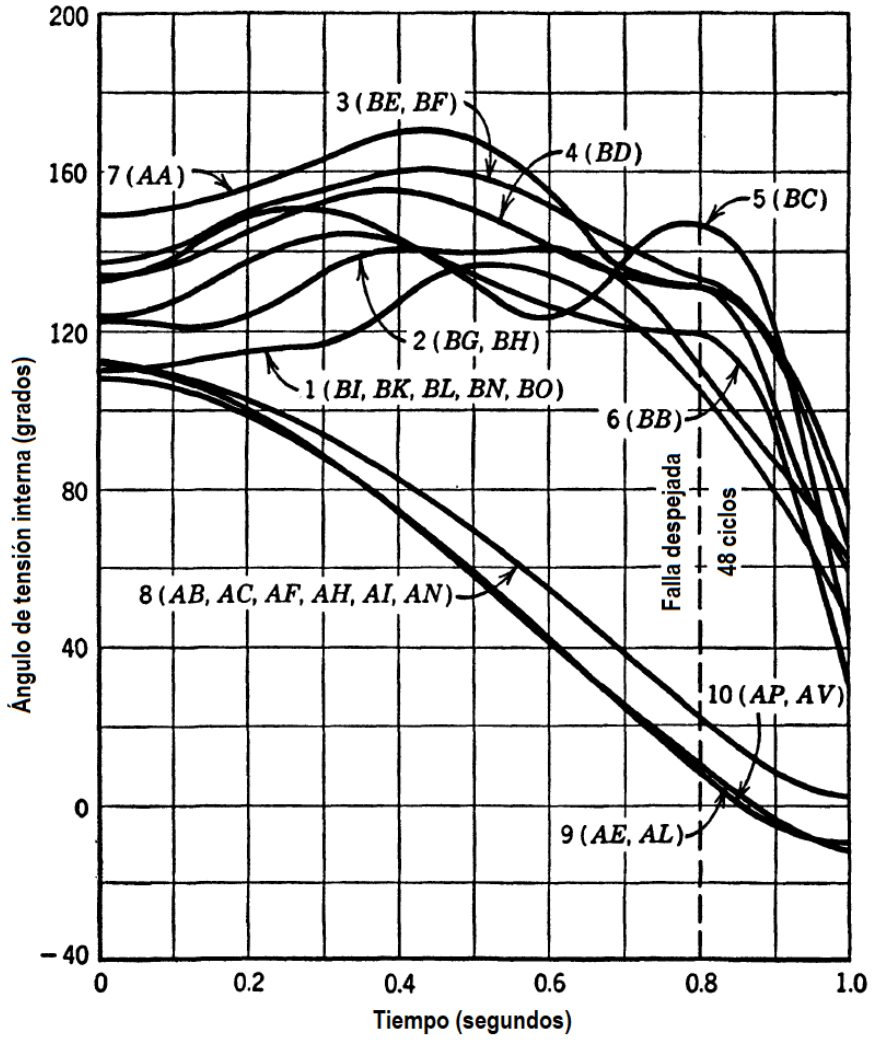


Figura 13

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 3-S-10, condición de carga1, reactancia transitoria de los generadores de la estación *BB* reducida del 65 al 35 %, falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación *AD* en la línea de 132 kV a la estación AC, despejado en 0.8 seg. Estable.

ción *BB*. Para determinar el efecto de un valor más bajo de reactancia transitoria para estas máquinas, se tomó la curva 3-S-10 (Fig. 13) con la reactancia asumida como 35%. Los resultados mostraron que la eliminación de 0.8 seg de una falla de dos líneas a tierra haría que el sistema fuera estable. Esto representó una mejora de 0.3 seg. sobre el despeje de 0.5 seg que era necesario para las mismas condiciones de falla, pero con el alto valor de la reactancia transitoria.

Fallas en el sistema de 44 kV de la empresa A. Se probaron fallas trifásicas y dos líneas a tierra cerca de la estación *AE* en la línea de 44 kV a la estación *AS* en condición de carga 1. Curvas 3-S-1 y 3-S -2 (Figs. 14 y 15) muestran que los sistemas permanecieron estables para cualquier tipo de falla despejada en 0.4 segundos. No se

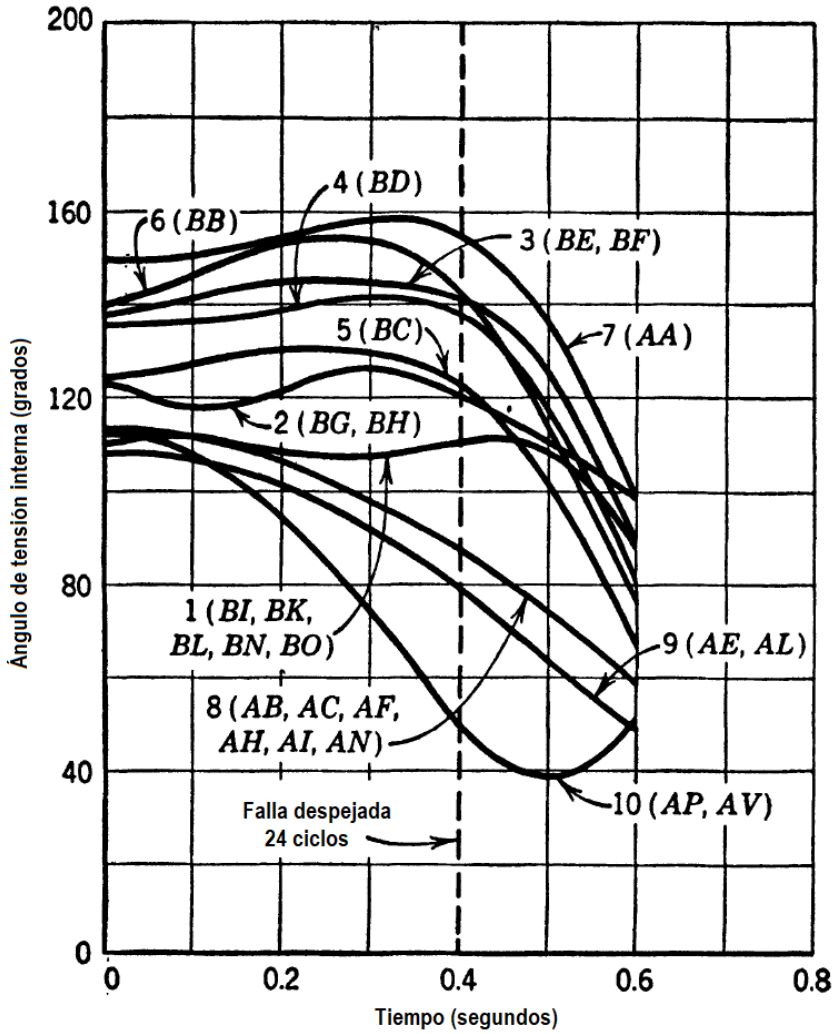


Figura 14

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 3-S-1, condición de carga 1, falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación *AE* en la línea de 44 kV a la subestación *AS*, despejada en 0.4 segundos. Estable.

obtuvo el caso límite para una falla de dos líneas a tierra, y se consideró permisible un despeje de 0.5 segundos. Una falla en los circuitos de baja tensión de cualquiera de las grandes estaciones que toman las líneas de 132 kV de la empresa *A* tendría aproximadamente la misma gravedad en cuanto a la estabilidad.

Falla en la línea de 44 kV entre las estaciones *BE* y *BG*. El efecto de una falla de dos líneas a tierra cerca de la estación *BE* en la línea de 44 kV a la estación *BG* bajo la condición de carga 1 se muestra en las curvas 5-S-1, 5-S-2 y 5-S-3 (Figs. 16, 17 y 18). Los generadores se reagruparon como se muestra para la ejecución 5 en la

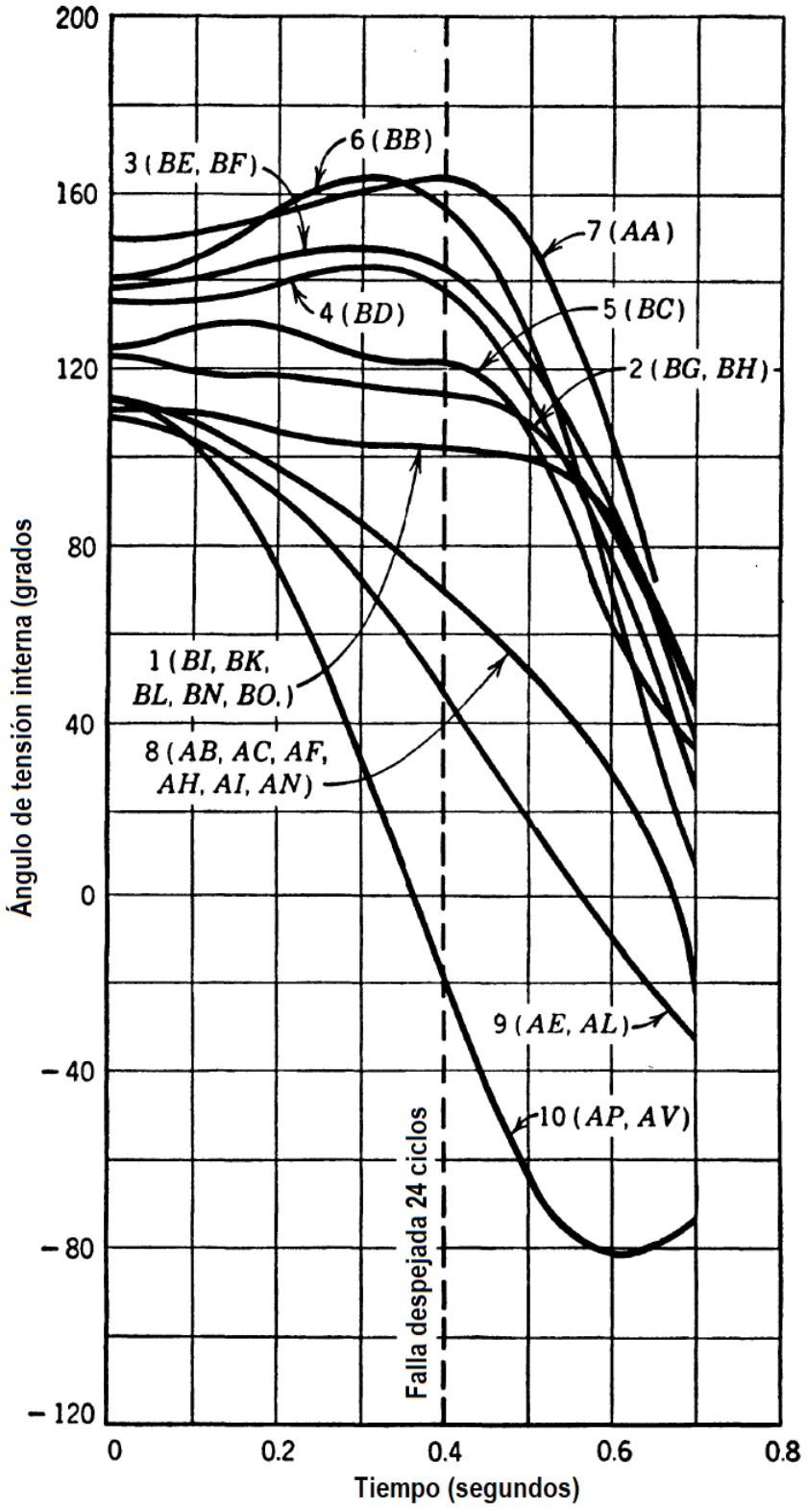


Figura 15

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 3-S-2, condición de carga 1, falla trifásica cerca de la subestación *AE* en la línea de 44 kV a la subestación *AS*, despejada en 0,4 segundos. Estable.

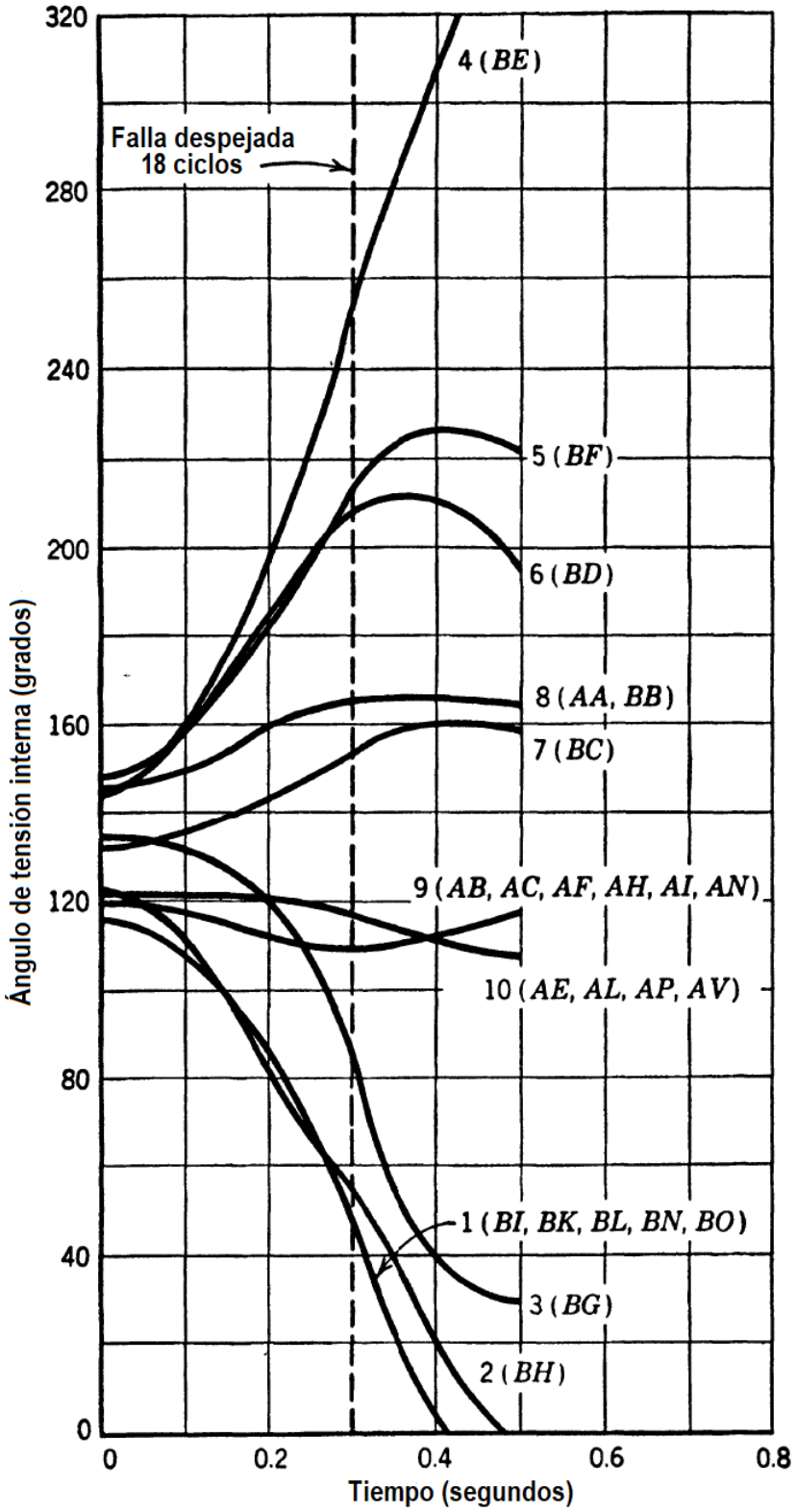


Figura 16

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 5-S-1, condición de carga 1, falla de dos líneas a tierra cerca de la estación *BE* en la línea de 44 kV a la estación *BG*, despejada en 0.3 segundos. Inestable.

Tabla 3 para brindar una representación más detallada cerca de la falla y una representación menos detallada lejos de ella.

La curva 5-S-1 muestra que el sistema es inestable con un despeje de 0.3 seg. La estación *BE*, que estaba más cerca de la falla, se adelantó y se desmarcó del resto. Las

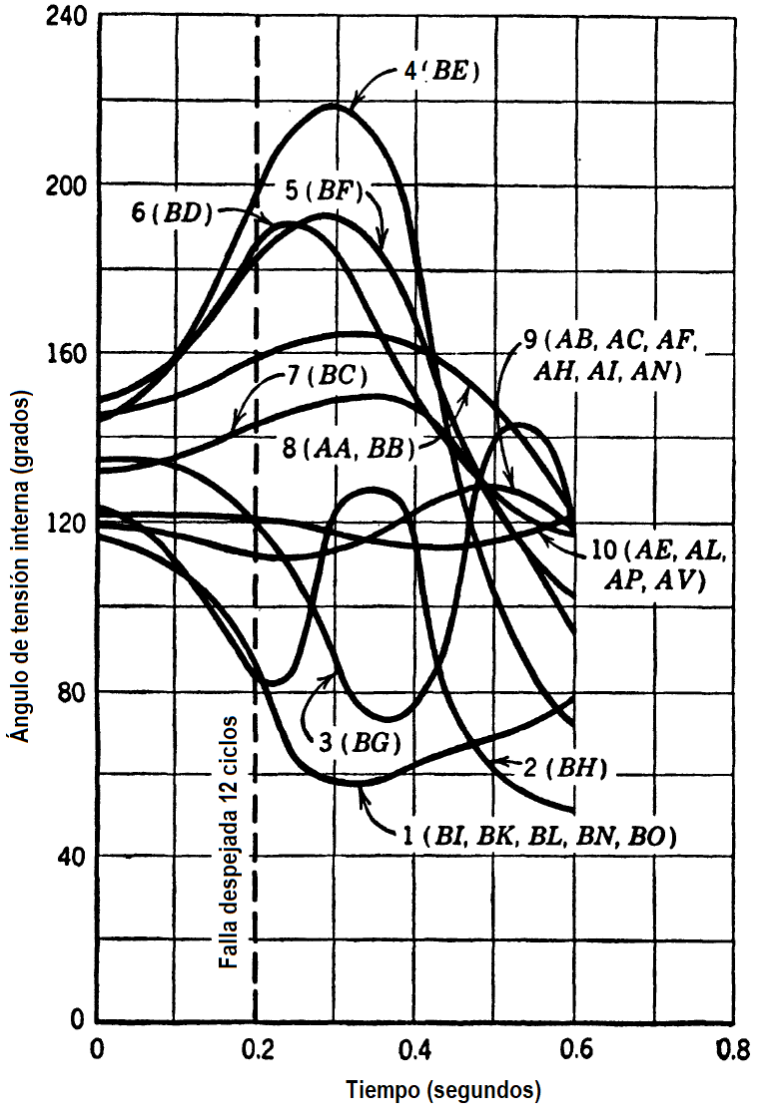


Figura 17

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 5-S-2, condición de carga 1, falla de dos líneas a tierra cerca de la estación *BE* en la línea de 44 kV a la estación *BG*, despejada en 0.2 seg. Estable.

estaciones *BD* y *BF* también aumentaron su velocidad y las estaciones *BG* a *BO* disminuyeron su velocidad. Cabe señalar que el flujo inicial de energía fue del primero al segundo grupo de estaciones, que pueden considerarse como el generador y el motor equivalentes, respectivamente, de un sistema de dos máquinas. Las estaciones *BB* y *BC* se vieron poco afectadas y las estaciones de la compañía A apenas se vieron afectadas.

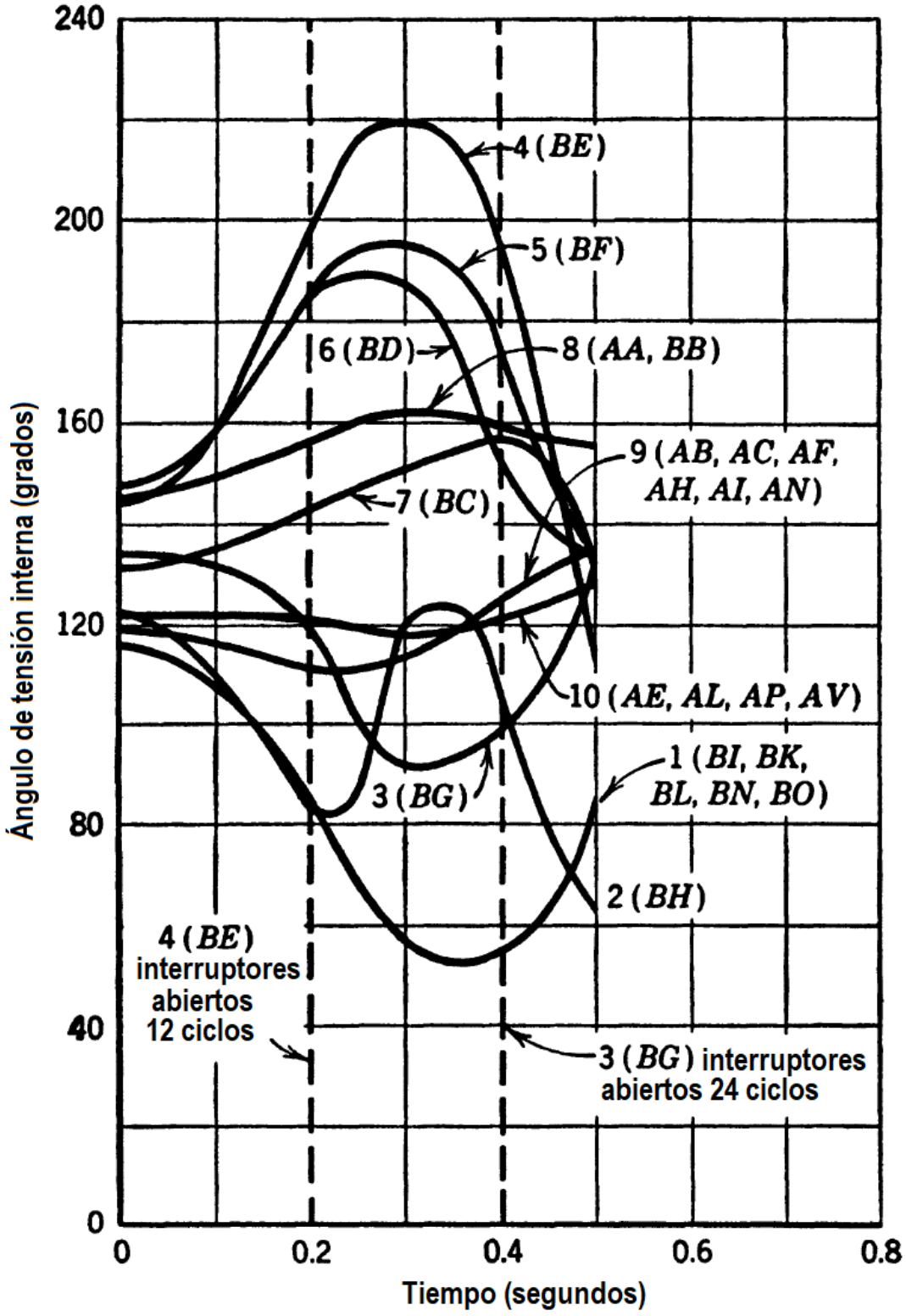


Figura 18

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 5-S-3, condición de carga 1, falla de dos líneas a tierra cerca de la estación *BE* en la línea de 44 kV a la estación *BG*, despejada en 0.2 segundos en *BE* y en 0.4 segundos en *BO*. Estable.

La curva 5-S-2 muestra que el sistema es estable con un despeje de 0.2 segundos en ambos extremos de la línea. También fue estable, como lo muestra la curva 5-S-3, con despeje secuencial en 0.2 segundos en la estación *BE* y en 0.4 segundos en la estación *BG*.

Fallas en la línea de 44 kV entre las estaciones *BG* y *BH*. El efecto de una falla de dos líneas a tierra cerca de la estación *BG* en la línea de 44 kV a la estación *BH* se determinó para la condición de carga 1. Los generadores se reagruparon, como se muestra en la Tabla 3 para la ejecución 6, para brindar más detalles en la vecindad de

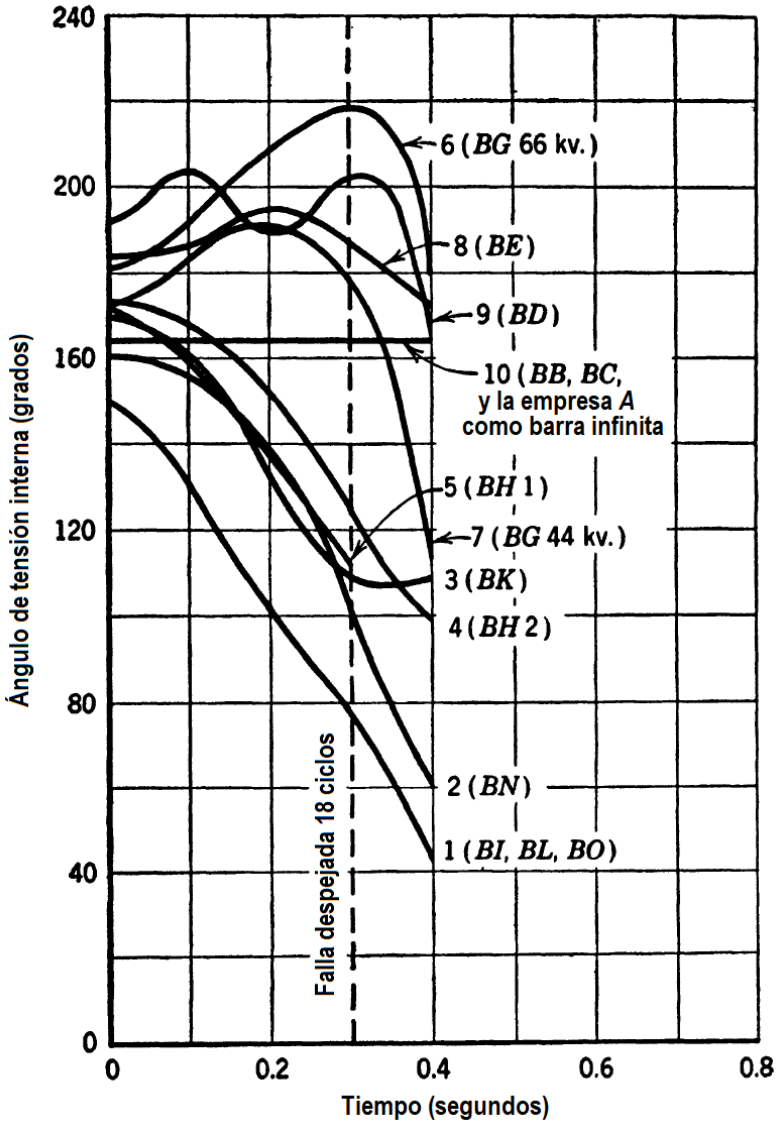


Figura 19

Curvas de oscilación, Estudio 1, recorrido de estabilidad 6-S-1, condición de carga 1, falla de dos líneas a tierra cerca de la estación *BG* en la línea de 44 kV a la estación *BH*, despejada en 0,3 segundos. Estable.

la falla, incluyendo la separación de las estaciones *BG* y *BH* en dos partes cada una. Las máquinas de la empresa A, junto con las estaciones *BB* y *BC*, todas las cuales resultaron estar ligeramente afectadas por una falla entre *BE* y *BG*, se representaron

en esta corrida como una barra infinita. La curva 6-S-1 (Fig. 19) muestra que el sistema es estable durante 0.3 segundos despejando en ambos extremos de la línea. La dirección general del flujo de energía era hacia el este. Durante la falla, las estaciones

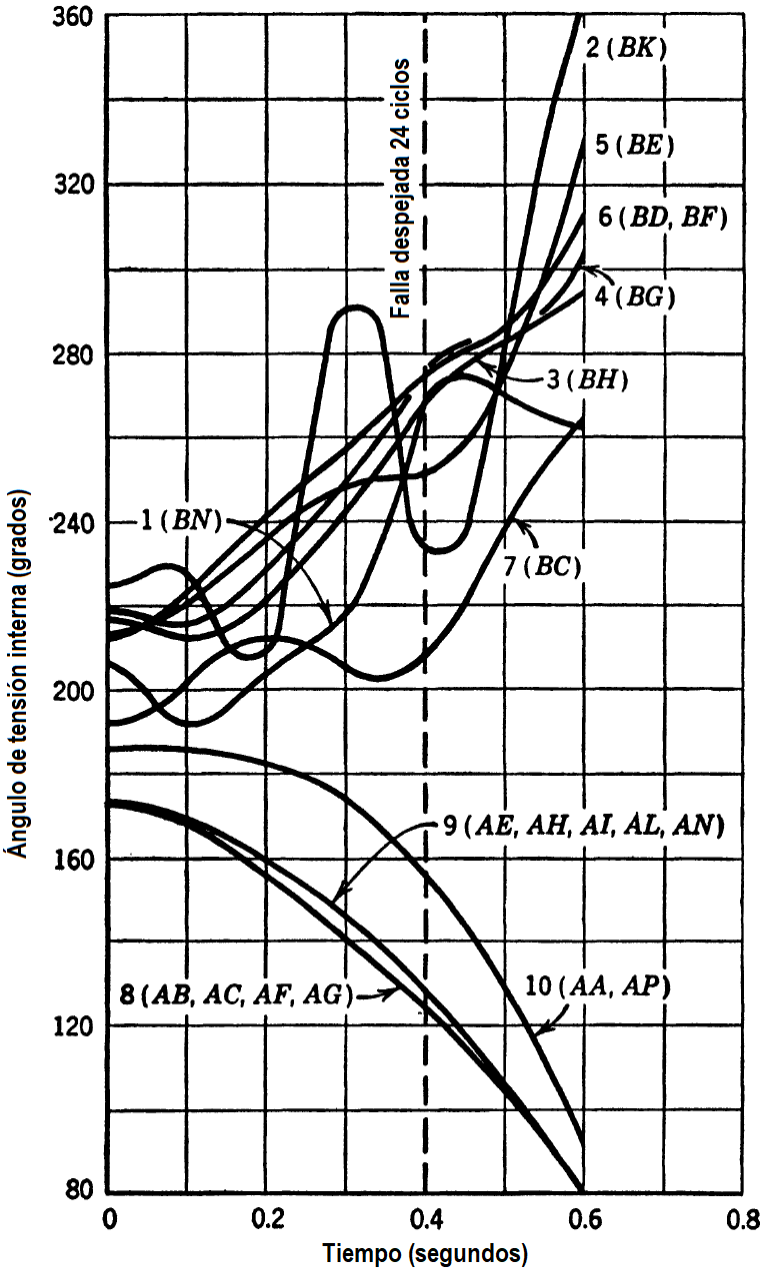


Figura 20

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 7-S-1, condición de carga 2, falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación *AD* en la línea de 132 kV a la estación *AC*, despejada en 0.4 segundos. Inestable.

al oeste de la falla (generadores equivalentes) aumentaron su velocidad y las estaciones al este de la falla (motores equivalentes) disminuyeron su velocidad.

Estabilidad durante la condición de carga 2. En esta condición de carga, como ya se mencionó, la estación *BB* y la mayoría de los generadores en la estación *BC* se

apagaron y se transmitió más energía de la empresa *B* a la empresa *A* que en la condición de carga anterior. Los generadores se agruparon de una manera (que se muestra en la Tabla 3 para la ejecución 7) que se consideró adecuada para fallas en --

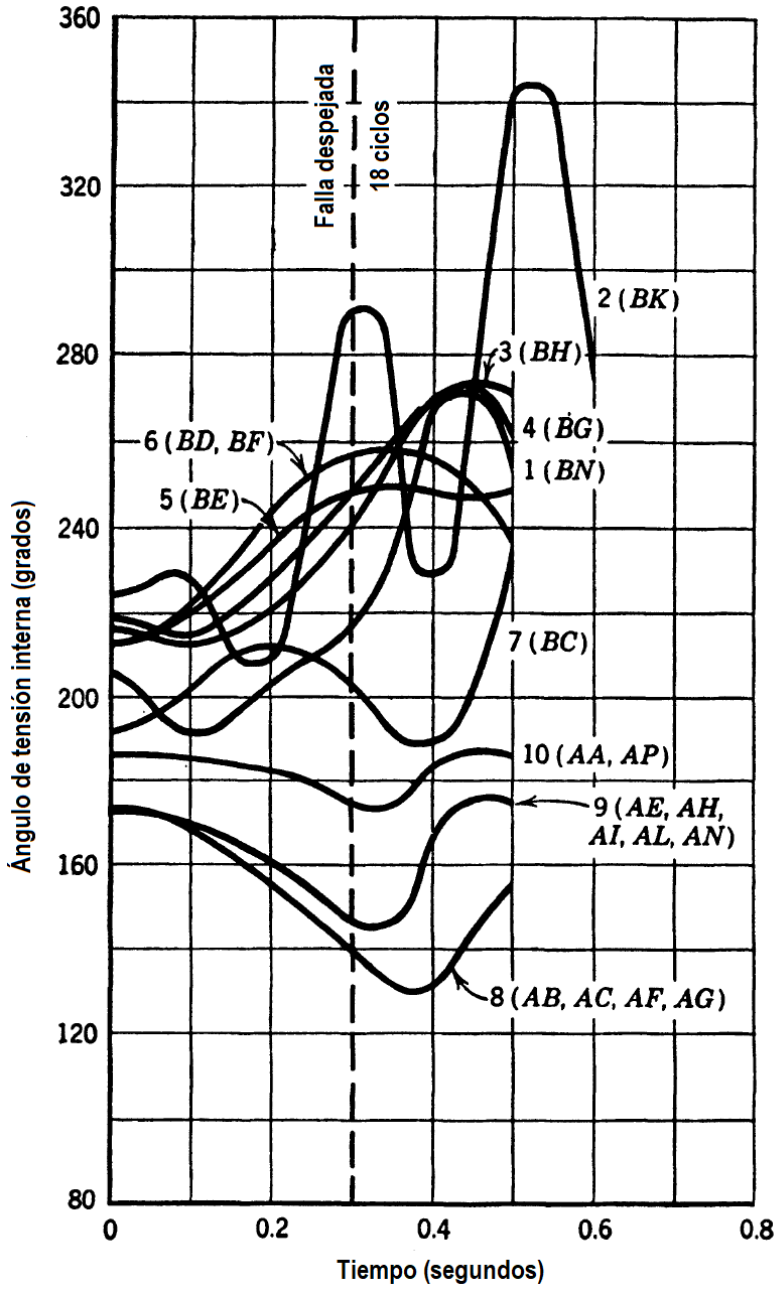


Figura 21

Curvas de oscilación, Estudio 1, recorrido de estabilidad 7-S-2, condición de carga 2, falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación AD en la línea de 132 kV a la estación AC, despejada en 0.3 segundos. Estable.

cualquiera de las dos ubicaciones – cerca de *AD* en la línea de 132 kV a *AC* o cerca de *BE* en la línea de 44 kV a *BG*.

Las curvas 7-S-1 y 7-S-2 (Figs. 20 y 21) muestran que, para una falla de dos líneas a tierra en la ubicación anterior, los sistemas se mantuvieron estables durante 0.3 seg.

despejados e inestables durante 0.4 seg despejados. Se observará que el tiempo de despeje permisible de 0.3 seg para esta condición de carga fue considerablemente más corto que el tiempo de despeje permisible de una falla similar bajo la condición de carga 1, que resultó ser de 0.5 seg. Esto se puede atribuir a tres razones:

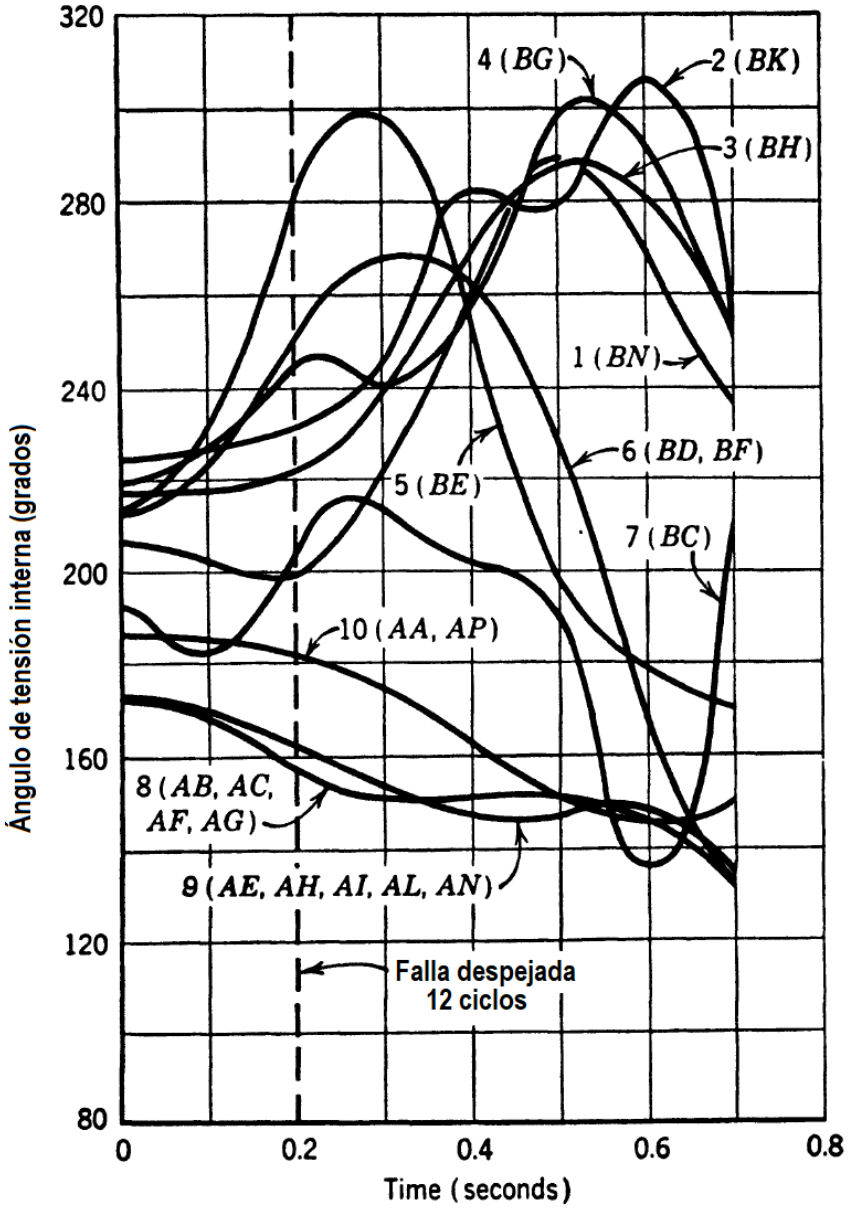


Figura 22

Curvas de oscilación, Estudio 1, corrida de estabilidad 7-S-3, condición de carga 2, falla de dos líneas a tierra cerca de la estación *BE* en la línea de 44 kV a la estación *BG*, despejada en 0.2 seg. Estable.

1. La cantidad de energía transferida de la empresa *B* a la empresa *A* fue mayor en la condición de carga 2 que en la condición de carga 1.

2. Con el cierre de la estación *BB*, gran parte de la energía que antes suministraba tuvo que transmitirse desde una distancia mayor. El resultado fue un mayor

desplazamiento angular entre los generadores de los dos sistemas en estado estacionario y, por tanto, un funcionamiento menos estable en el estado transitorio.

3. Cuando la estación *BB* estaba en la línea, independientemente de la cantidad de energía suministrada por ella, servía para soportar la tensión cerca de la mitad de la línea de interconexión y, por lo tanto, para mejorar la estabilidad transitoria y de estado estable. En la condición de carga 2, la estación *BB* se cerró y este efecto fue inexistente.

No se determinó el tiempo de despeje permisible de una falla trifásica, pero, como era de 0.2 seg bajo la condición de carga 1, sería de 0.2 seg o menos bajo la condición de carga 2.

La curva 7-S-3 (Fig. 22) para una falla de dos líneas a tierra cerca de *BE* en la línea de 44 kV a *BG* muestra una condición estable para un despeje de 0.2 seg en ambos extremos. Se consideró probable que el despeje secuencial, 0.2 seg en *BE* y 0.4 seg en *BG*, sería estable en la condición de carga 2, como lo fue en la condición de carga 1.

Resumen de los tiempos de despeje permitidos. Los tiempos de despeje más lentos permitidos con una operación estable, determinados a partir de las curvas de oscilación, se resumen en la Tabla 5.

Tabla 5

TIEMPOS DE DESPEJE DE FALLAS MÁS LENTAS PERMISIBLES
(ESTUDIO 1)

Condición de carga 1 (cargas diurnas estimadas de Agosto)	
Falla trifásica cerca de *AD* en la línea de 132 kV a *CA*:	0.2 seg
Falla de dos líneas a tierra cerca de *AD* en la línea de 132 kV a *CA*:	0.5 seg
Falta trifásica cerca de *AE* en la línea de 44 kV a *AS*:	0.4 seg
Falla de dos líneas a tierra cerca de *AE* en la línea de 44 kV a *AS*:	0.5 seg*
Falla de dos líneas a tierra cerca de *BE* en la línea de 44 kV a *BG*:	0.2 seg
Falla de dos líneas a tierra cerca de *BG* en la línea de 44 kV a *BH*:	0.3 seg
Condición de carga 2 (cargas nocturnas estimadas de Octubre)	
Falla trifásica cerca de *AD* en 132 kV en la línea *CA*:	0.2 seg*
Falla de dos líneas a tierra cerca de *AD* en la línea de 132 kV a *CA*:	0.3 seg
Falla de dos líneas a tierra cerca de *BE* en la línea de 44 kV a *BG*:	0.2 seg

* Estimado

Conclusiones y Recomendaciones. El estudio mostró que las características del sistema de transmisión, especialmente en lo que se refiere a la velocidad de eliminación de fallas, tenían una relación mucho más importante con el problema de mejorar la estabilidad que las características de las máquinas o estaciones individuales. Se llegó a la conclusión de que no se podía obtener una corrección

adecuada de la inestabilidad transitoria hasta que tanto los relés como los interruptores automáticos de aceite en la mayoría de los circuitos de 132 kV, en muchos de los circuitos de 44 kV y en las principales estaciones generadoras se modernizaron para obtener un despeje de fallas de alta velocidad. Si se modernizaran los relés y los interruptores automáticos de aceite, no se necesitarían otros cambios en el sistema para obtener una solución práctica de los problemas de inestabilidad que se estudiaron.

Se estudiaron tres propuestas para aumentar la estabilidad de los generadores en la estación *BB* mediante cambios en esa estación, pero la utilidad de los cambios propuestos se vio limitada por el hecho de que esta planta generalmente se apagaba, debido a las condiciones del agua, por la noche durante el otoño y las temporadas de invierno, cuando la mayor cantidad de energía se transfirió generalmente de la empresa *B* a la empresa *A* y cuando la inestabilidad de los sistemas se vio agravada por este fuerte flujo de energía. Además, los cambios en la estación *BB* tendrían muy poco efecto en mejorar la estabilidad en la mayoría de las condiciones de falla que ocurrieron en el sistema de la compañía *B*.

Se consideró la posibilidad de realizar cambios que afecten a los generadores de plantas distintas a *BB*. En todos los casos estudiados, sin embargo, se encontró que las máquinas en un área particular giraban juntas como un grupo, casi sin tener en cuenta las características de las estaciones individuales. En prácticamente todos los casos, las máquinas más cercanas a la falla mostraron la mayor tendencia a perder el sincronismo.

De las observaciones anteriores, se concluyó que cualquier cambio que pudiera hacerse en cualquiera de las estaciones generadoras sería de efecto limitado y relativamente costoso de lograr y, por lo tanto, asumiría una posición de menor importancia que no justificaría mayor estudio.

Se recomendó que se prepare un programa definitivo de mejora de relés e interruptores automáticos de aceite, teniendo en cuenta la cantidad de bien que se logrará con los diversos cambios y el costo de los cambios. También se aconsejó concentrarse en aquellos cambios que permitirían que los sistemas permanecieran estables después de una falla de dos líneas a tierra, ya que las fallas trifásicas son poco frecuentes en los sistemas de alta tensión con relevadores adecuados. La modernización de los sistemas de relés y de los interruptores automáticos de aceite no solo aumentaría la estabilidad, sino que también disminuiría los daños a los equipos y mejoraría el servicio a los clientes.

Parecía que se podía obtener la mayor mejora al menor costo en muchos puntos del sistema mediante cambios de relé. La modernización de algunos interruptores automáticos de aceite podría lograrse a un costo razonable, pero en general, sería más costoso que los cambios de relé para lograr la misma inestabilidad mejorada. Algunos otros interruptores deben reemplazarse en lugar de reconstruirse.

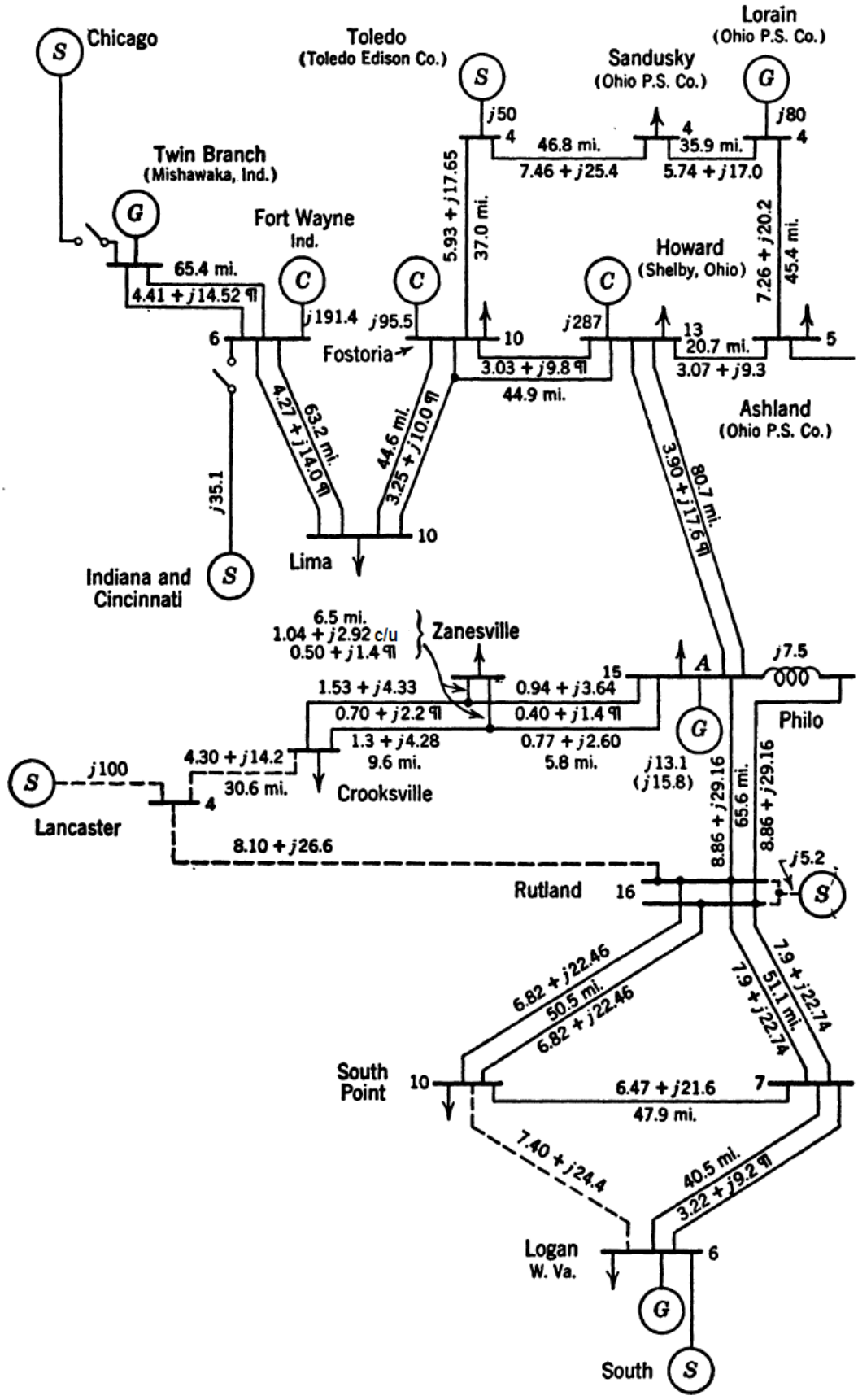
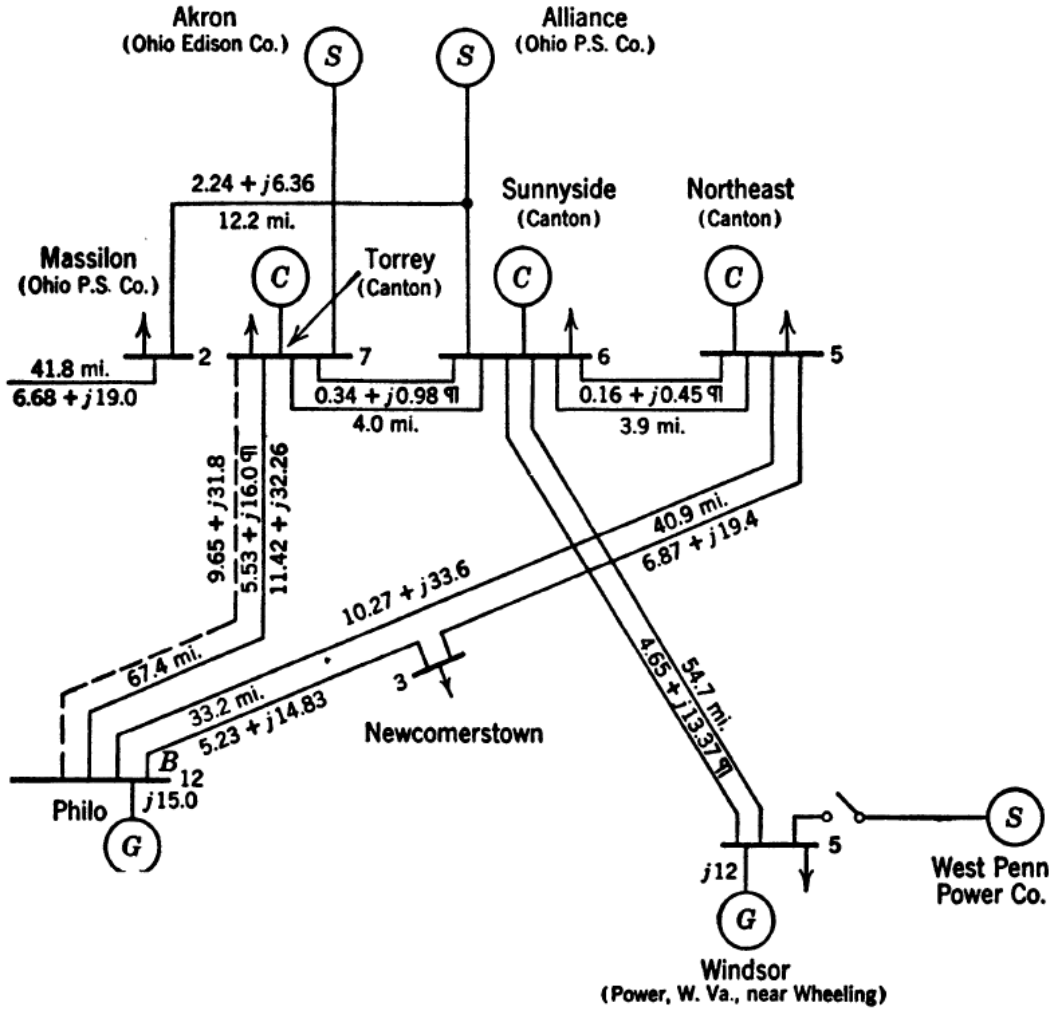
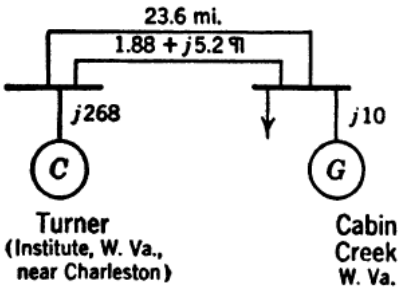
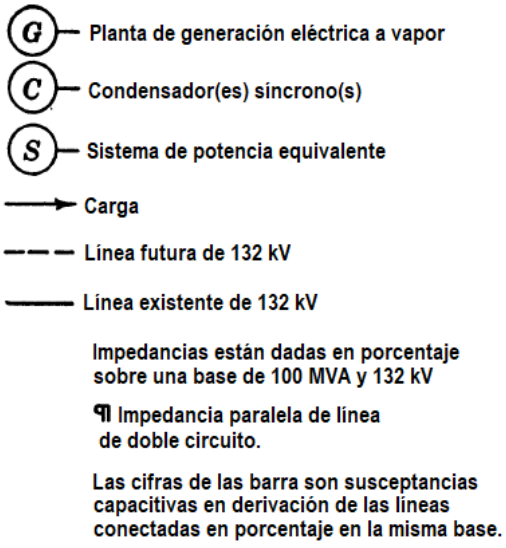


Figura 23

Sistema de transmisión central de 132 kV e interconexiones






Planta de generación eléctrica a vapor
Condensador(es) síncrono(s)
Sistema de potencia equivalente
Carga
Línea futura de 132 kV
Línea existente de 132 kV
Impedancias están dadas en porcentaje sobre una base de 100 MVA y 132 kV
¶ Impedancia paralela de línea de doble circuito.
Las cifras de las barra son susceptancias capacitivas en derivación de las líneas conectadas en porcentaje en la misma base.

de la American Gas and Electric Company (Estudio 2)

ESTUDIO 2 [2]

En 1940, Ohio Power Company estaba agregando dos nuevas unidades generadoras (números 4 y 5, de 94.5 MVA nominales cada una) a su estación generadora de electricidad a vapor en Philo (en el río Muskingum cerca de Zanesville, Ohio), aumentando así la capacidad agregada de la estación de 271.4 MVA a 460.4 MVA. Los generadores de Philo se conectaron en paralelo a través de barras colectoras de 132 kV. Los interruptores automáticos de aceite de 132 kV tenían una capacidad nominal de interrupción de 2,500 MVA. La adición de los nuevos generadores habría aumentado el servicio de interrupción de estos interruptores de aproximadamente 2,250 MVA a aproximadamente 3,150 MVA, un valor superior a su clasificación, si no se hubieran tomado medidas para limitar las corrientes de cortocircuito. Para ello se decidió instalar reactores entre dos tramos de la barra de 132 kV, que se denominarán tramos *A* y *B*.

En octubre de 1940, la Corporación Estadounidense de Servicios Eléctricos y de Gas realizó un estudio en un tablero de cómputo de c-a del sistema central de la Compañía Estadounidense de Gas y Electricidad y los sistemas interconectados, incluida la estación Philo ampliada con los reactores de barra. El estudio incluyó estudios de cortocircuito, estudios de carga y algunas pruebas de estabilidad.

El sistema estudiado se representa en la Fig. 23. Se extendía desde Indiana a través de Ohio hasta Virginia Occidental con interconexiones con Chicago, Cincinnati, el oeste de Pensilvania, Virginia y Tennessee. Las plantas generadoras de electricidad a vapor de la parte representada del sistema de American Gas and Electric Company estaban ubicadas en Twin Branch (Mishawaka, Indiana), en Philo, en Cabin Creek, West Virginia, en Logan, West Virginia y en Windsor (cerca de Wheeling), West Virginia. Las plantas generadoras de los sistemas interconectados también eran predominantemente estaciones de vapor. Todas las líneas de transmisión representadas en el estudio operaron a 132 kV. Las impedancias de las líneas y de los generadores equivalentes se dan en porcentaje sobre una base de 100 MVA en la Fig. 23; las susceptancias capacitivas de derivación totales en cada barra, resultantes de la representación π nominal de las líneas de transmisión, también se dan en porcentaje sobre la misma base. Las impedancias de los generadores equivalentes se obtuvieron simplificando los circuitos de las estaciones generadoras o condensadoras síncronas, utilizando las reactancias transitorias de las máquinas. Por ejemplo, la Fig. 24 es un diagrama simplificado de la estación Philo con las máquinas y líneas agrupadas en las secciones de la barra en la forma supuesta en el estudio de estabilidad. Los datos sobre los generadores y transformadores en esta estación se dan en la Tabla 6. Los valores de impedancia en una base de 100 MVA, tomados de esta tabla, están marcados en la Fig. 24. Por medio de combinaciones en serie y en paralelo, el circuito se simplificó aún más como se muestra en la Fig. 25. Se realizaron simplificaciones

[2] Los datos de este estudio se obtuvieron de la American Gas and Electric Service Corporation, ciudad de Nueva York, por cortesía de Philip Sporn, vicepresidente a cargo de ingeniería, Harry P. St. Clair, ingeniero de planificación de sistemas y Charles A. Imburgia.

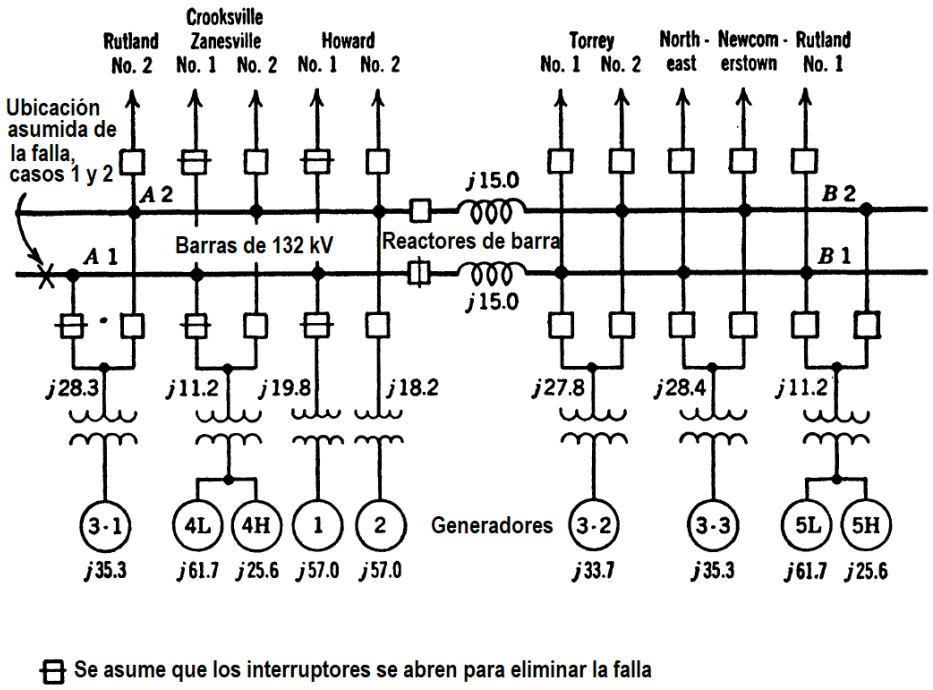


Figura 24

Estación de generación eléctrica de vapor Philo. Diagrama simplificado de una línea de las conexiones asumidas en el Estudio 2. Las impedancias están en porcentaje sobre una base de 100 MVA. Las reactancias transitorias se utilizan para los generadores.

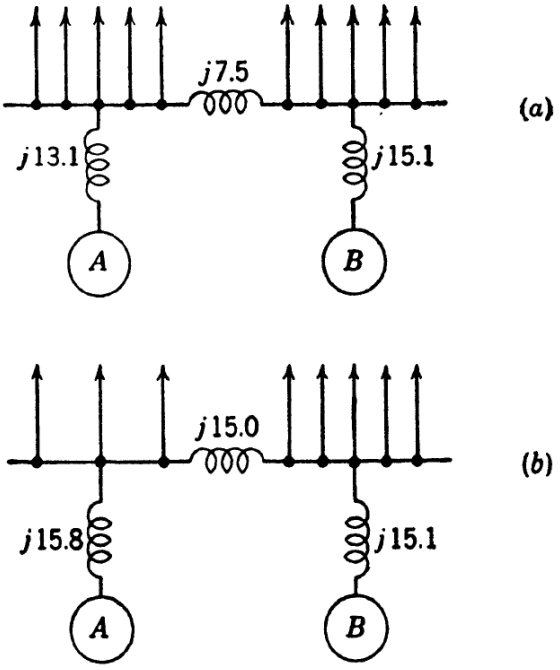


Figura 25

Planta Philo reducida a dos generadores equivalentes, *A* y *B*. Las impedancias están en porcentaje sobre una base de 100 MVA. (a) Condición normal, (b) después de despejar la falla en la sección de la barra *A*1.

similares para las otras estaciones generadoras y sistemas de energía interconectados que se muestran en la Fig. 23.

Tabla 6

DATOS SOBRE GENERADORES Y TRANSFORMADORES EN LA PLANTA PHILO

GENERADORES			x'_d % en		x''_d % en		
Número de Unidad	MVA	RPM	Nominal	100 MVA	Nominal	100 MVA	H en 100 MVA
1	42.1	1800	24.0	57.0	15.0	33.6	2.35
2	42.1	1800	24.0	57.0	15.0	33.6	2.35
3-1	62.4	1800	22.0	35.3	13.0	20.8	3.81
3-2	62.4	1800	21.0	33.7	14.0	22.4	3.81
3-3	62.4	1800	22.0	35.3	13.0	20.8	3.81
4 HP	50.7	3600	13.0	25.6	10.0	19.7	1.74
4 LP	43.8	1800	27.0	61.7	16.0	36.6	3.22
5 HP	50.7	3600	13.0	25.6	10.0	19.7	1.74
5 LP	43.8	1800	27.0	61.7	16.0	36.6	3.22

TRANSFORMADORES		x''_d % en	
Unidad	MVA	Nominal	100 MVA
T-1	45	8.9	19.8
T-2	45	8.2	18.2
T-3-1	63	17.8	28.3
T-3-2	63	17.5	27.8
T-3-3	63	17.9	28.4
T-4	120	13.4	11.2
T-5	120	13.4	11.2

Las constantes de inercia de los generadores equivalentes se enumeran en la Tabla 7. La mayoría de estos valores se basan en información detallada, pero algunos, en particular los de capacidad de generación adicional futura, se estiman a razón de 6 por 100 MVA para generadores antiguos y 5 por 100 MVA para generadores nuevos, asumiendo que los nuevos son enfriados por hidrógeno.

La configuración del tablero de cómputo era similar a la de la Fig. 23, excepto que Fort Wayne y las estaciones y sistemas al oeste y al sur estaban combinados y representados por un generador equivalente en Fort Wayne. Además, las líneas de

Tabla 7

VALORES DE LA CONSTANTE DE INERCIA *H* DE MAQUINAS SINCRONAS CON 100 MVA BASE (ESTUDIO 2)

Máquinas	Caso		
	1	2	3
Sistemas de Chicago, Indiana y Cincinnati	nc	61	76*
Generadores 1, 2 y 3 de Twin Branch, 172 MVA	7.8	7.8	7.8
Generador 4 de Twin Branch, 94 MVA	nc	nc	5.0
Condensador de Fort Wayne, 30 MVA	1.2	1.2	1.2
Total, del Oeste y Fort Wayne	9	70	90
Condensadores de Fostoria, 40 MVA	0.7	0.7	Desp.
Sistema de Toledo Edison Co., 100 MVA aprox.	6	6	7.7*
Estación generadora de Lorein de Ohio P. S. Co., 36 MVA	2.1	2.1	2.7*
Condensadores de Canton (Torrey, Sunnyside, Northeast)	2.1	2.1	2.1
Sistemas de Akron y Alliance, más de 500 MVA	8	20	36.5*
Total, Canton e interconexiones			38.6
Generadores de Windsor (Beech Bottom Power Co.), 257 MVA	15.1	15.1	15.1
Sistema de West Penn Power Co,, 1,000 MVA aprox.	nc	71.2	71.2
Total, del Este y Windsor		86.3	86.3
Philo A (gens. 1, 2, 3-1, 4) antes de despejar la falla, 241 kVA	13.5	13.5	13.5
Philo A (gens. 1, 2, 3-1, 4) despues de despejar la falla, 199 kVA	11.1	11.1	11.1
Philo B (gens. 3-2, 3-3, 5), 219 kVA	12.6	12.6	12.6
Rutland, futura capacidad instalada de Appalachian Electric Power Co. y sistemas interconectados, 1,100 MVA aprox.	60	60	nc
Lancaster, futura interconexión al este, 170 MVA aprox.	10	10	nc
Generadores de 1 al 8 de Cabin Creek	†	†	15
Generadores de Logan, 102 MVA	†	†	4.4
Plantas al sur de Logan y sistemas interconectadas. 375 MVA			22.6
Total, Logan y el sur			27

* Aumento futuro estimado / Desp.: Despreciable

† Combinado con Rutland / nc: no conectado

transmisión de doble circuito estaban representadas en el tablero por unidades de impedancia única configuradas a la impedancia de dos líneas en paralelo; cuando se suponía que un circuito debía desconectarse, la configuración de la unidad de impedancia se duplicó.

Los estudios de cortocircuito demostraron que la reactancia entre las secciones de barra *A* y *B* en Philo debe ser del 7,5 % sobre una base de 100 MVA y 132 kV para limitar el servicio de interrupción de cualquier interruptor automático a un valor ligeramente inferior a 2500 MVA. La reactancia del 7,5 % se obtendría de dos conjuntos de reactores en paralelo, como se muestra en la Fig. 24, cada uno con 15% de reactancia [3].

Se realizaron estudios de carga para determinar la capacidad de carga normal adecuada de los reactores y para encontrar la disposición de las líneas de transmisión en las dos secciones de la barra que brindarían las mejores condiciones de transmisión. En estos estudios se utilizaron cargas máximas estimadas de 1942.

En el curso de los estudios de carga, se realizaron tres corridas de estabilidad transitoria para probar la estabilidad del sistema (modificado por la adición de nuevas unidades generadoras y reactores en barra de Philo) con las líneas de interconexión a otras compañías (Chicago, Indiana y Cincinnati, y el oeste de Pensilvania) primero se abren y luego se cierran.

Las tres corridas de estabilidad transitoria se designan aquí como casos 1, 2 y 3. En los casos 1 y 2, se asumió que las estaciones generadoras propuestas o las interconexiones en Lancaster y Rutland estaban en operación, y las estaciones generadoras existentes en Logan y Cabin Creek estaban en funcionamiento combinados en un generador equivalente en Rutland. El flujo de energía activa y reactiva en ambos casos fue como se muestra en la Fig. 26. El flujo desde Philo al oeste hacia Fort Wayne fue intenso. También hubo fuertes flujos de Rutland a Philo y de Philo a Canton. En ambos casos, 1 y 2, se supuso que se producía una falla trifásica en la sección *A*l de la barra Philo de 132 kV y que se despejaría en 0,15 segundos (9 ciclos) por la acción de los relés diferenciales en 1 ciclo de la barra que abren los siguientes interruptores automáticos en 8 ciclos (vea la Fig. 24): línea 1 de Howard, línea 1 de Crooksville, generador 1 y reactor de enlace de barra 1. Las suposiciones que se han establecido representan una condición severa con respecto a la estabilidad, debido al fuerte flujo de energía a través de largas líneas de transmisión, el tipo severo de falla, la ubicación de la falla en el extremo de envío y la pérdida de un circuito largo y fuertemente cargado para despejar la falla. Se podría esperar que una falla trifásica cerca de Philo en una de las líneas a Howard produzca casi el mismo efecto que una falla en la ubicación asumida.

En el caso 1 las interconexiones a otras empresas estaban abiertas; en el caso 2 estaban cerradas. Las curvas de oscilación para los casos 1 y 2 se dan en las Figs. 27

[3] Los reactores realmente instalados tenían una capacidad nominal de 125 MVA, 138 kV, 23% de reactancia (equivalente a 20% por reactor sobre una base de 100 MVA y 132 kV).

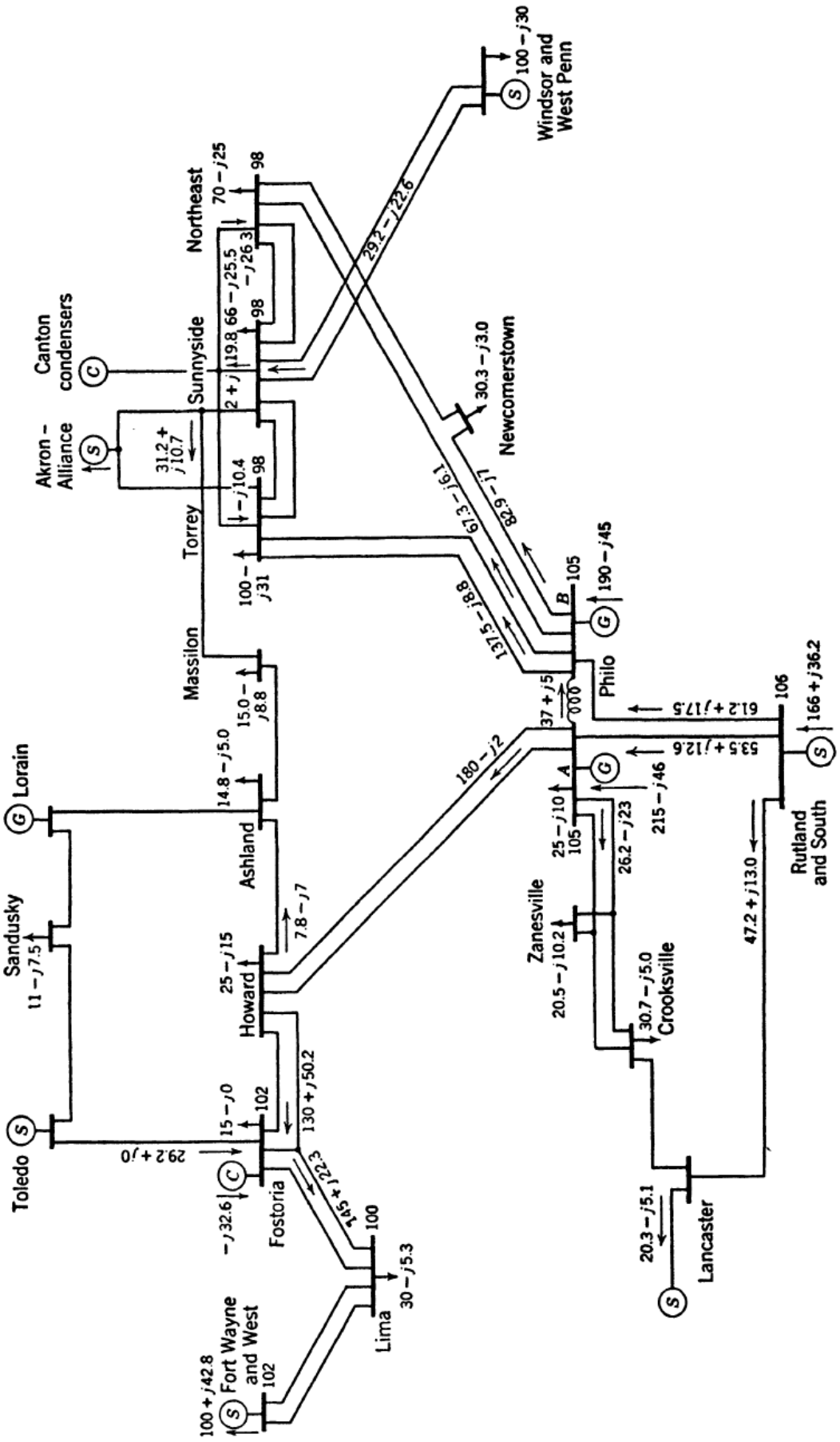


Figura 26

Condiciones de carga inicial de los casos 1 y 2, Estudio 2. El flujo de potencia activa y reactiva está dado en MW + j MVAR. Las tensiones de barra se dan en porcentaje de 132 kV

y 28, respectivamente. En el caso 1, Fort Wayne y Twin Branch se separaron del resto del sistema, pero en el caso 2, estas estaciones, respaldadas por las interconexiones a los sistemas de Chicago e Indiana, se mantuvieron al mismo paso. El movimiento de

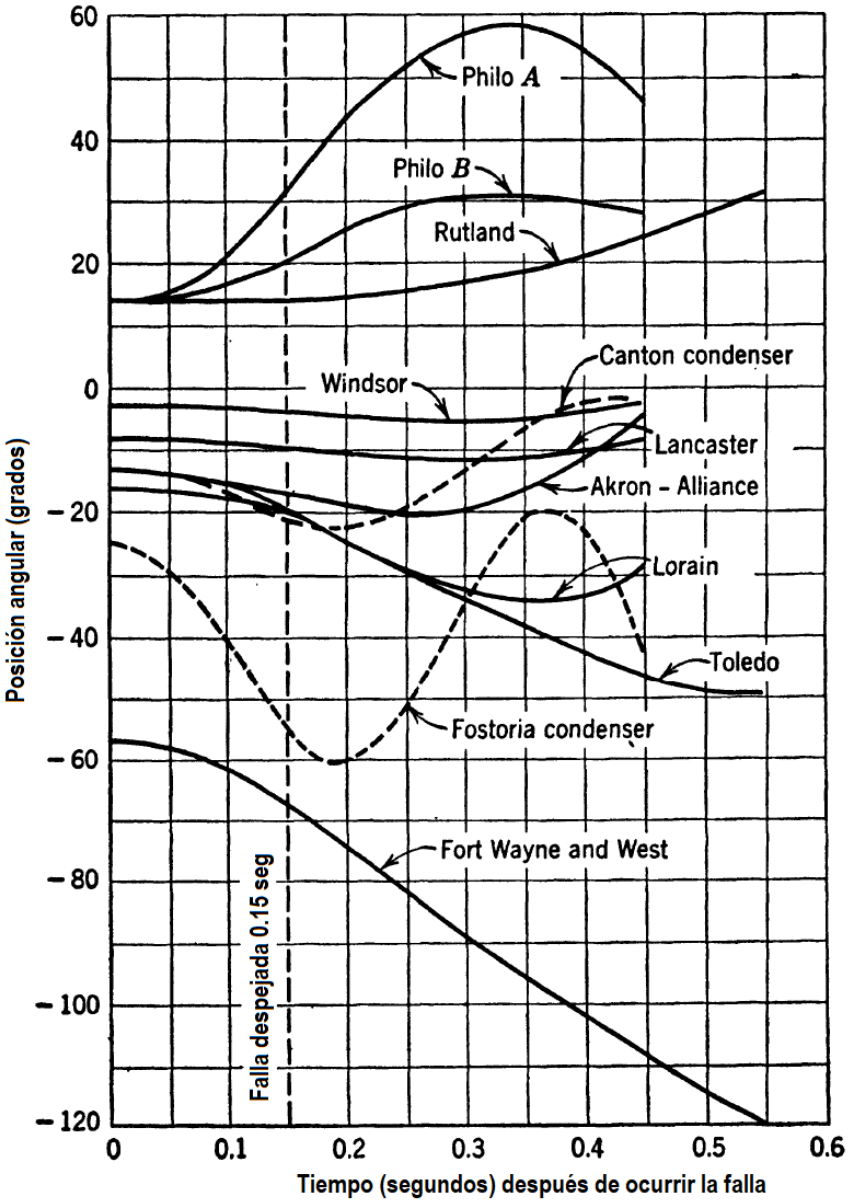


Figura 27

Curvas de oscilación, Estudio 2, caso 1. Configuración futura. Plantas generadoras en Lancaster y Rutland. Interconexiones abiertas. Falla trifásica en la sección de barra *A*1 de 132 kV de Philo que se despejó en 0.15 segundos al abrir la línea 1 de Howard, la línea 1 de Crooksville, el generador 1 y el reactor 1 de enlace de barra. Inestable.

las otras máquinas era casi el mismo en ambos casos. Philo *A*, la máquina más cercana a la falla, perdió toda su carga mientras la falla estaba activa y aceleró más que cualquier otra máquina. Philo *B*, separado de Philo *A* por el reactor de enlace, también aceleró, aunque menos que Philo *A* porque perdió menos carga. Las otras centrales generadoras fueron poco afectadas. Los condensadores síncronos, cuyas curvas de oscilación se muestran con líneas discontinuas, tenían una inercia muy baja y

oscilaban con un período más corto que las estaciones generadoras. Debido a su pequeña inercia, tuvieron poco efecto sobre el resto del sistema y no se representaron por separado en el caso 3.

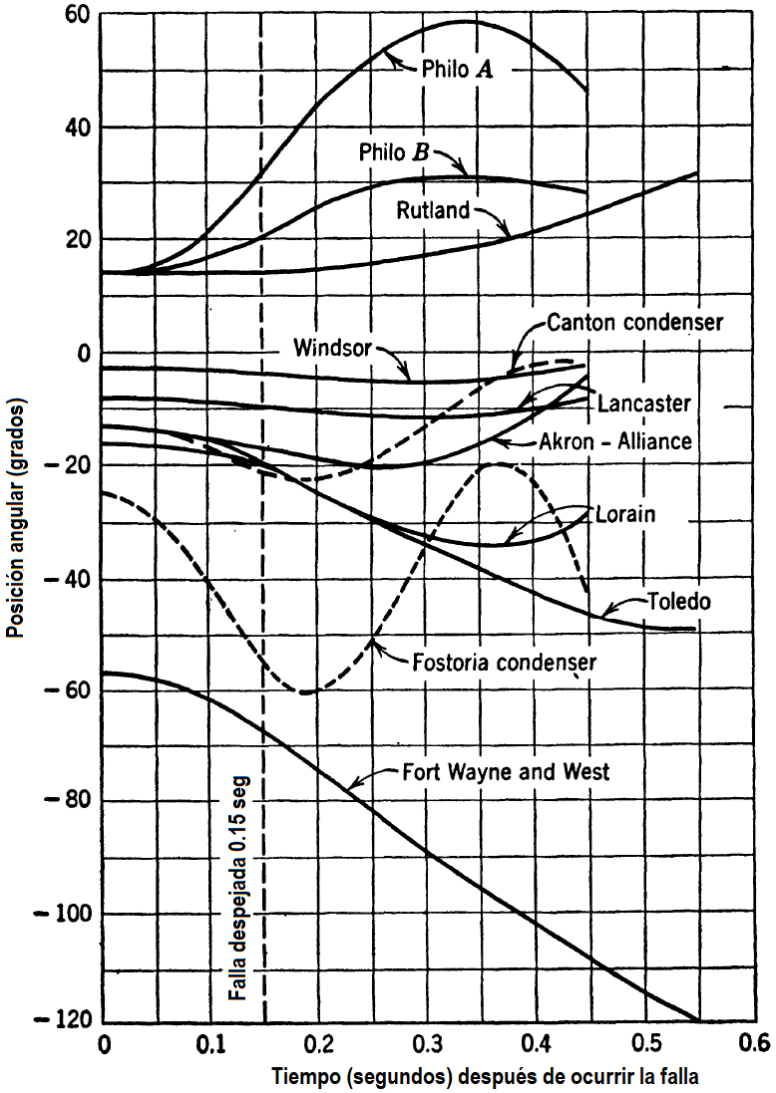


Figura 28

Curvas de oscilación, Estudio 2, caso 2. Configuración futura. Plantas generadoras en Lancaster y Rutland. Interconexiones cerradas. Falla trifásica en la sección de barra *A*1 de 132 kV de Philo que se despejó en 0.15 segundos al abrir la línea 1 de Howard, la línea 1 de Crooksville, el generador 1 y el reactor 1 de enlace de barra. Estable.

El Caso 3, que representa las condiciones futuras inmediatas, se estableció sin las estaciones generadoras propuestas en Lancaster y Rutland, pero con las estaciones existentes al sur de Philo en Logan y Cabin Creek en operación, y con interconexiones a otras compañías cerradas. Las cargas fueron como se muestra en la Fig. 29, sustancialmente las mismas que para los casos 1 y 2. Se supuso que ocurría una falla trifásica en la sección *A*2 de la barra de 132 kV en Philo y que se despejaría en 0.15 -

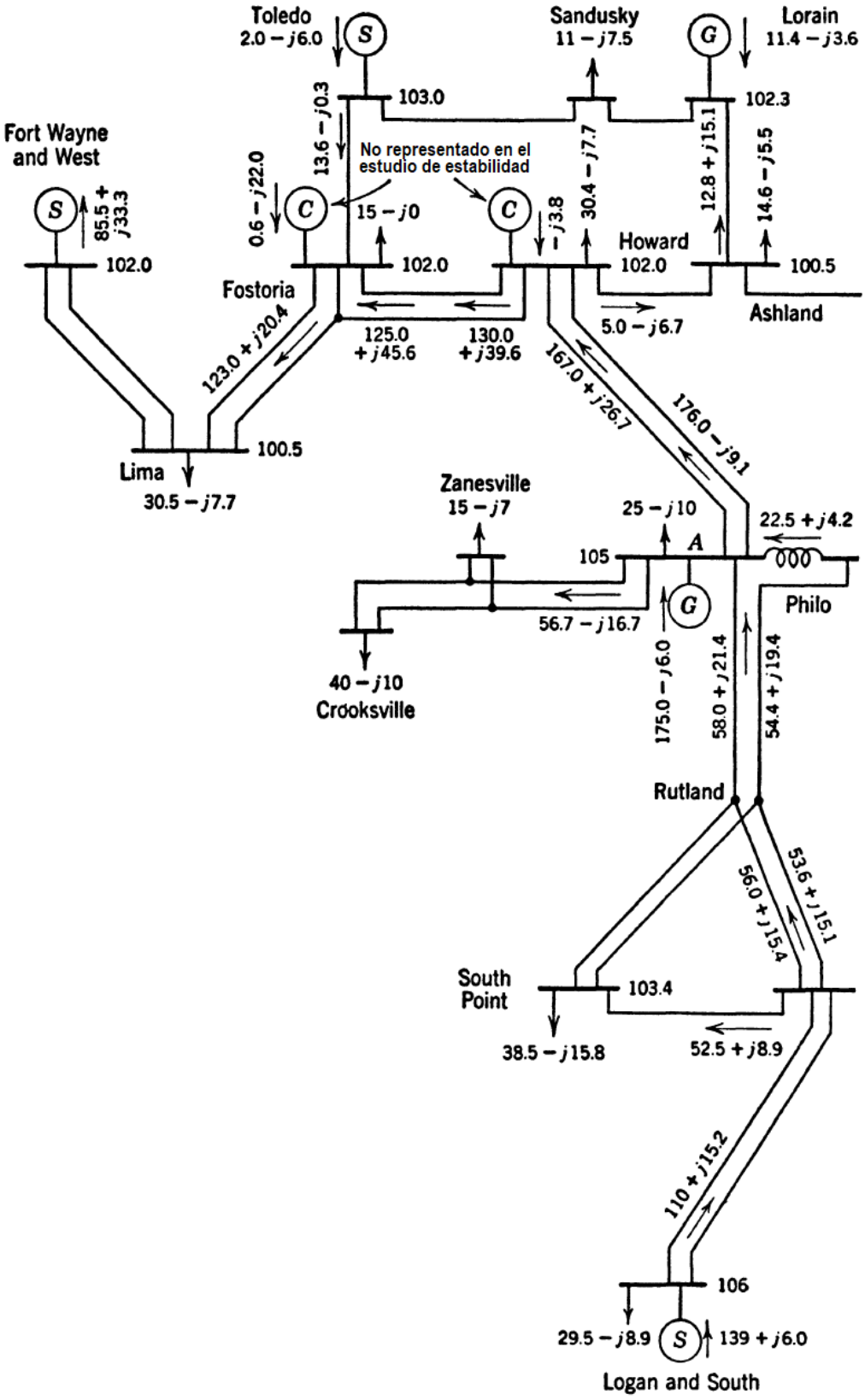
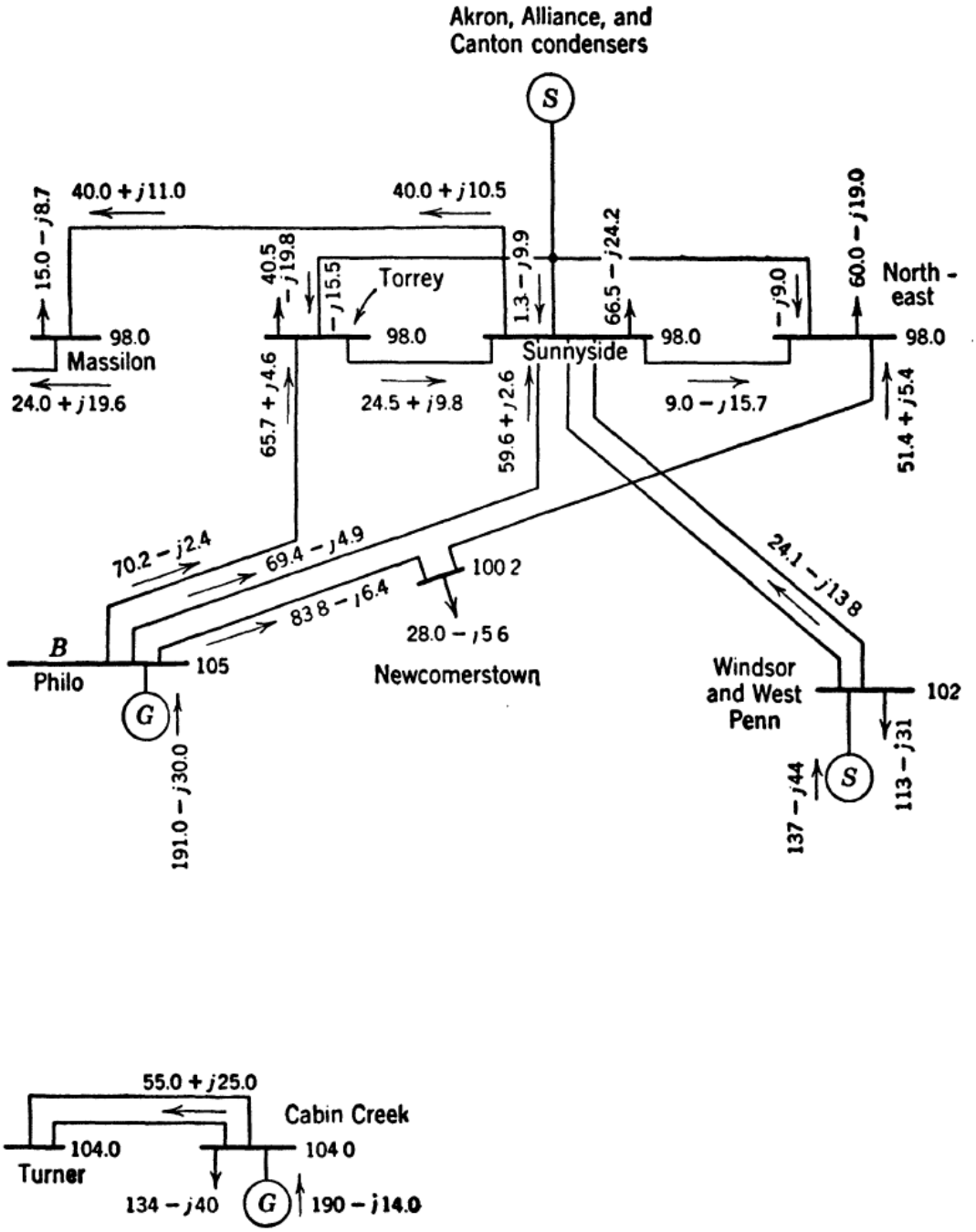


Figura 29

Condiciones iniciales de carga del Caso 3, Estudio 2, Flujo de Potencia



Activa y reactiva en MW + *j* MVAR. Tensiones de barra están dadas en base de 132 kV

segundos con la apertura de Howard línea 2, línea 2 de Crooksville, línea 2 de Rutland, generador 2 y reactor de enlace de la barra 2. Tenga en cuenta que los dos grupos de líneas en Rutland no están en barra. Las curvas de oscilación (Fig. 30) muestran que Cabin Creek y Logan, que estaban enviando energía a Philo, aceleraron y se apartaron

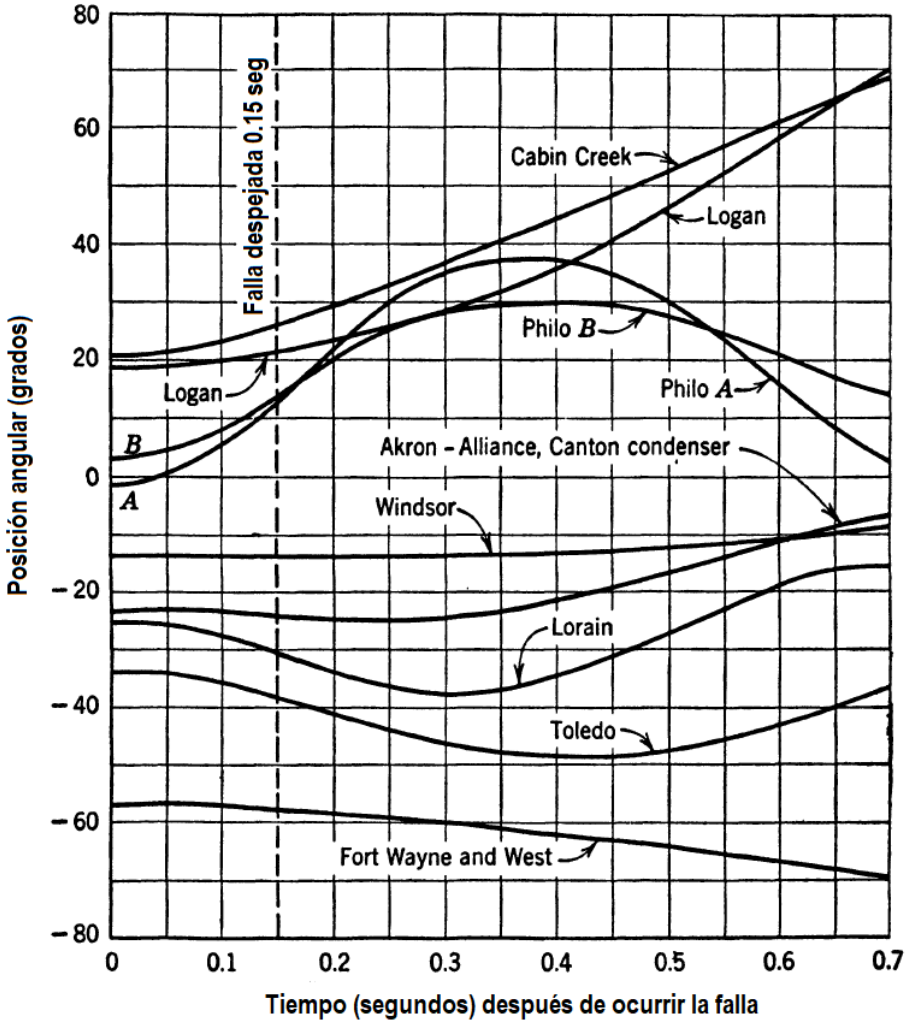


Figura 30

Curvas de oscilación, Estudio 2, caso 3. Configuración futura inmediata. Ninguna generación en Lancaster o Rutland. Falla trifásica en la sección *A*2 de la barra de 132 kV de Philo que se despejó en 0.15 segundos al abrir la línea 2 de Howard, la línea 2 de Crooksville, la línea 2 de Rutland, el generador 2 y el reactor de enlace de barra 2. Inestable.

del paso de Philo. La salida podría atribuirse en parte a la pérdida de un circuito Philo-Rutland-South Point-Turner y en parte al desplazamiento angular inicial entre Logan y Cabin Creek, por un lado, y Philo, por otro lado, siendo más grande que entre Rutland y Philo en el caso 2. Philo *A* y *B* se acercaron más que en los casos 1 y 2, probablemente porque Philo *A* tenía una carga más ligera que antes (175 en lugar de 215 MW).

Conclusiones. Se llegaron a las siguientes conclusiones:

1. Se encontró que los reactores de barra propuestos en Philo tenían poco efecto en la estabilidad del sistema, como lo demuestra el hecho de que los generadores en las secciones *A* y *B* de la planta giraban aproximadamente juntos, incluso por una falla en una sección de barra.

2. También se encontró que, sin el beneficio de la inercia adicional de las interconexiones de Chicago y Cincinnati (aunque estas conexiones normalmente están cerradas), el sistema bajo las condiciones de carga asumidas perdería el sincronismo entre Twin Branch y Philo después de una falla de barra trifásica en Philo despejada en 9 ciclos con la pérdida de un circuito Philo-Howard. Con las interconexiones cerradas, los resultados indicaron que probablemente se mantendría el sincronismo bajo esta condición de falla.

   Para aumentar el margen de estabilidad en tales condiciones, se elaboró (y posteriormente se completó) un programa de modernización de los interruptores de línea Philo, que contemplaba una reducción de 8 a 5 ciclos en el tiempo de operación del interruptor y de 9 a 6 ciclos en más de todo el tiempo de despeje de fallas. Además, las líneas de enlace del sistema entre Ohio e Indiana se han fortalecido con la construcción de una nueva línea de 132 kV desde Portsmouth a Muncie, Indiana, proporcionando una línea directa desde Turner hasta el área de Indiana.

3. Asimismo, con una falla de barra trifásica en Philo seguida por la pérdida de un circuito Philo – Rutland – Turner, el sistema, bajo las condiciones de carga pesada supuestas, mostró una probable pérdida de sincronismo entre Philo y el sur. Nuevamente aquí, las mejoras posteriores que se han mencionado estaban destinadas a eliminar esta dificultad, y sin duda han proporcionado el margen de estabilidad necesario para evitar la pérdida de sincronismo en estas condiciones.

4. Los ingenieros del sistema también señalaron que la instalación futura de interruptores de 3 ciclos para reemplazar los interruptores de 5 ciclos en las ubicaciones más importantes, junto con una aplicación más amplia de reconexión de alta velocidad, brindará ganancias aún mayores en la estabilidad del sistema.

ESTUDIO 3

La Figura 31 representa una red de transmisión de 60 ciclos de 132 kV que conecta una gran estación generadora de vapor *A* (en el extremo derecho del diagrama) a un gran sistema receptor metropolitano, que puede considerarse una barra infinita y que está representado por el sistema *J* en la extrema izquierda. Conectadas a la misma red de 132 kV se encuentran otras dos centrales generadoras de vapor, *E* e *I*, y varias subestaciones con cargas.

Los interruptores automáticos y los relés de la red eran demasiado lentos para mantener el sincronismo entre *A* y *J* a través de fallas graves. Por lo tanto, se consideró mejor operar el sistema seccionado por interruptores abiertos marcados con aspas en la Fig. 31. Bajo este plan, cada una de las tres unidades generadoras en la estación *A*

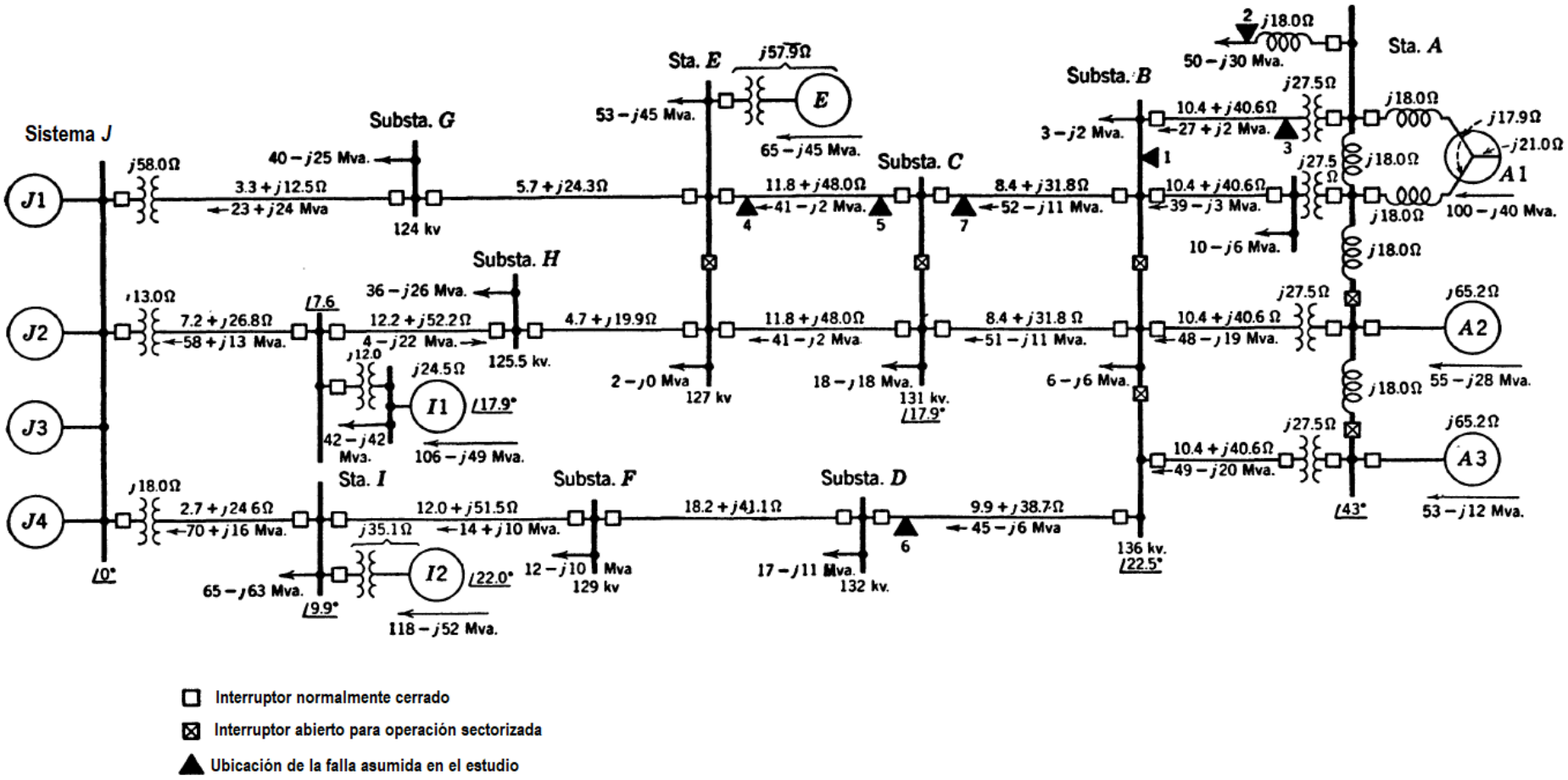


Figura 31

Diagrama de unifilar del sistema de potencia del Estudio 3, que muestra impedancias en ohmios a 132 kV, cargas iniciales en megavoltios amperios, tensiones iniciales en kilovoltios y ubicaciones de fallas supuestas.

alimentaba hacia el sistema metropolitano *J* por un circuito separado. Una falla en cualquiera de los circuitos y su posterior despeje desconectó una de las unidades en *A* del resto del sistema.

La desventaja de este modo de operación era que, después de eliminar una falla en o cerca de las estaciones *A*, *B,* o *C*, las cargas en *A*, *B*, *C* o *D* (dependiendo de la ubicación de la falla) se alimentaban desde las estaciones *E*, *I*, y *J* en líneas tan largas que las tensiones en las cargas se volvieron demasiado bajas. Para tomar el caso más extremo, la carga en la estación *A* no podría ser alimentada por la línea larga desde el sistema *J* si ocurriera una falla en el generador *A1*.

El estudio aquí descrito se realizó para determinar los interruptores que tendrían que incrementar su velocidad y posiblemente también equipados con relés de alta velocidad para hacer que la estación *A* permanezca en sincronismo con el resto del sistema para fallas en la red de 132 kV *si la red fuera a operarse sin seccionar*, es decir, con los interruptores marcados con cruces, cerrados.

Los tiempos de apertura de los interruptores fueron de unos 20 ciclos, excepto para algunos interruptores de 8 ciclos en las estaciones *A* y *E*; y los tiempos de relé eran de 1 a 60 ciclos, dependiendo de la ubicación de la falla. En el estudio se supuso que cualquier interruptor que requiriera una apertura más rápida se reconstruiría para abrirse en 8 ciclos. Los relés de línea se cambiarán cuando sea necesario a relés de distancia de alta velocidad que tengan 1 ciclo de tiempo de operación; y, si es necesario para la estabilidad, se agregaría un equipo piloto de corriente portadora para permitir el disparo simultáneo de los interruptores en ambos extremos de la línea en caso de fallas en cualquier punto de la línea. Además, se asumió que se instalaría protección diferencial de barra de alta velocidad donde fuera necesario para la estabilidad.

Es común utilizar fallas de dos líneas a tierra en estudios de estabilidad, ya que las fallas trifásicas son muy poco frecuentes en líneas de transmisión de torres de acero de alta tensión. Sin embargo, en este estudio se supusieron fallas trifásicas porque no son mucho más graves que las fallas de dos líneas a tierra en su efecto sobre la estabilidad y porque son mucho más simples de representar. Sólo es necesario considerar la red de secuencia positiva para fallas trifásicas, mientras que las redes de secuencia cero y negativa también se deben considerarse para fallas de dos líneas a tierra.

Se supusieron fallas trifásicas en varias ubicaciones, se discutirá la elección de cada cual, y para cada ubicación se calcularon las curvas de oscilación para determinar si el sistema sería estable con los interruptores y relés existentes y con interruptores y relés más rápidos.

Para obtener las curvas de oscilación, la red de la Fig. 31 (con todos los interruptores cerrados) se configuró en un tablero de cómputo de c-a. Cada línea estaba representada por una π nominal, aunque la capacitancia en derivación en cada extremo de la línea no se muestra en la Fig. 31. Los tres generadores de la estación *A* estaban representados por una sola máquina equivalente suponiendo que, al estar

conectados a la misma barra – aunque seccionada por reactores – oscilarían casi por igual. Los generadores de la estación *E* no estaban representados, excepto en un caso en el que la ubicación de la falla estaba cerca de esta estación. Para otras ubicaciones de fallas, parecía que estos generadores estaban eléctricamente lo suficientemente cerca del sistema metropolitano *J* y lo suficientemente lejos de la falla para que no tuvieran mucho efecto. En tales casos, la carga de la estación *E* se estableció para representar la carga real menos la generación de allí. En la estación *I* estaban representados dos grupos de generadores en barras separadas. Todos los generadores estaban representados por la reactancia transitoria y la tensión detrás de la reactancia transitoria. En la estación *A*, las reactancias de los tres generadores estaban representadas por unidades de impedancia separadas conectadas en un extremo a diferentes secciones de barras (separadas por reactores) y conectadas en el otro extremo a una fuente de alimentación, cuya tensión representaba la tensión detrás de la reactancia transitoria de todos los tres generadores. El generador *A1* tenía dos devanados, cuyas reactancias propias y mutuas estaban representadas por un circuito en *Y*. De acuerdo con la práctica habitual, las tensiones detrás de la reactancia transitoria se mantuvieron constantes durante el estudio. Los datos sobre la inercia, la velocidad y la energía cinética de cada generador real y equivalente se proporcionan en la Tabla 8. Se utilizó un intervalo de 0.1 seg en los cálculos punto por punto.

Las salidas de las diversas máquinas, los valores de las cargas y las tensiones de barra se ajustaron a los valores típicos (que se muestran en la Fig. 31) lo más cerca posible de los valores observados en el sistema con operación por seccionamiento en el momento de máxima carga del sistema. Las cargas estaban representadas por impedancias constantes, que no cambiaban después de que se activaba la falla.

La ubicación de la falla más grave normalmente está cerca al extremo de envío del sistema. Por tanto, es lógico intentar primero un fallo ubicado de esa manera. La peor ubicación de falla en el sistema de la Fig. 31 estaría en la barra de baja tensión de la estación *A*. Una falla trifásica aquí interrumpiría por completo cualquier intercambio de energía entre los generadores de esta estación y el resto del sistema. Esta barra, sin embargo, se construyó en fase aislada; por lo tanto, el único tipo de falla que podría ocurrir aquí fue la de una línea a tierra, que no es una falla grave desde la perspectiva de la estabilidad. El punto más cercano a la barra en la que podría ocurrir una falla trifásica estaba en el lado de alta tensión de uno de los transformadores (no había barra de alta tensión en *A*) o en el lado opuesto de un conjunto de reactores que alimentaban una carga local (ubicación de falla 2). De hecho, una falla más grave que cualquiera de estas fue en la barra de la subestación *B*, donde una falla trifásica interrumpiría por completo el flujo de energía entre los generadores *A* y los otros generadores. Mientras la avería estaba presente, era irrelevante si estaba en una u otra sección de la barra de la subestación *B* o si estaba justo fuera de la subestación en cualquiera de las siete líneas. Sin embargo, la peor ubicación en cuanto a las condiciones después de la eliminación de la falla fue en la sección superior de la barra (ubicación de la falla 1), donde para eliminar una falla requeriría la apertura de un interruptor de enlace de barras y de tres interruptores de línea, mientras que una falla en cualquiera de las otras ubicaciones mencionadas

requeriría la apertura de menos líneas. En consecuencia, primero se examinó el efecto de una falla trifásica en la ubicación 1 en la barra de la subestación *B*.

Tabla 8

INERCIA DE GENERADORES

Generador	MVA Nominal	WR^2 (lb-ft^2)	Velocidad (RPM)	Energía almacenada (MJ)	*H*	1/*M*
A1	100	859,000	1,800	640	6.40	
A2	50	475,000	1,800	365	7.29	
A3	50	475,000	1,800	365	7.29	
A, total	200	1,809,000		1370	6.85	7.89
E1	12.5	51,000	1,800	38	3.04	
E2	12.5	51,000	1,800	38	3.04	
E3	30	357,000	1,800	286	7.60	
E4	30	29,100	3600	87	2.90	
E, total	90			429	4.76	25.20
I1a	50	390,000	1,800	291	5.81	
I1b	60	391,000	1,800	292	4.86	
I1, total	110	781,000		583	5.30	18.50
I2a	35	243000	1,800	181	5.17	
I2b	100	750000	1,800	560	5.60	
I2, total	135				5.49	14.60

Se sabía que una falla trifásica en este lugar dejaba a la estación A fuera de paso si se usaban interruptores lentos. Por lo tanto, se supusieron interruptores de 8 ciclos y relés diferenciales de barra de 1 ciclo, lo que da un tiempo de despeje de 9 ciclos. Las curvas de oscilación se muestran en la Fig. 32. Es evidente que el sistema era estable, aunque sin mucho margen. El despeje en doce ciclos probablemente sería demasiado lento.

Se podría inferir, sin tomar más curvas de oscilación, que el sistema también sería estable ante una falla en cualquiera de los otros tramos de la barra en la subestación *B* despejada en 9 ciclos, pero sería inestable con los interruptores lentos. Por lo tanto, se deben acelerar todos los interruptores en *B* y cada sección del autobús debe estar equipada con protección de alta velocidad.

Se podría inferir además que el sistema sería estable ante una falla cerrada a la subestación B en cualquiera de las siete líneas despejadas en 9 ciclos en ambos extre-

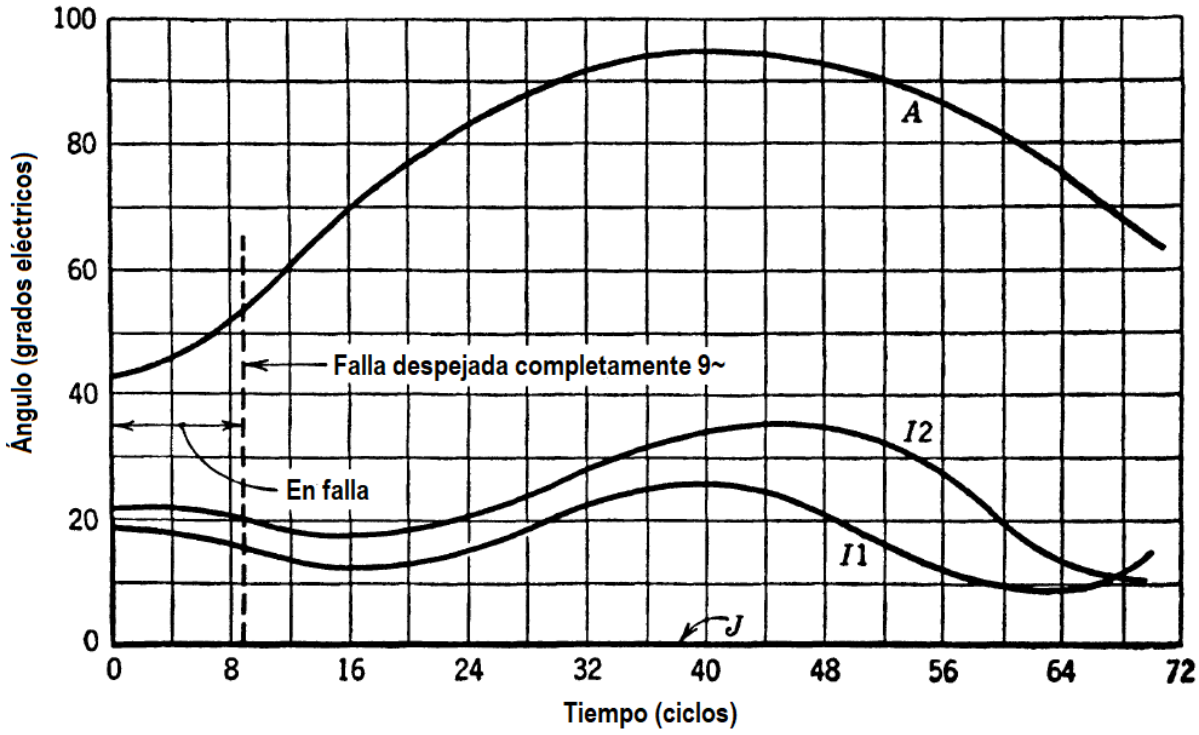


Figura 32

Curvas de oscilación, Estudio 3, falla en la ubicación 1, despejada por completo en 9 ciclos. Sistema estable.

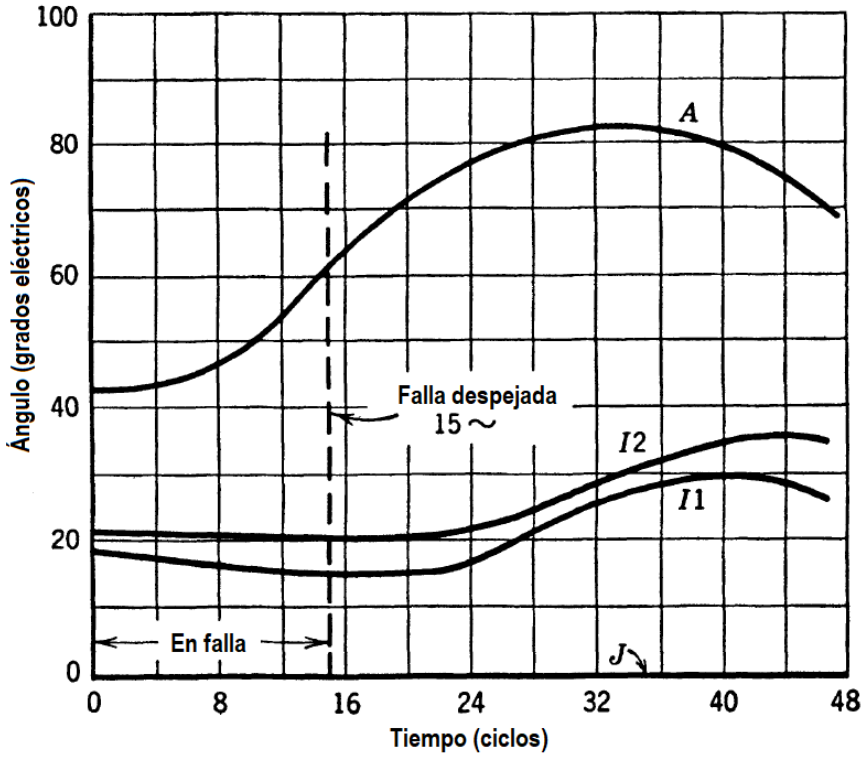


Figura 33

Curvas de oscilación, Estudio 3, falla en la ubicación 2, despejada en 15 ciclos. Sistema estable.

mos. Aún no está claro si la compensación secuencial daría estabilidad, pero este punto se considerará más adelante.

A continuación, se centró la atención en el punto de falla 2, separado por un reactor de la barra de baja tensión de la estación *A*. Se asumió un tiempo de despeje de quince ciclos, que corresponde estrechamente a los tiempos existentes de relé e interruptor de 6 y 8 ciclos, respectivamente. Las curvas de oscilación se dan en la Fig. 33. Una vez más, el sistema se mantuvo estable.

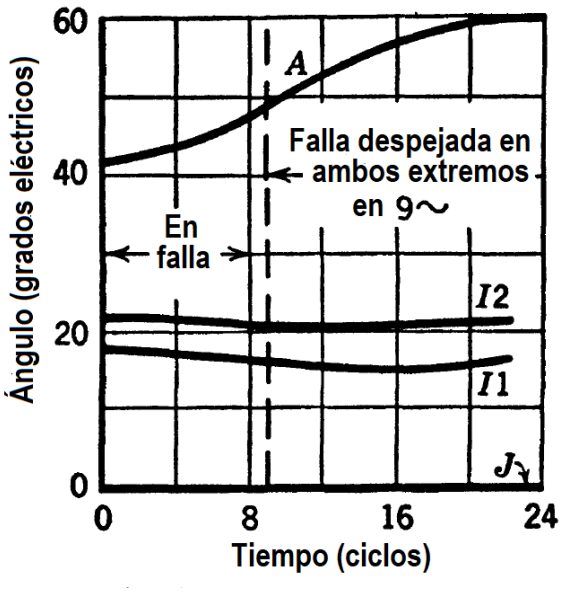


Figura 34
Curvas de oscilación, Estudio 3, falla en la ubicación 3, despejada en ambos extremos en 9 ciclos. Sistema estable.

A continuación, se consideró la ubicación de la falla 3, justo afuera de la estación *A* en una de las líneas a la subestación *B*. Se asumió un despeje de nueve ciclos en ambos extremos. Las curvas de oscilación, mostradas en la Fig. 34, indica que el sistema se mantuvo estable por un amplio margen. La compensación secuencial se considerará más adelante.

La siguiente falla se tomó en la ubicación 4 cerca de la estación *E* en una de las líneas a la subestación *C*. La máquina en *E* estaba representada por una fuente de energía, suponiendo que esta máquina sería un factor importante en la estabilidad del sistema. Se asumió un borrado secuencial, 9 ciclos (tiempo de relé de 1 ciclo más tiempo de interruptor de 8 ciclos) en E, donde el interruptor ya era de 8 ciclos, y 80 ciclos (tiempo de relé de 60 ciclos más tiempo de interruptor de 20 ciclos) en *C*. Las curvas de oscilación se dan en la Fig. 35. El sistema era estable y lo sería incluso si la línea no se abriera en *C*. Sin embargo, no parece haber mucho margen en el tiempo de despeje en *E*. Para esta ubicación de falla, los interruptores existentes eran satisfactorios.

Sin embargo, cuando la falla se detectó en el otro extremo de la misma línea (ubicación 5), el despeje de 21 ciclos en *C* (tiempo de relé de 1 ciclo más tiempo de interruptor de 20 ciclos), seguido de la eliminación de 68 ciclos en E (tiempo de relé de 60 ciclos más tiempo de 8 ciclos del interruptor) no fue lo suficientemente rápido para la estabilidad. Las curvas de oscilación de la Fig. 36 muestran que la estación *A* se salió del paso con el resto del sistema. Por lo tanto, el interruptor en *C* debe acelerarse. El despeje de nueve ciclos en ambos extremos ciertamente daría una operación estable, porque el despeje de 9 ciclos fue suficiente en las ubicaciones de fallas más severas 1, 2 y 3. El despeje secuencial (no probado) probablemente sería satisfactorio.

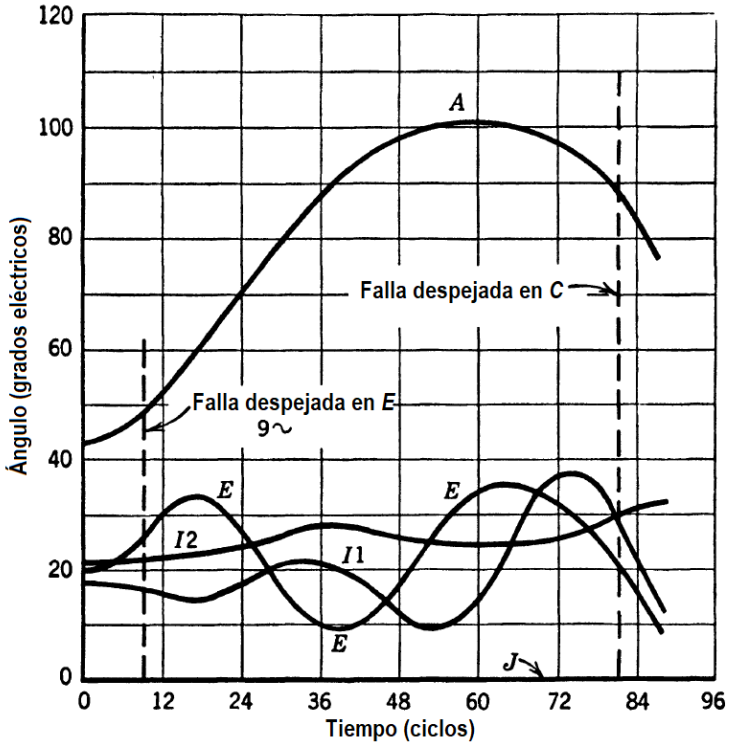


Figura 35

Curvas de oscilación, Estudio 3, falla en la ubicación 4, despejada en la estación *E* en 9 ciclos y en la subestación *C* en 80 ciclos. Sistema estable.

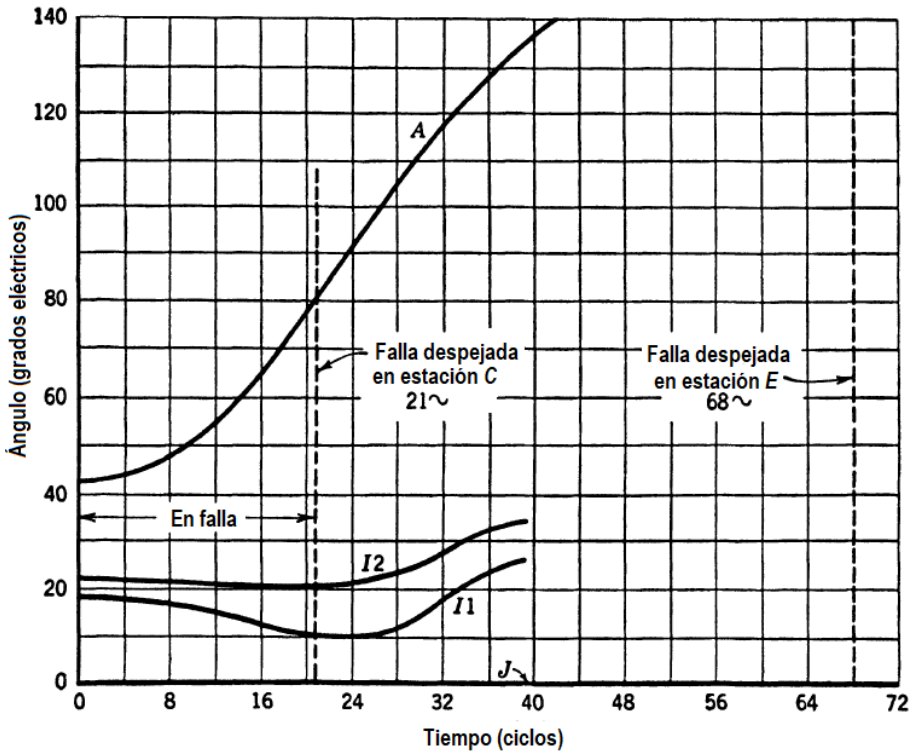


Figura 36

Curvas de oscilación, Estudio 3, falla en la ubicación 5, despejada en la subestación *C* en 21 ciclos y en la estación *E* en 68 ciclos. Sistema inestable.

Ahora se centra la atención en el circuito de *B* a *D*, y se tomó una falla trifásica en la ubicación 6 cerca de *D*. El generador *I2* no se representó para este caso porque, con una falla en 6 activa o despejada, *I2* no podía intercambiar energía con la estación

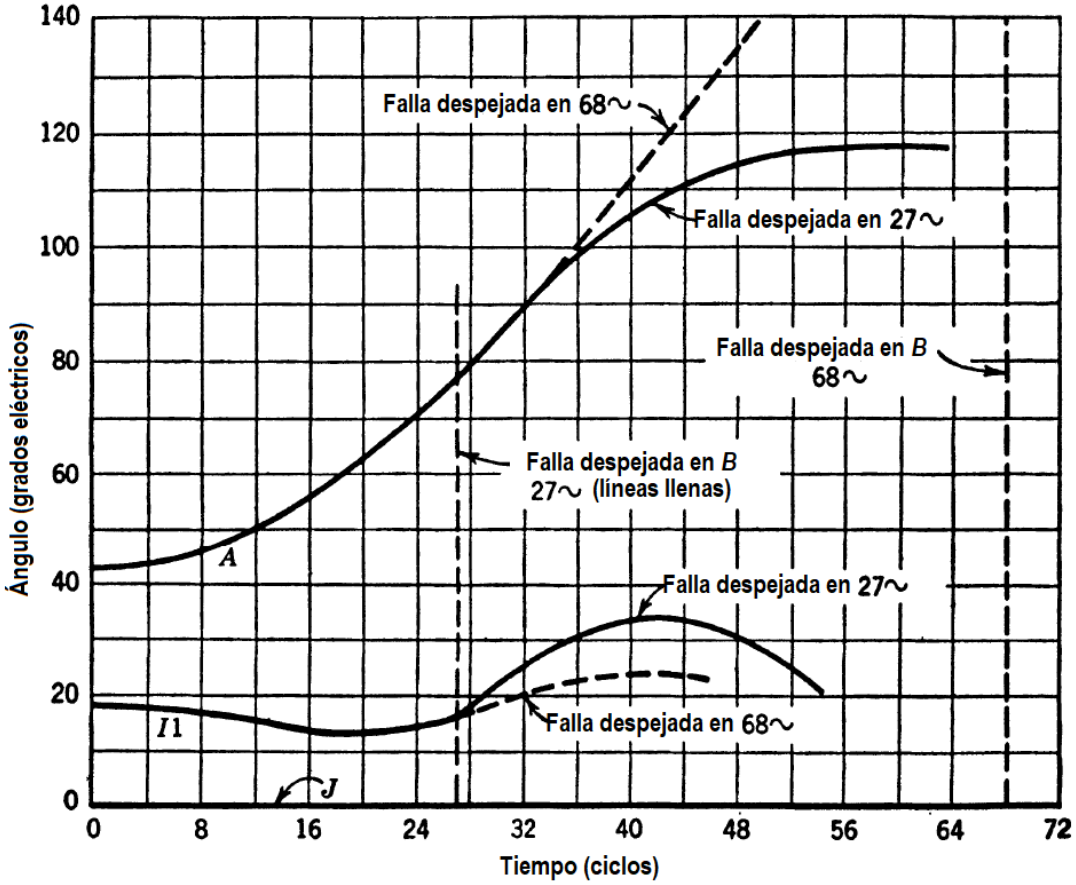


Figura 37

Curvas de oscilación, Estudio 3, falla en la ubicación 6, despejada en la subestación *B* en 27 ciclos, sistema estable; o en 68 ciclos, sistema inestable.

A y, por lo tanto, no tendría ningún efecto sobre la oscilación de *A* con respecto a la barra infinita *J*. Por razones similares, el tiempo de despeje en la subestación *D* era irrelevante para la estabilidad de *A*. El tiempo de despeje en la subestación *B* se supuso primero como 68 ciclos (60 ciclos de tiempo de relé existente más 8 ciclos de tiempo de interruptor nuevo); el generador *A* salió del paso como lo muestran las curvas de oscilación en líneas discontinuas en la Fig. 37. El tiempo de despeje se redujo entonces a 27 ciclos, lo que resultó en una estabilidad sin mucho margen, como lo muestran las curvas de oscilación en líneas continuas en la Fig. 37. El tiempo de despeje requerido de 27 ciclos o menos en *B* era demasiado corto para permitir la operación selectiva entre el interruptor en *B* y el interruptor de 20 ciclos a la izquierda de *D* para una falla justo a la izquierda de *D*. Se debe acelerar el interruptor a la izquierda de *D*, o se debe instalar un relé de corriente portadora en la línea de *B* a *D*. Con un interruptor de 8 ciclos y un relé de 1 ciclo en *D*, y un margen de 20 ciclos (requerido por las buenas prácticas), el tiempo de despeje en *B* sería 1 + 8 + 20 + 8 = 37 ciclos, que aún era demasiado lento. Por lo tanto, se necesitaba relés de corriente

portadora y, mediante su uso, el tiempo de despeje en la subestación *B* podría reducirse a 9 ciclos. Como ya se dijo, el tiempo de despeje en *D* no era importante; por lo tanto, no es necesario cambiar el interruptor en *D*.

Considere la siguiente ubicación de falla 7 cerca de la subestación *C* en la línea de *B* a *C*. Antes de que se despeje la falla, las condiciones eran las mismas que para la falla en la ubicación 5, para la cual la eliminación de 21 ciclos fue demasiado lenta.

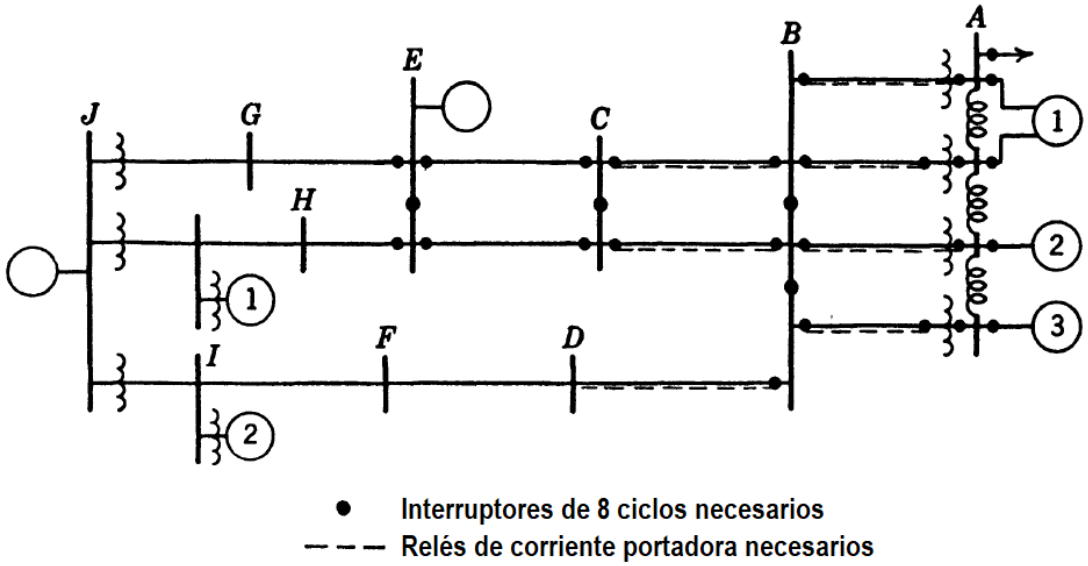


Figura 38

Ubicación de interruptores de 8 ciclos y relés de corriente portadora necesarios para mantener la estabilidad con operación interconectada bajo las condiciones del Estudio 3.

Por lo tanto, el interruptor en *C* debe acelerarse hasta 8 ciclos, dando un tiempo de despeje en *C* de 9 ciclos. Después de que se abrió el interruptor en *C*, las condiciones fueron similares a las de la falla en la ubicación 6, excepto que el choque durante los primeros 9 ciclos fue mayor para la ubicación 7 que para la 6, ya que la reactancia entre la falla y la barra de la subestación *B* fue levemente menor para la ubicación 7 que para la ubicación 6. Por lo tanto, el tiempo crítico de despeje en *B* para una falla en 7 debe ser considerablemente menor que los 27 ciclos encontrados para la ubicación 6. Un tiempo de despeje de 68 ciclos (tiempo de 60 ciclos de relé existente más el tiempo del interruptor nuevo de 8 ciclos) era demasiado lento, e incluso 37 ciclos (tiempo de relé de impedancia de segunda zona de 29 ciclos más tiempo del interruptor de 8 ciclos) era demasiado lento, por lo tanto, se necesitaban relés de corriente portadora en cada uno de las dos líneas entre *B* y *C*.

Por razones similares, se deben usar relés de corriente portadora en cada una de las cuatro líneas entre *A* y *B*. Sin embargo, el despeje secuencial de la zona final de las fallas parecía estar permitido en las dos líneas entre *C* y *E*. En las estaciones *C* y *E*, así como en la *B*, se deben usar interruptores de enlace de barra y relés de barra de alta velocidad.

Las fallas no se alejaron más de la estación *A* que de las estaciones *D* y *E*, porque se sabía que la estación *A* mantendría el paso, incluso con los interruptores y relés existentes.

Las conclusiones del estudio se exponen en la Fig. 38, que muestra las ubicaciones donde se requirieron interruptores de 8 ciclos y las líneas a las que se deben agregar canales de relé de corriente portadora.

ESTUDIO 4[4]

Tres compañías eléctricas (en adelante denominadas compañías *A*, *B* y *C*), que operan en estados vecinos pero que no tienen conexiones físicas entre sí, estaban considerando la construcción de líneas de transmisión de interconexión para permitir el intercambio de energía entre ellas en cualquier dirección. El Estudio 4 se realizó para determinar (a) la capacidad de transmisión o límite de potencia de las líneas de interconexión propuestas, (b) la capacidad requerida de equipos terminales de línea, tales como transformadores y reactores en derivación o condensadores síncronos, y (c) las modificaciones necesarias dentro de los tres sistemas para permitir la utilización de toda la capacidad de potencia de las líneas de interconexión.

Descripción de sistemas. Los sistemas involucrados en el estudio están representados por los diagramas de impedancia (Figs. 39 y 40), y también se describen en los párrafos siguientes. Las estaciones de estos sistemas se designan mediante combinaciones de dos letras, la primera letra de las cuales indica la empresa propietaria de la estación.

La Empresa A operaba un sistema eléctrico metropolitano que tenía una estación generadora de vapor eléctrico de 112 MVA de capacidad (estación *AA*) que alimentaba varias subestaciones a través de una red de transmisión de 13,8 kV (que se muestra en la esquina superior derecha de la Fig. 40). La estación *AA* se conectó a través de dos líneas de 66 kV a la subestación *AB*, desde la cual se realizaron conexiones a las empresas *D* y *E* y – por una de las líneas propuestas – a la empresa *B*.

La Empresa B tenía un sistema que constaba de dos partes bien diferenciadas (Ver Fig. 39). Una parte, que se muestra en el lado izquierdo del diagrama, tenía dos plantas eléctricas de vapor (estación *BF*, 25 MVA y estación *BG*, 32,5 MVA) a unas pocas millas de distancia. Estas plantas servían al área en la que estaban situadas y alimentaban a varias localidades más pequeñas a través de un sistema de transmisión de 60 kV. La otra parte, que se muestra a la derecha, tenía una planta eléctrica a vapor (estación *BD*, 50 MVA) que alimentaba varias subestaciones a través de líneas de transmisión radial de 66 kV. Estas dos partes se unieron a través de una línea de 132 kV de dos circuitos de unas 100 millas de largo desde la subestación *BC* hasta la estación *BD*.

[4] La información relativa a este estudio se obtuvo por cortesía de Ebasco Services, Inc., ciudad de Nueva York, con el consentimiento de las empresas operadoras correspondientes.

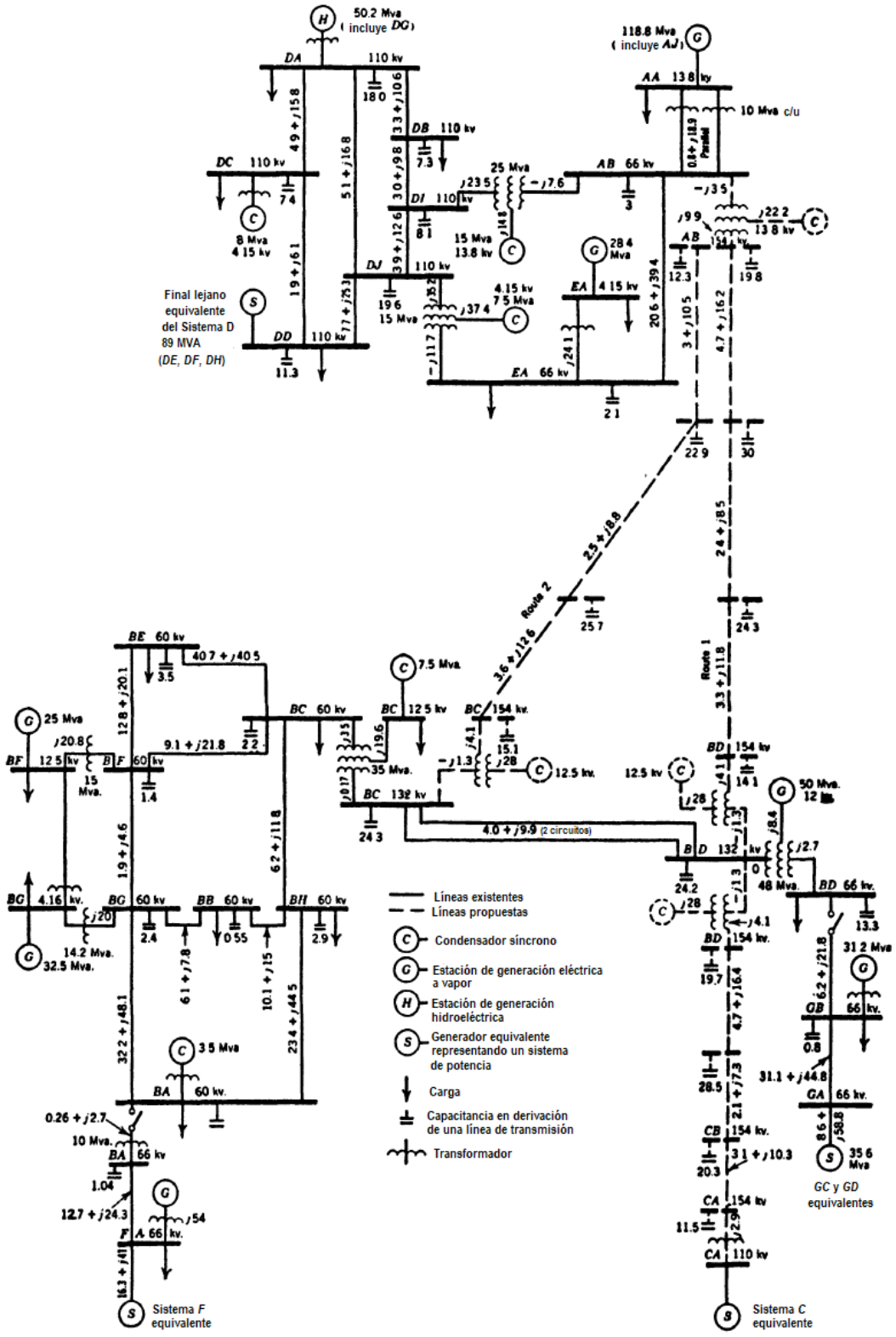


Figura 39

Estudio 4, parte 1. Diagrama de impedancia que muestra las impedancias de las líneas de transmisión y los transformadores en porcentaje sobre una base de 40 MVA. Los valores de las susceptancias capacitivas de las líneas están en tanto por ciento sobre la misma base. Las interconexiones propuestas se muestran en líneas discontinuas.

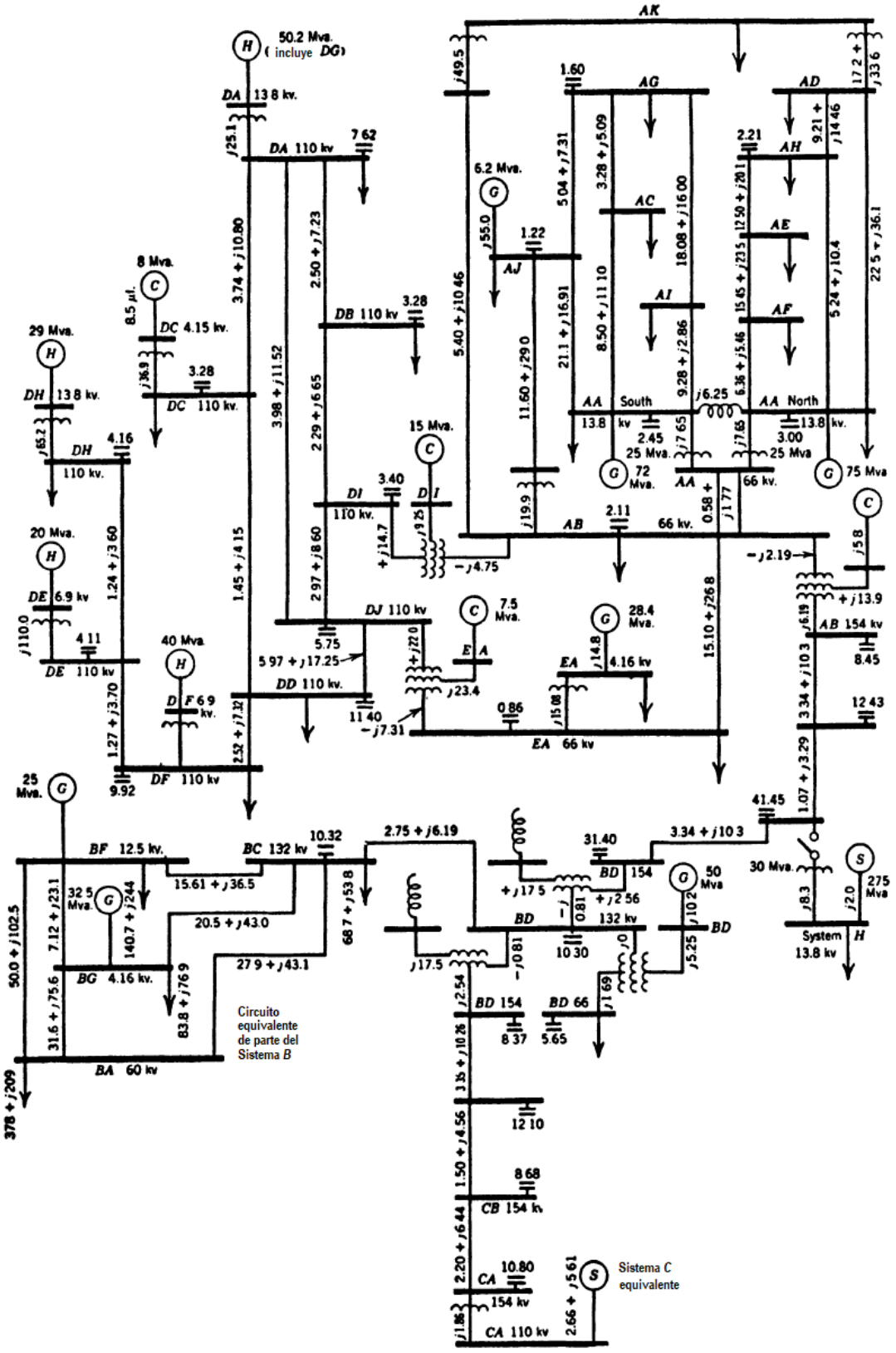


Figura 40

Estudio 4, parte 2. Diagrama de impedancia con valores en porcentaje sobre base de 25 MVA. Los valores de capacitancia de línea están en microfaradios en el tablero de cómputo.

El sistema de la empresa *B* se interconectó en la subestación *BA* al sistema de la empresa *F* y en la estación *BD* al sistema de la empresa *G*.

La Empresa C, que tenía un sistema extenso con plantas de vapor e hidroeléctricas, estaba interconectada con varios otros sistemas grandes en estados adyacentes. Se representa en las Figs. 39 y 40 como un generador equivalente en la barra de la subestación *CA*.

La empresa D operaba un sistema (que se muestra en la Fig. 40) que incluía varias estaciones hidroeléctricas (*DA*, *DE*, *DF*, *DG* y *DH*) de capacidades que oscilaban entre 8 y 40 MVA y un sistema de transmisión de 110 kV que conectaba estas estaciones generadoras entre sí, a las subestaciones y a las empresas *A* y *E*. Este sistema se extendía varios cientos de millas desde la ciudad servida por la empresa *A*.

La empresa E tenía una planta eléctrica a vapor de 28 MVA ubicada en una ciudad a unas 60 millas de distancia de la empresa *A*.

La empresa F tenía un gran sistema; con plantas de vapor e hidroeléctricas. De estas, solo la estación *FA*, la planta más cercana al sistema *C*, se representó individualmente en el estudio, y el resto del sistema se representó mediante un solo generador equivalente (que se muestra en la esquina inferior izquierda de la Fig. 39).

La empresa G tenía plantas de vapor en *GB* y *GD* y una planta hidroeléctrica en *GC*. Estaba interconectada con la empresa *B* en la estación *BD* (esquina inferior derecha de la Fig. 39).

La empresa H operaba un sistema metropolitano, situado aproximadamente a mitad de camino entre las empresas *A* y *B* pero no conectado a ellas. Su capacidad de generación era de aproximadamente 275 MVA (Ver Fig. 40).

En la Tabla 9 se encuentra una lista de máquinas síncronas de las empresas *A*, *B*, *D*, *E* y *G*. Como los sistemas de las empresas *C*, *F* y *H* no se representaron en detalle, sus máquinas no se enumeran.

Líneas de interconexión propuestas. Se propusieron dos líneas, la primera conectando la empresa *A* con la empresa *B*, la segunda conectando la empresa *B* con la empresa *C*. Ambas se muestran con líneas discontinuas en la Fig. 39. Para la primera línea se estudiaron dos rutas alternativas, una desde la subestación *AB* hasta la estación *BD*, el otro de la subestación *AB* a la subestación *BC*. La longitud de estas rutas es de aproximadamente 280 y 244 millas, respectivamente. La segunda línea iba a tener terminales en *BD* y *CA*, y una longitud de unas 256 millas.

Ambas líneas de interconexión debían tener una construcción de circuito simple de 154 kV, con conductores de cobre huecos de 250,000 circular mils de 0,766 pulgadas de diámetro, sostenidos por marcos en H de madera. El espacio equivalente entre los conductores de fase sería de 17 pies. Se instalarían cables de tierra para proteger la línea contra rayos.

El *equipo terminal* necesario incluiría transformadores, reactores de derivación o condensadores síncronos, interruptores y relés de protección.

Tabla 9
LISTA DE MÁQUINAS SÍNCRONAS (ESTUDIO 4)

Estación	Número de unidades parecidas	Tipo de Máquina	Valores Nominales			x'_d (%)	*WR* total (kilo.lb pies)	Energía Cinética (MJ)
			kV	KVA	RPM			
AA	1	Vapor	13.2	18,750	1,800	28.0	140	104.8
"	1	"	"	25,000	"	24.0	207	154.0
"	1	"	"	25,000	"	"	237	176.4
"	1	"	13.8	31,250	"	21.0	237	176.4
"	1	"	"	12,500	3,600	11.0	15.5	46.4
"		Total		112,500				658.0
AJ	1	Vapor	13.8	6,250	3,600	14.0	10.2	29.9
BA	1	Cond.	4.2	3,500	720	29.0	38.9	4.7
BC	1	Cond.	12.5	3,750	720	29.1	38.9	4.7
"	1	"	"	3,750	"	32.0	106.3	12.7
"		Total		7,500				17.4
BD	1	Vapor	12.0	18,750	1,800	18.0	102	76.4
"	1	"	"	31,250	"	22.0	235	176.0
"		Total		50,000				252.4
BF	1	Vapor	12.5	25,000	3,600	11.0	62*	186.0
BG	1	Vapor	4.16	7,500	3,600	15.8	19*	56.8
"	2	"	"	12,500	1,800	19.0	85.3*	64.0
"		Total		32,500				184.8
DA	3	Hidro	13.8	14,000	150	36.0	7,500	38.8
"		Total		42,000				116.4
DC	1	Cond.	4.15	8,000	900	34.9	40.5	7.6
DE	2	Hidro	6.9	10,000	180	35.0	4,650	34.8
"		Total		20,000				69.6
DF1	2	Hidro	6.9	10,000	180	35.0	4,650	34.8
DF2	1	"	"	20,000	164	42.0	9,870	60.8
DF		Total		40,000				130.4
DG	3	Hidro	6.9	2,750	112.5	39.0	1,250	3.6
		Total		8,250				10.8

* Estimado

Tabla 9 (continuación)

Estación	Número de unidades parecidas	Tipo de Máquina	Valores Nominales			x'_d (%)	*WR* total (kilo.lb pies)	Energía Cinética (MJ)
			kV	KVA	RPM			
DH	2	Hidro	13.8	14,500	257	32.0	1,950	29.6
"				29,000				59.2
DI	1	Cond.	13.8	15,000	900	35.7	93	17.4
EA	2	Vapor	4.15	8,575	3,600	12.0	19.6	58.4
"	1	"	"	6,250	"	14.0	12.4	37.2
"	1	"	"	5,000	"	16.0	10.0	29.9
"		Total		28,400				183.9
EA	1	Cond.	4.15	7,500	900	35.1	38.0	7.1
FA		Vapor						
"		Total					162.4	121.0
GB	1	Vapor		31,250	1,800	19.0	414	
"	1	Frec. Carac.		33,000	300	36.0	6,200	
"		Total		64,250				
GC	4	Hidro		5,000	164	32.0	1,010	
"		Total		20,000				
GD	1	Vapor		15,625		23.0		

Los transformadores de la subestación *AB* tendrían tres devanados: alta tensión, 154 kV, Y; baja tensión, 66 kV, Y; y terciario, 13.8 kV, Δ. Aquellos en el otro extremo de la línea *A* a *B* (ya sea en *BC* o *BD*, dependiendo de la ruta seleccionada) serían autotransformadores conectados en Y de 154 a 132 kV con 12.5 kV, Δ, devanados terciarios conectados. Para la línea *B* a *C*, los transformadores en la estación *BD* serían autotransformadores similares a los de la línea *A* a *B*, e incluso si las terminales de ambas líneas estuvieran en la estación *BD*, se supuso que los transformadores separados se usarían para cada línea. En la subestación *CA* se requerirían autotransformadores de 154 a 110 kV con devanados terciarios. Los devanados terciarios de estos bancos de transformadores se utilizarían para la conexión de reactores en derivación o condensadores síncronos para suministrar la potencia reactiva necesaria para mantener las tensiones de las barras terminales en valores adecuados. También proporcionarían un camino para la corriente de secuencia cero.

Para lograr una transmisión confiable de energía a través de las interconexiones de un solo circuito propuestas, sin la ayuda de enlaces paralelos entre los sistemas, sería necesario utilizar la eliminación de fallas a alta velocidad en estas líneas y el recierre a alta velocidad de los interruptores terminales. Los interruptores automáticos

obtenibles tenían un tiempo de apertura de 5 ciclos y un tiempo de recierre de 20 ciclos con operación tripolar. La suposición de un relé portador de 1 ciclo dio un tiempo de eliminación de fallas asumido de 6 ciclos y un tiempo de reconexión de 21 ciclos, medidos desde el instante en que ocurrió la falla.

Alcance del estudio. El estudio incluyó estudios de flujo de potencia y estabilidad transitoria. Los estudios de flujo de potencia sirvieron para determinar: (1) los límites aproximados de potencia en estado estable de las interconexiones, (2) la potencia reactiva que debían suministrar los reactores o condensadores síncronos en las terminales de las líneas propuestas y en otros lugares, (3) la capacidad requerida de los transformadores terminales, (4) la necesidad de capacidad adicional de generación, transformador o línea de transmisión dentro de los diversos sistemas, y (5) condiciones iniciales para los estudios de estabilidad transitoria. Los estudios de estabilidad transitoria sirvieron para determinar: (1) los límites de potencia transitoria de las interconexiones por fallas en las líneas de interconexión, y (2) los tiempos requeridos de despeje de fallas en otras líneas para evitar que se perjudique la capacidad de potencia así determinada.

El estudio se dividió en dos partes, realizadas en momentos diferentes y con diferentes tableros de cómputo de a-c. La Parte 1 trató sobre la capacidad de potencia de las interconexiones de *A* a *B* y de *B* a *C* para el flujo de potencia en cada dirección, también con la elección entre *BC* y *BD* como terminal sur de la línea de *A* a *B*; abordó también el efecto sobre la estabilidad de la interconexión de los sistemas *F* y *G* con el sistema *B*, y varios problemas internos de los sistemas *B* y *C* derivados de las interconexiones propuestas. Para abreviar, aquellas partes del estudio relacionadas principalmente con el sistema *C* y la línea de *B* a *C* se omiten en el presente informe. La Parte 2 se ocupaba de los problemas internos del sistema *A*, incluida la velocidad requerida para eliminar fallas en las líneas dentro de ese sistema, y también con el efecto sobre la estabilidad de conectar el sistema *H* a una derivación en la línea de *A* a *B*.

Cargas. Se utilizaron las cargas máximas estimadas de Julio y Diciembre tres años después de la fecha del estudio. Las cargas de Julio tienen prácticamente el mismo componente de potencia activa que las cargas de Diciembre pero tienen componentes de potencia reactiva superiores.

Método de determinación de los límites de potencia. Los límites aproximados de potencia momentánea en estado estacionario de las interconexiones se encontraron aumentando el ángulo eléctrico entre las tensiones de barra en las principales estaciones generadoras de los diferentes sistemas de energía a aproximadamente 45°. La capacidad de potencia práctica en estado estable se tomó como 5 MW por debajo del valor así encontrado, para permitir fluctuaciones momentáneas de aproximadamente 5 MW por encima de la potencia promedio transportada por la línea. Tales fluctuaciones pueden ser causadas por cambios repentinos en las cargas o por fallas en puntos distantes.

Los límites de potencia de estabilidad transitoria se encontraron principalmente mediante la obtención de curvas de oscilación por el método punto por punto para determinar si el sistema sería estable o inestable con varios valores de flujo de potencia inicial si ocurriera una falla de dos cables a tierra en la línea de interconexión, seguido de 6 ciclos de despeje y 21 ciclos de recierre. Los efectos de las fallas en otras líneas se investigaron de manera similar, excepto que se supusieron fallas trifásicas en líneas aéreas sin cables de tierra, en líneas de doble circuito y en cables, y que se supusieron varios tiempos de despeje. El número de máquinas representadas en estas corridas de estabilidad transitoria varió de cuatro a diez.

En dos casos, el número de máquinas se redujo a dos, las curvas Potencia - ángulo se obtuvieron mediante el uso de un tablero de cómputo y luego se calcularon las curvas de límite de potencia frente al tiempo de conmutación.

La capacidad de potencia nominal de las líneas de interconexión se tomó como 5 MW inferior al límite de potencia transitoria, para permitir fluctuaciones.

Simplificación de sistemas. En la representación de los sistemas solo se incluyeron las principales estaciones, subestaciones y líneas de enlace de transmisión. Las líneas radiales se representaron como cargas en las barras desde donde alimentaron. Por ejemplo, todo el sistema de 66 kV alimentado desde la estación *BD* se representó como una carga en la barra *BD* de 66 kV.

Las líneas estaban representadas por circuitos π nominales, las capacitancias de todas las líneas en una barra dado estaban representadas por un capacitor en esa barra. Las líneas de interconexión propuestas estaban representadas por varias secciones, dependiendo de la ubicación de las derivaciones propuestas a otros sistemas.

Los transformadores de tres circuitos estaban representados por sus circuitos Y equivalentes. Si una rama de dicho circuito tuviera reactancia negativa (como se indica, por ejemplo, en la Fig. 39 en el lado de 66 kV del transformador en la subestación *AB*), se hizo el siguiente cambio al configurar el circuito en el tablero de cómputo: La rama con reactancia negativa se configuró con reactancia cero, y su reactancia negativa se combinó con la mayor reactancia positiva de la rama opuesta, preservando así el valor correcto de la reactancia pasante de los terminales primario a secundario.

Los condensadores síncronos no se representaron dinámicamente en los estudios de estabilidad, sino simplemente mediante condensadores o reactores.

El sistema *C* estuvo representado por un generador equivalente en la barra *CA* de la subestación. El sistema *F*, excluyendo la estación *FA*, que se mostró individualmente, estuvo representado por un generador equivalente. En los estudios de estabilidad, los generadores equivalentes en *CA* y *FA* se consideraban infinitos. La estación *DG* se combinó con la estación *DA*. Las estaciones *GC* y *GD* estuvieron representadas por un generador equivalente en la barra de la subestación *GA*. En la parte 1 del estudio, la porción del sistema *D* más allá de la subestación *DD* se representó como un generador equivalente en la barra *DD*, y la estación *AJ* se combinó

Tabla 10

AGRUPACIÓN DE MÁQUINAS SINCRÓNICAS PARA LA REPRESENTACIÓN POR FUENTES DE ENERGÍA EN LA TABLA DE CÁLCULO (ESTUDIO 4)

Estación	Número de Fuentes de Potencia								
	Corr. 1	Corr. 2	Corr. 3	Corr. 4	Corr. 5	Corr. 6	Corr. 7	Corr. 8 al 11	Corr. 12
DE, DF, DH	1	1	1	1	1	1	1	1	1
DA, DG	2	2	2	2				2	2
EA	3	3	3	3	2	2	2	3	3
AJ	4	4	4	4				4	4
AA (barra norte)								5	5
AA (barra sur)								6	6
BD	5	5	5	5	3	3	3	7	7
BF	6	6	6	nc	nc	4	4	8	8
BG	7	7		6	4				
Sistema *C*	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
GB	nc	8	7	nc	5	nc	5	nc	nc
GC, GD		9	8				6		
FA		10	9		6		7		
Resto del Sistema *F*		∞	∞		∞		∞		
Sistema *H*		nc	nc		nc		nc		9

* ∞ = Barra infinita / nc no conectado (off) / Corr.: Corrida de programa

con la estación *AA*. En la parte 2, la porción del sistema *B* cerca de las estaciones *BF* y *BG* (incluidos transformadores, líneas y cargas, pero no generadores) estaba representada por un circuito equivalente (mostrado en la Fig. 40), cuyos terminales eran: estación *BF* barra de 12.5 kV, estación *BG* barra de 4.16 kV, subestación *BC* barra de 132 kV y subestación *BA* barra de 60 kV. Dado que los generadores no estaban incluidos en esta red, era posible cambiar las reactancias de los generadores según el número de máquinas que se suponía que estaban en funcionamiento en cada estación y según si se deseaban reactancias síncronas ajustadas para funcionamientos en estado estacionario o reactancias transitorias para corridas de estabilidad transitoria.

En muchos de los ensayos de estabilidad transitoria se realizaron combinaciones adicionales de generadores, como se muestra en la Tabla 10; por ejemplo, se combinaron algunas corridas de las estaciones *BG* y *BF*.

Curvas de oscilación, parte 1. En la parte del estudio considerada se realizaron doce corridas de estabilidad transitoria. Las curvas de oscilación se reproducen en las

Tabla 11

RESUMEN DE CORRIDAS DE ESTABILIDAD (ESTUDIO 4)

	Potencia de Transferencia				Ubicación de la Falla			Tiempo de Conmutación			
Corrida	MW	Recib. en	Desde	Tipo de Falla	Tensión de Línea	Cerca de la Estación	En la Línea a	Despeje	Recierre	Estable o Inestable	Comentarios
1	39.6	*AB*	*BC*	2LT	154 kV	*BC*	*AB*	6	21	Estable	
	13.0	*BD*	*CA*								
2	45.6	*AB*	*BC*	"	"	"	"	"	"	Inestable	*
	21.4	*BD*	*CA*								
3	40.0	*AB*	*BC*	3φ-3φ	132 kV	*BD*	*BC*	9	30	Estable	*
	58.0	*BC*	*BD*							pero	
	40.4	*BD*	*CA*							crítico	
4	35.4	*BC*	*AB*	2LT	154 kV	*AB*	*BC*	6	21	Inestable	
5	"	″	″	"	"	"	"	"	"	Inestable	*
6	30.0	*AB*	*BD*	"	"	*BD*	*AB*	"	"	Estable	
7	40.6	*AB*	*BD*	"	"	"	"	"	"	Estable	*
	12.4	*BD*	*CA*								
8	26.0	*BD*	*AB*	3φ	13.8 kV	*AA* (N)	*AF*	12	..	Estable	
9	"	″	″	″	″	"	"	18	..	Inestable	
10	"	″	″	″	″	*AA* (S)	†	18	..	Estable	
11	25.5	″	″	″	″	*AA* (N)	*AF*	18	..	Inestable	*AA* Barra div.
12	45.0	″	″	2LT	154 kV	*AB*	*BD*	6	21	Inestable	‡

* Sistemas *F* y *G* conectados al sistema *B* con 0 + *j*0 potencia de intercambio

† Falla a 1,000 pies de la estación *AA* en cable de 700 MCM

‡ Sistema *H* conectado con 0 + *j*0 de potencia de intercambio

Fig. 41 a 52, inclusive, y las condiciones bajo las cuales se tomaron y las conclusiones resultantes sobre la estabilidad o inestabilidad de cada caso se resumen en la Tabla 11. La agrupación de generadores para cada corrida de estabilidad se muestra en la Tabla 10. Cada corrida se analizará a continuación.

Corrida 1. Se supuso que la terminal de la compañía *B* de la línea de *A* a *B* estaba en la subestación *BC*. Como paso para encontrar el límite de potencia de esta línea para el flujo de energía hacia el norte, las fuentes de energía en el tablero se ajustaron para dar 39.6 MW de potencia recibida en la subestación *AB* desde *BC*. Para suministrar esta energía, se transmitieron 13 MW al sistema *B* desde el sistema *C*, y se asumió una nueva unidad generadora instalada y operativa en la estación *BF*, lo que resultó en una necesidad también de 20 MVA de capacidad de transformador adicional en *BF*. Se supuso que ocurría una falla de dos líneas a tierra en la línea de

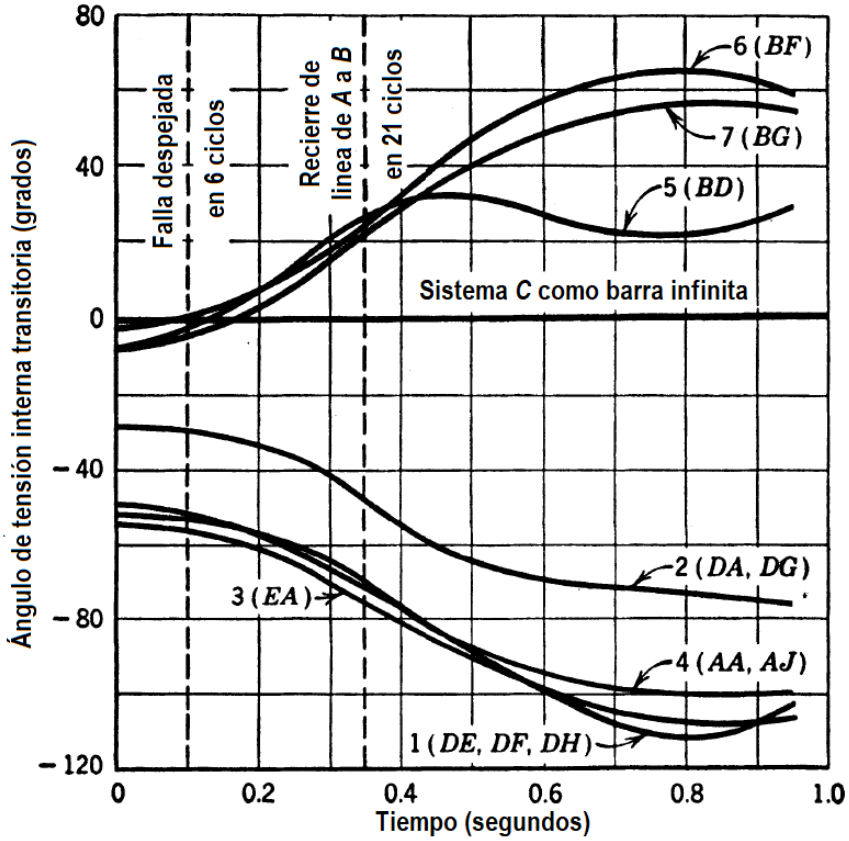


Figura 41

Curvas de oscilación, Estudio 4, parte 1, corrida de estabilidad 1. 39.6 MW recibidos en la subestación *AB* desde la subestación *BC* y 13,0 MW recibidos en la estación *BD* desde la subestación *CA*. Falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación *BC* en la línea propuesta de 154 kV a la subestación *AB*, despejada en 6 ciclos, línea recerrada en 21 ciclos. Estable.

A a *B* de 154 kV cerca del extremo de envío. Los tiempos supuestos de compensación y recierre fueron de 6 y 21 ciclos, respectivamente. El extremo de envío de cualquier línea suele ser el peor lugar de falla en la línea desde la perspectiva de la estabilidad; pero, dado que la aceleración de los generadores durante los 6 ciclos en los que la falla está activa es pequeña en comparación con la de los siguientes 15 ciclos en los que la

línea está abierta y los sistemas están completamente separados, una falla de un tipo determinado en cualquier parte de la línea tendría sustancialmente el mismo efecto sobre la estabilidad que una falla en el extremo de envío. La inspección de las curvas de giro (Fig. 41) muestra que las máquinas del sistema *B* oscilan aproximadamente juntas y aumentan su velocidad. La aceleración se debe a la caída de la carga durante la perturbación. Las máquinas de los sistemas *A*, *D* y *E* también oscilan juntas, pero se desaceleran porque asumen una carga adicional durante la perturbación para compensar en sus sistemas la potencia recibida del sistema *B*. El sistema *C* se representó como una barra infinita y, por lo tanto, no osciló. La estación *BD*, que estaba más cerca del sistema *C* que las estaciones *BF* y *BG*, osciló menos que las estaciones *BF* y *BG*, como si fuera atraída por el sistema *C*. Las curvas muestran claramente que el sistema era estable.

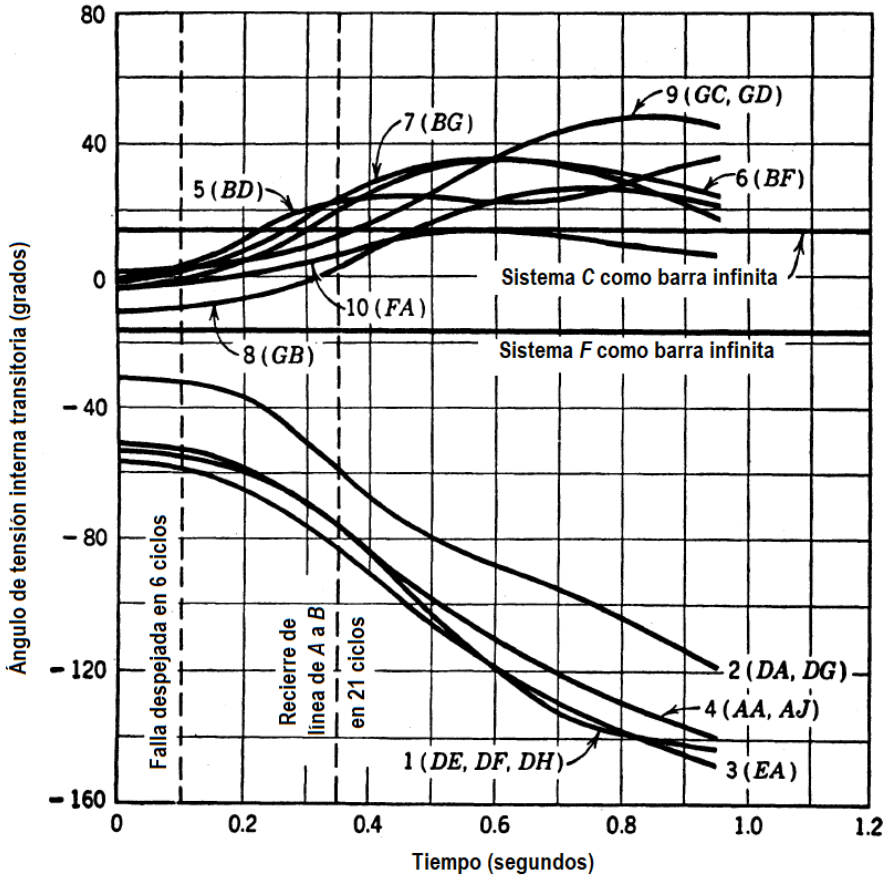


Figura 42

Curvas de oscilación, Estudio 4, parte 1, ensayo de estabilidad 2. 45,6 MW recibidos en la subestación *AB* desde la subestación *BC* y 21,4 MW recibidos en la estación *BD* desde la subestación *CA*. Sistemas *F* y *G* conectados al sistema *C* con intercambio de potencia 0 + *j*0. Falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación *BC* en la línea propuesta de 154 kV a la subestación *AB*, despejada en 6 ciclos, línea recerrada en 21 ciclos. Inestable.

Corrida 2. La potencia recibida en la subestación *AB* se incrementó a 45.6 MW. Para suministrar este aumento de potencia, la potencia enviada al sistema *B* desde el sistema *C* se incrementó a 21.4 MW, mientras que las salidas de las estaciones *BD*, *BF* y *BG* se mantuvieron sin cambios. Los sistemas *F* y *G* estaban conectados al

sistema *B* con cero intercambio de potencia activa y reactiva. Con la misma ubicación del fallo y con tiempos de conmutación iguales que en el experimento anterior, el sistema resultó inestable. *Por lo tanto, el límite de potencia de la línea A a B para el flujo de energía hacia el norte es de entre 40 y 45 MW recibidos*. La potencia nominal de la línea se puede considerar como 35 MW. El estudio de las curvas de oscilación (Fig. 42) muestra que las máquinas de los sistemas *B* y *G* y de la estación *FA* avanzaron juntas. El resto del sistema *F* se representó como un bus infinito y el sistema *C* se representó como otra barra infinita. Los generadores del sistema *B* no oscilaron tan por delante del sistema *C* en esta ejecución como lo hicieron en la ejecución anterior, a pesar del aumento en la transferencia de energía. Este hecho muestra que la conexión de los sistemas *F* y *G* al sistema *B* tiene un efecto beneficioso sobre la estabilidad. Sin embargo, los generadores de los sistemas *A*, *D* y *E*, nuevamente oscilando juntos, se quedaron más atrás que antes y perdieron el paso con los otros generadores. Por tanto, el límite de potencia, con o sin conexión de los sistemas *F* y *G* al sistema *B*, se sitúa entre 40 y 45 MW, y se puede concluir que la conexión de dichos sistemas sólo tiene un pequeño efecto.

Corrida 3. Una consecuencia de seleccionar la subestación *BC* como terminal de la compañía *B* de la línea *A* a *B*, mientras que la estación *BD* es la terminal de la línea de *B* a *C*, es que, cuando se desea transferir energía de la compañía *C* a la empresa *A*, esta energía debe fluir a través de la línea de doble circuito de 132 kV de *BD* a *BC*, la que al mismo tiempo puede ser necesaria para transportar energía desde la estación *BD* a las cargas en la parte izquierda del sistema *B*. Para probar tales condiciones de estabilidad, se realizó la prueba 3. La generación se ajustó para enviar 40.0 MW (ligeramente por debajo del límite de potencia encontrado anteriormente) a *AB* desde *BC* y 40.4 MW a *BD* desde *CA*. Al mismo tiempo, la estación *BD* generaba más de lo requerido por la carga en la parte adyacente del Sistema *B*, y el excedente se transmitía a la parte distante, lo que resultó en una potencia total de 58.0 MW recibida en la subestación *BC* a través de las líneas de 132 kV de *BD*. No se supuso que estuvieran funcionando nuevos generadores. Los sistemas *F* y *G* estaban conectados al sistema *B* sin intercambio. Se supuso que una falla trifásica que afectaba a ambos circuitos [5] de la línea *BC* de 132 kV ocurría cerca de *BD* y se despejaba en 9 ciclos mediante la apertura simultánea de los interruptores en ambos extremos de ambos circuitos, seguida de su recierre en 30 ciclos. Las curvas de oscilación (Fig. 43) muestran que el sistema era estable pero crítico. Las máquinas de los sistemas *A*, *D* y *E*, nuevamente oscilando juntas, desaceleraron y casi, pero no del todo, perdieron el paso con las otras máquinas. Las estaciones *BD*, *GB*, *GC* y *GD* (que están en el lado de envío de la línea abierta) adelantaron y luego oscilaron; De estas estaciones, *BD*, la más cercana a la falla, adelantó más rápidamente. Las estaciones *BF* y *BG* desaceleraron al principio, pero aceleraron después del cierre de las líneas con falla. El límite de potencia era ligeramente superior a 58 MW en las líneas *BC*-*BD* o ligeramente superior a 40 MW en la línea *AB*-*BC*. Esta última cifra se aproxima al

[5] Una falla de este tipo podría consistir en una falla trifásica en cada circuito o en una falla de una línea a tierra en un circuito y una falla de dos líneas a tierra en las fases restantes del otro circuito.

límite ya determinado para un fallo en la línea *AB-BC* y, por tanto, es satisfactoria. Si el fallo afectara sólo a un circuito, el límite de potencia sería mayor.

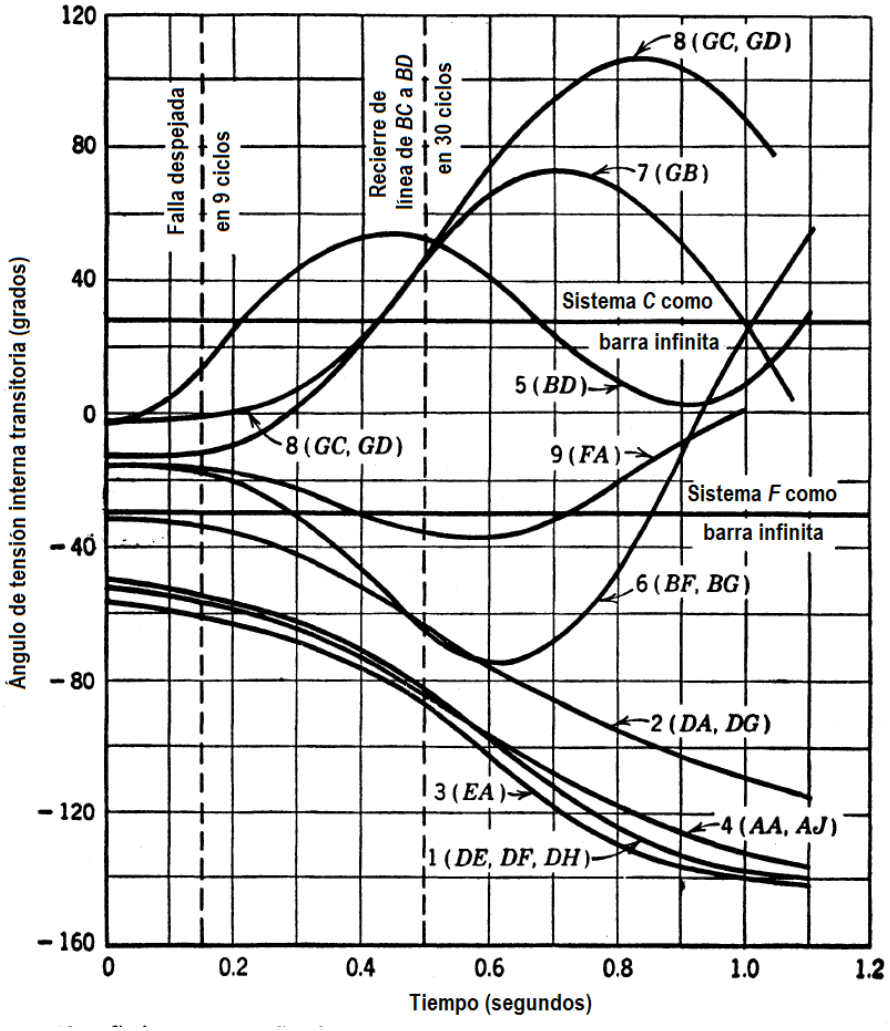


Figura 43

Curvas de oscilación, Estudio 4, parte 1, ensayo de estabilidad 3. 40.0 MW recibidos en la subestación *AB* desde la subestación *BC*, 58.0 MW recibidos en la subestación *BC* desde la estación *BD* y 40.4 MW recibidos en la estación *BD* desde la subestación *CA*. Sistemas *F* y *G* conectados al sistema *C* con intercambio de potencia 0 + j0. Falla trifásica de doble circuito cerca de la estación *BD* en las líneas de 132 kV a la subestación *BC*, despejada en 9 ciclos, líneas recerradas en 30 ciclos. Estable pero crítico.

Corrida 4. A continuación se decidió investigar el límite de potencia de la línea *A* a *B* cuando transportaba energía hacia el sur (de *A* a *B*). Las fuentes de energía se ajustaron para obtener 35.4 MW recibidos en *BC* de *AB*. Para suministrar esta cantidad de energía, la producción de los generadores *AA* de la estación se incrementó a 22 MW por encima de la capacidad nominal de la estación, lo que requirió que se supusiera una nueva unidad generadora instalada y operativa allí; y, además, se recibieron 30.5 MW en la subestación *AB* del sistema *D*. Para absorber esta cantidad de energía en el sistema *B*, se cerró la estación *BF*. La línea de *B* a *C* se cerró con cero intercambios de potencia activa y reactiva medida en la barra de 132 kV de la estación *BD*. Los sistemas *F* y *G* no estaban conectados. Se requirió capacidad de

transformador adicional de la siguiente manera: 13 MVA en la estación *AA*, 5 MVA en la subestación *AB* y 12 MVA en la subestación *BC*. Se supuso que se produciría una falla de dos líneas a tierra cerca de *AB* en la línea propuesta de 154 kV de *A* a *B*, con los tiempos de conmutación habituales. Las curvas de oscilación (Fig. 44) muestran que el sistema es inestable. Los sistemas *A*, *D*, *E* y *B*, aunque inicialmente se separaron, volvieron a unirse y permanecieron en sincronismo, pero ambos grupos perdieron el paso del sistema *C*.

Corrida 5. Las condiciones en esta ejecución fueron idénticas a las de la última ejecución excepto que los sistemas *F* y *G* estaban conectados al sistema *B* sin intercambio. El sistema combinado volvió a ser inestable (ver Fig. 45), pero esta vez los sistemas *B* y *C* permanecieron al mismo paso entre sí, mientras que los sistemas *A*, *D*, *E* se adelantaron y perdieron el paso con *B* y *C*. El movimiento de las máquinas

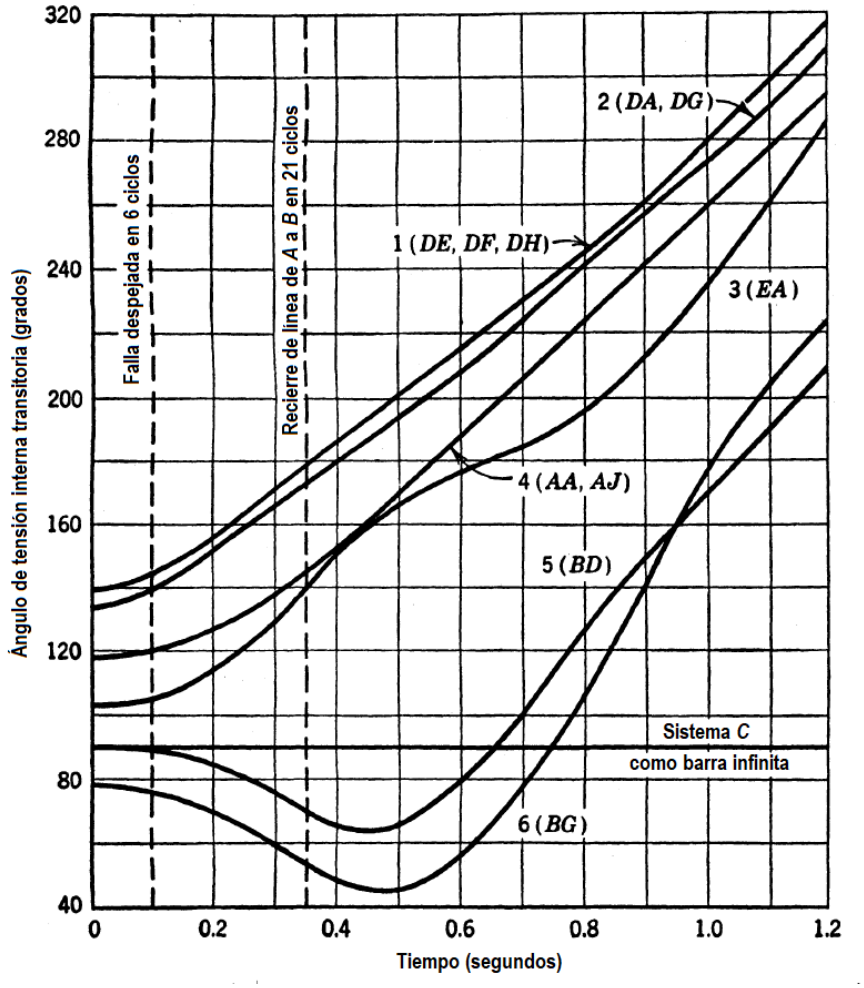


Figura 44

Curvas de oscilación, Estudio 4, parte 1, ensayo de estabilidad 4. 35.4 MW recibidos en la subestación *BC* desde la subestación *AB*. Falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación *AB* en la línea propuesta de 154 kV a la subestación *BC*, despejada en 6 ciclos, línea recerrada en 21 ciclos. Inestable.

A, *D*, *E* fueron casi exactamente iguales en ambas corridas, pero el movimiento de las máquinas del sistema *B* se redujo en gran medida por la conexión de los sistemas *F* y

G. El límite de potencia de la línea *A* a *B* para el flujo de energía hacia el sur fue menor que 35 MW independientemente de que los sistemas *F* y *G* estuvieran conectados o no, y se estimó entre 30 y 35 MW. La capacidad de potencia práctica se consideró de 25 MW. *Tenga en cuenta que el límite de estabilidad transitoria para el flujo hacia el sur fue menor que el del flujo hacia el norte en la misma línea*.

Corrida 6. La terminal de la compañía *B* de la línea *A* a *B* ahora se trasladó de *BC* a *BD* y se investigó la transferencia de energía hacia el norte. En primer lugar, se probó el valor de 30 MW recibidos en *AB* de *BD*. La estación *BF* generaba 54 MW con el

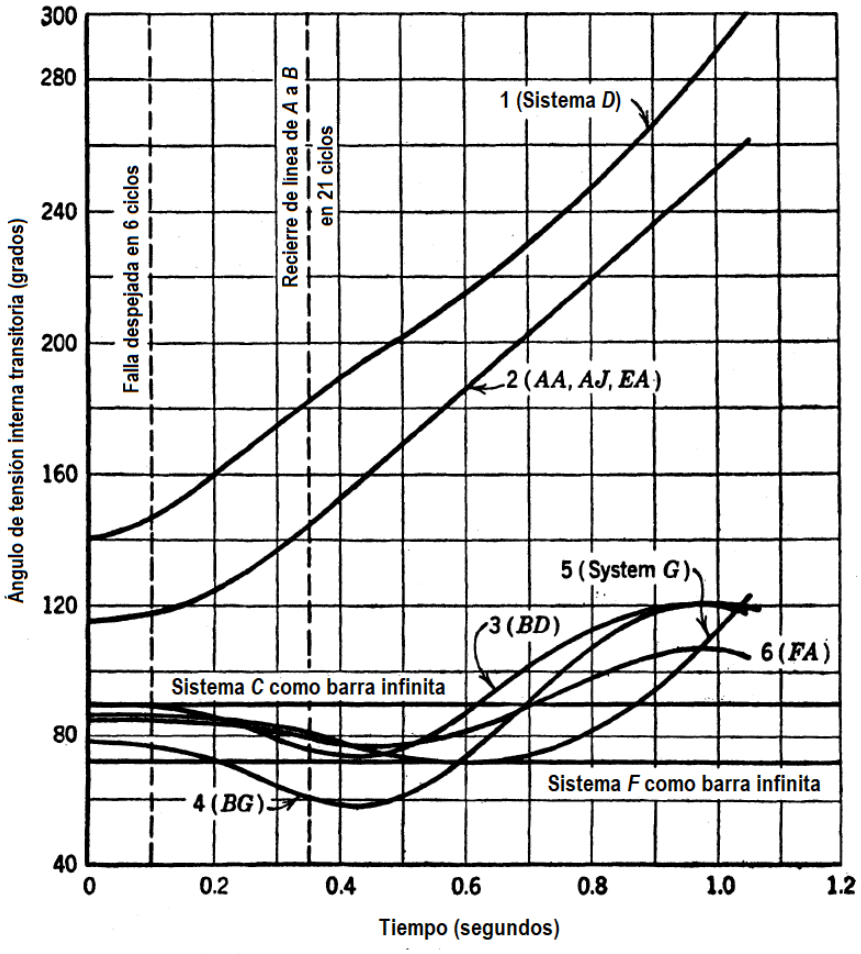


Figura 45

Curvas de oscilación, Estudio 4, parte 1, corrida 5. Igual que el ensayo 4 excepto que los sistemas *F* y *G* estaban conectados al sistema *C* con intercambio de energía 0 + *j*0. Nuevamente inestable.

nuevo generador en funcionamiento y allí se requerían 23 MVA de capacidad de transformador adicional. No se recibió energía del sistema *C* y los sistemas *F* y *G* fueron desconectados. La generación en la estación *AA* se redujo a tal punto que para abastecer su carga local fue necesario recibir energía del sistema *D* así como del sistema *B* y requirió 11 MVA de capacidad de transformador adicional en la estación *AA* (un poco menos que la cantidad requerida en la corrida 4). Se aplicó una falla de dos líneas a tierra a la línea *A* a *B* en el extremo de envío (estación *BD*), se eliminó en

6 ciclos y recerrado en 21 ciclos. El sistema era estable; todos los cambios fueron de pequeña amplitud. (Ver Fig. 46).

Corrida 7. La transferencia de energía en la línea de *A* a *B* se incrementó a 40,6 MW recibidos en la subestación *AB* desde la estación *BD*. Para proporcionar el aumento de potencia, se recibieron en *BD* 12,4 MW del sistema *C*. Para absorber el aumento de potencia, se redujo aún más la generación en la estación *AA*. Las condi--

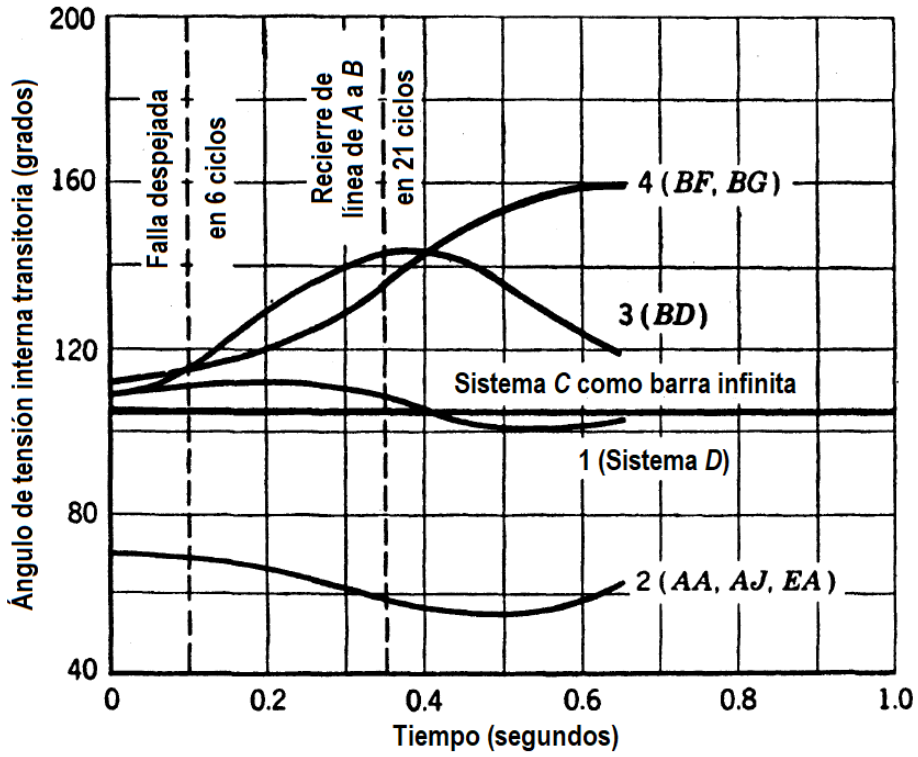


Figura 46

Curvas de oscilación, Estudio 4, parte 1, corrida de estabilidad 6. 30.0 MW recibidos en la subestación *AB* desde la estación *BD*. Falla de dos líneas a tierra cerca de la estación BD en la línea propuesta de 154 kV a la subestación *AB*, despejada en 6 ciclos, línea recerrada en 21 ciclos. Estable.

ciones de flujo de energía fueron muy parecidas a las del experimento 1 excepto que la generación en *AA* fue menor, siendo la diferencia compensada por la energía recibida del sistema *D*. Además, los sistemas *F* y *G* estaban conectados a *B*. Los sistemas interconectados eran estables (Fig. 47), con un margen considerablemente mayor que en la serie 1 (Fig. 41). La mejora podría deberse en parte al cambio de terminal de la empresa *B* y en parte a la conexión de los sistemas *F* y *G*. El límite de potencia de la línea de *A* a *B* con terminal en *BD* no estaba exactamente determinado, pero parecía ser algo mayor que el límite correspondiente con la terminal de línea en *BC*, al menos para el flujo de energía hacia el norte.

Curvas de oscilación, parte 2. En la parte 2 del estudio se investigó el tiempo requerido para solucionar fallas en el sistema de 13.8 kV de la compañía *A* y el efecto sobre la estabilidad de una interconexión con la compañía *H*. La red de la Fig. 40 se configuró en el tablero de cálculo. Respecto a la configuración de la parte 1 (Fig. 39),

los principales cambios fueron: (a) Se cambió la base de 40 MVA a 25 MVA (b) Se representó en detalle la red de 13.8 kV de la empresa *A*, incluyendo la separación del bus de la estación *AA* en dos secciones mediante un reactor de barra, con los generadores de cada sección representados por separado, y la separación de la estación *AJ* de la estación *AA*. Se supuso que los transformadores de 13,8/66 kV en la estación

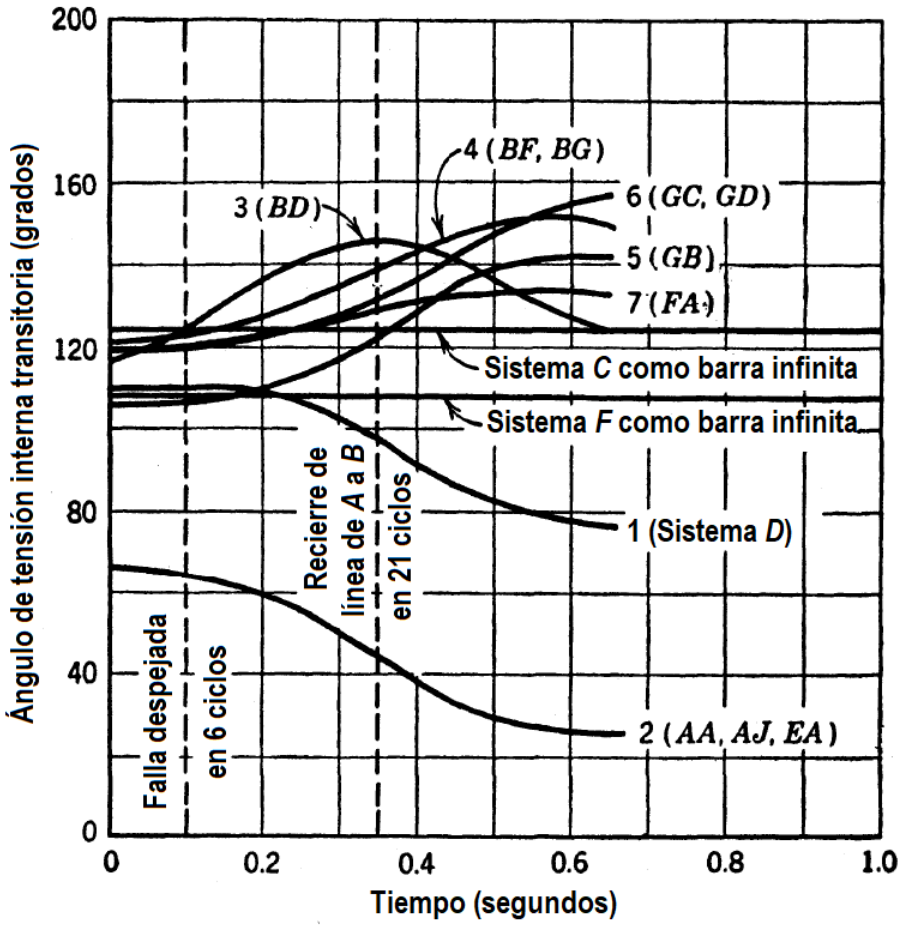


Figura 47

Curvas de oscilación, Estudio 4, parte 1, corrida de estabilidad 7. 40.6 MW recibidos en la subestación *AB* desde la estación *BD* y 12,4 MW recibidos en la estación *BD* desde la subestación *CA*. Sistemas *F* y *G* conectados al sistema *C* con intercambio de energía 0 + *j*0. Falla de dos líneas a tierra cerca de la estación *BD* en la línea propuesta de 154 kV a la subestación *AR*, despejada en 6 ciclos, línea recerrada en 21 ciclos. Estable.

AA tenían una capacidad de 25 MVA cada uno, o 50 MVA en total, como se consideró necesario en la parte 1. (c) La parte remota del sistema *D* se mostró con más detalle. d) La parte del sistema *B* que contenía las estaciones *BF* y *BG* estaba representada por un circuito equivalente. La terminal de la empresa *B* de la línea de *A* a *B* se ubicó en la estación *BD*. Los sistemas *F* y *G* no estaban conectados. Se suministró potencia activa cero y aproximadamente 17 MVA de potencia reactiva al sistema *B* desde el sistema *C*.

Corrida 8. Primero se examinó el tiempo requerido para solucionar fallas en el sistema de 13.8 kV de la empresa *A*. La interconexión de *A* a *B* entregaba 26 MW a

la estación *BD* (aproximadamente la capacidad de potencia práctica de la interconexión como se encuentra en la parte 1). La potencia de salida de los generadores de la estación *AA* fue de 101.5 + *j*40.7 MVA. Dado que esta producción excedía la capacidad de la estación, se supuso un nuevo generador en la barra norte y la capacidad total se dividió en partes iguales entre las dos barras. Las tensiones de ambos tramos de las barras se mantuvieron en la misma magnitud, pero una diferencia de fase entre ellos provocó que se transfirieran 5 MW de la barra sur al norte. Desde

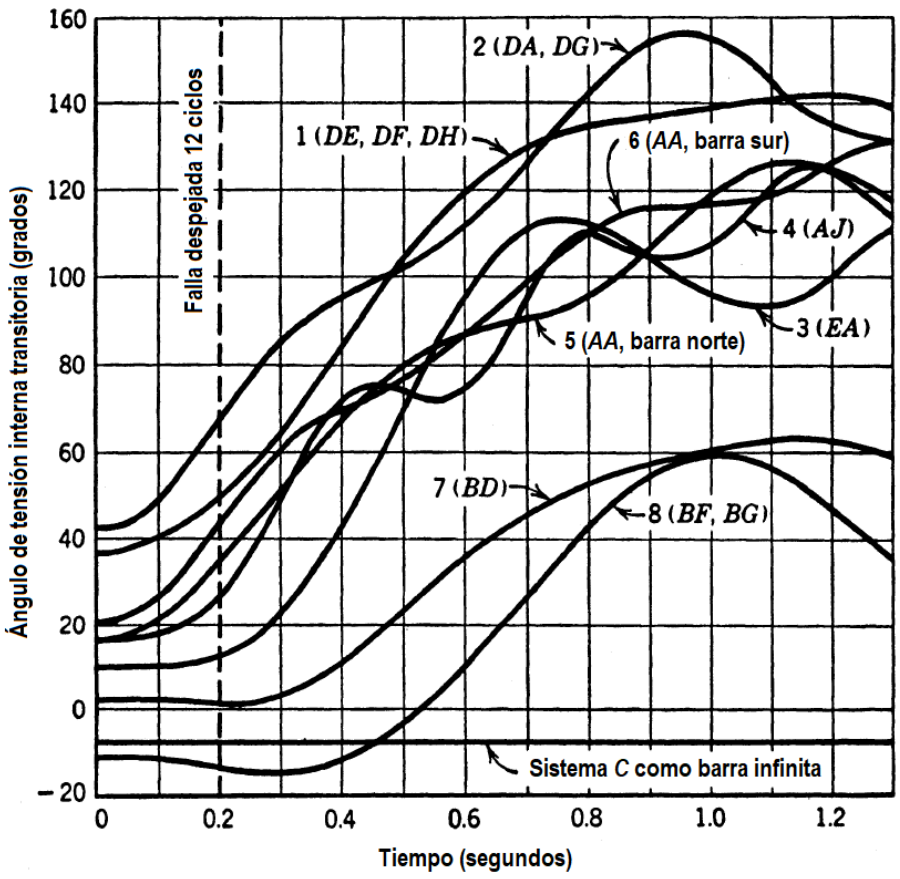


Figura 48

Curvas de oscilación, Estudio 4, parte 2, corrida de estabilidad 8. 26.0 MW recibidos en la estación *BD* de la subestación *AB*. Falla trifásica en alimentador de 13,8 kV cercano a estación *AA* bus norte, solucionada en 12 ciclos. Estable.

el sistema *D* se entregaron 25 MW al sistema *A*. Se supuso que había una máquina en funcionamiento en cada planta del sistema *D*, excepto en la estación *DA*, donde se supuso que todas las máquinas estaban en servicio. En la estación *EA* se necesitaron 15 MVA de capacidad de transformador adicional de 110/66 kW.

Se supuso que se produjo una falla trifásica cerca de la estación *AA* en un alimentador de cable subterráneo de 13.8 kV suministrado desde el autobús norte. Con 12 ciclos de despeje, el sistema se mantuvo estable. (Ver curvas de oscilación, Fig. 48.)

Corrida 9. Con 18 ciclos de eliminación de la misma falla, los sistemas estaban inestables (Fig. 49).

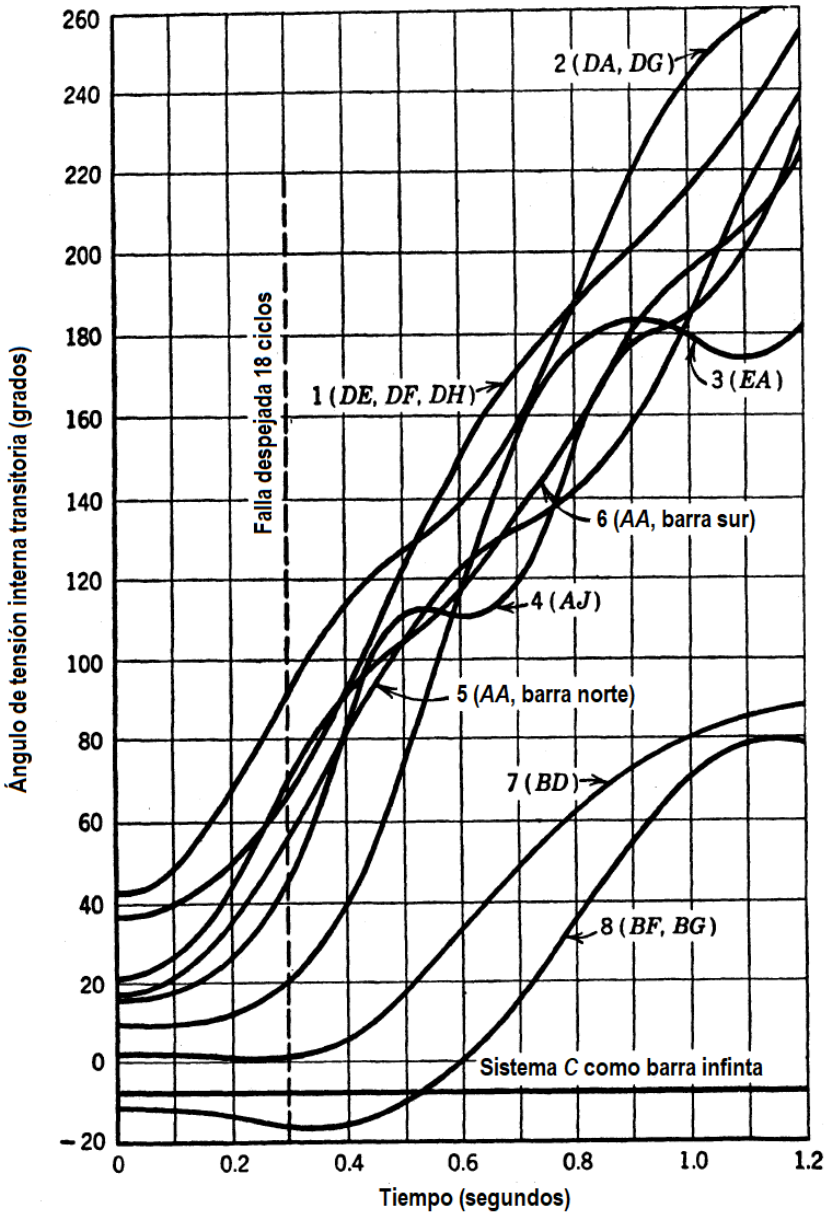


Figura 49

Curvas de oscilación, Estudio 4, parte 2, corrida de estabilidad 9. Igual que la corrida 8, excepto que el tiempo de despeje se incrementó a 18 ciclos. Inestable.

Corrida 10. El propósito de esta ejecución fue mostrar el efecto de fallas trifásicas más alejadas de la estación *AA*. La ubicación seleccionada fue un punto a unos 1000 pies de la estación *AA* en un cable de 700 mil circular mils suministrado desde el autobús sur. Con la impedancia adicional de este cable entre la estación *AA* y la falla, la tensión en *AA* se mantuvo lo suficientemente alto como para evitar que la salida del generador disminuyera tanto como antes, de modo que incluso con el despeje de 18 ciclos el sistema se mantuvo estable (ver Fig. 50). Las oscilaciones extremas de la máquina de la estación *AJ*, como lo muestra su curva de oscilación, deben descartarse

un poco, ya que no representaban el movimiento real de la máquina, sino que eran el resultado de imprecisiones causadas por el uso en los cálculos paso a paso de un intervalo de tiempo demasiado largo en comparación con el período de oscilación de la máquina.

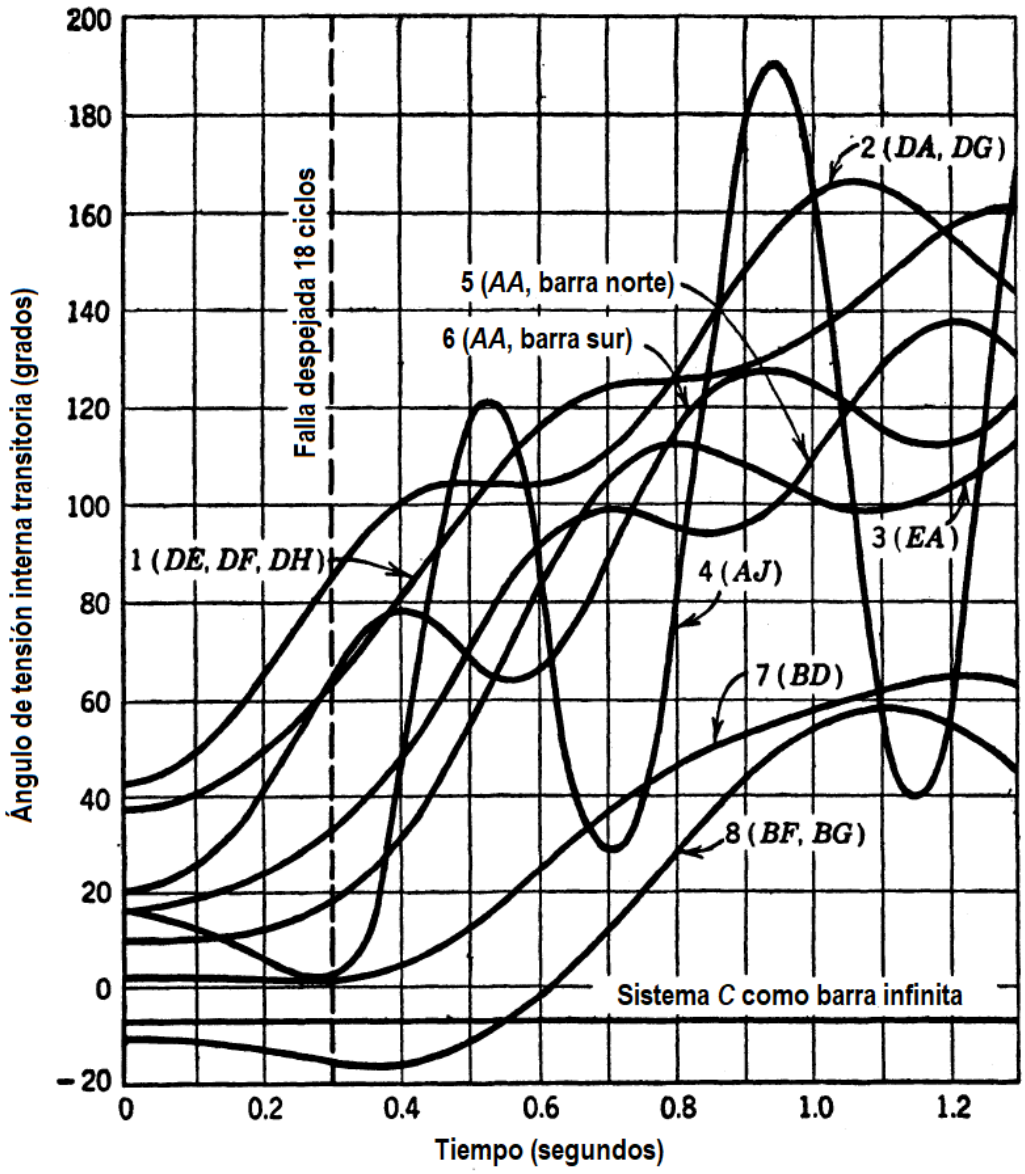


Figura 50

Curvas de oscilación, Estudio 4, parte 2, corrida de estabilidad 10. Igual que la corrida 9 excepto que la falla estaba a 1,000 pies de la estación *AA* de la barra sur en un cable de 700 mil circular mils. Estable.

Corrida 11. El propósito de esta ejecución fue mostrar el efecto de retirar el reactor de unión de barras en la estación *AA*, dejando las barras norte y sur unidas entre sí a través únicamente de los transformadores 13.8/66 kV y la red de 13.8 kV. En todos los demás aspectos fue idéntico a la corrida 9. La comparación de las curvas de oscilación de la corrida 11 (Fig. 51) con las de la corrida 9 (Fig. 49) muestra que dividir la barra en *AA* disminuyó la velocidad a la que los sistemas *A* y *B* se han

dividido, pero no lo suficiente como para permitir que se recupere la estabilidad. Aunque este recorrido se consideró inestable, representó una condición límite, lo que indicaba que los sistemas serían estables en condiciones ligeramente más favorables, como una impedancia de arco apreciable en la falla o una menor transferencia de energía en la interconexión.

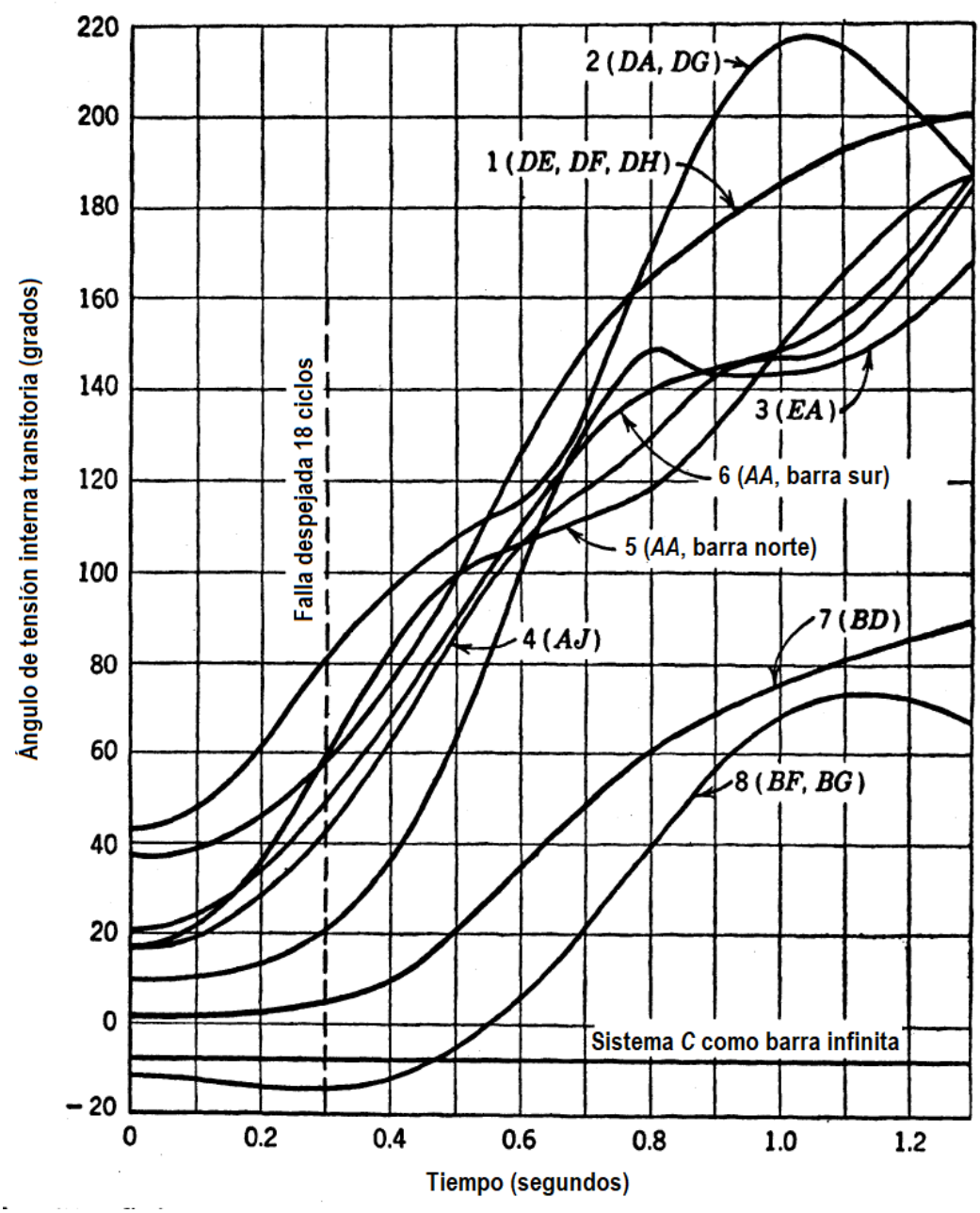


Figura 51

Curvas de oscilación, Estudio 4, parte 2, corrida de estabilidad 11. Igual que la corrida 9 excepto que la barra de la estación *AA* estaba dividida. Aún inestable.

Corrida 12. El propósito de esta ejecución fue mostrar el efecto sobre la estabilidad de conectar el sistema *H* a la línea de *A* a *B*. El Sistema *H* era un sistema metropolitano ubicado cerca del centro de la línea de interconexión propuesta de *AB* a *BD*. Se

representó como un generador de 275 MVA conectado a la línea de 154 kV a través de un transformador de 30 MVA, con cero intercambio de potencia activa y reactiva. Se transmitió energía de 45 MW a *BD* desde *AB*, lo que requirió un nuevo generador en la barra *AA* norte y solo requirió el funcionamiento de una máquina en *BD*. La po-

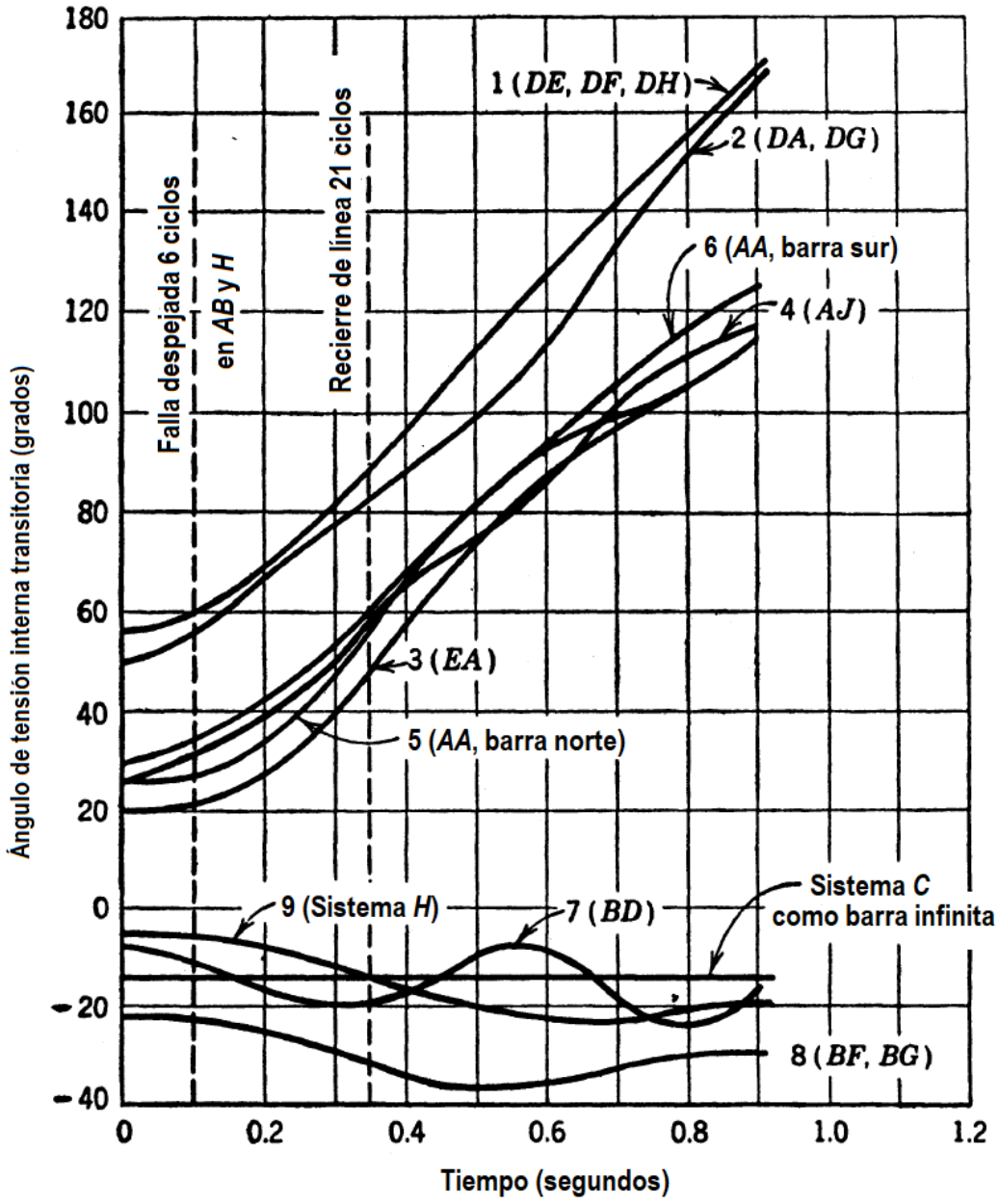


Figura 52

Curvas de oscilación, Estudio 4, parte 2, recorrido de estabilidad 12. 45.0 MW recibidos en la estación BD de la subestación AB. Sistema H conectado a la línea A a B con intercambio de energía 0 + j0. Falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación AB en la línea propuesta de 154 kV a la estación BD, despejada en 6 ciclos, línea recerrada en 21 ciclos. Inestable.

tencia entregada al sistema *A* desde el sistema *D* se elevó a 37.4 MW aumentando la potencia de los generadores del sistema *D* que ya estaban en funcionamiento. Con una falla de dos líneas a tierra en el extremo emisor de la línea de interconexión de

154 kV y con los tiempos habituales de despeje y reconexión, los sistemas se encontraban inestables. Las curvas de oscilación (Fig. 52) muestran que los sistemas *A*, *D* y *E* oscilaron juntas, mientras que los sistemas *B*, *C* y *H* oscilaron muy poco. Por lo tanto, se demostró que el límite de potencia de la línea de *A* a *B* para la transferencia de energía hacia el sur con el sistema *H* conectado a la línea era inferior a 45 MW. Este límite se encontró más exactamente como se describe a continuación.

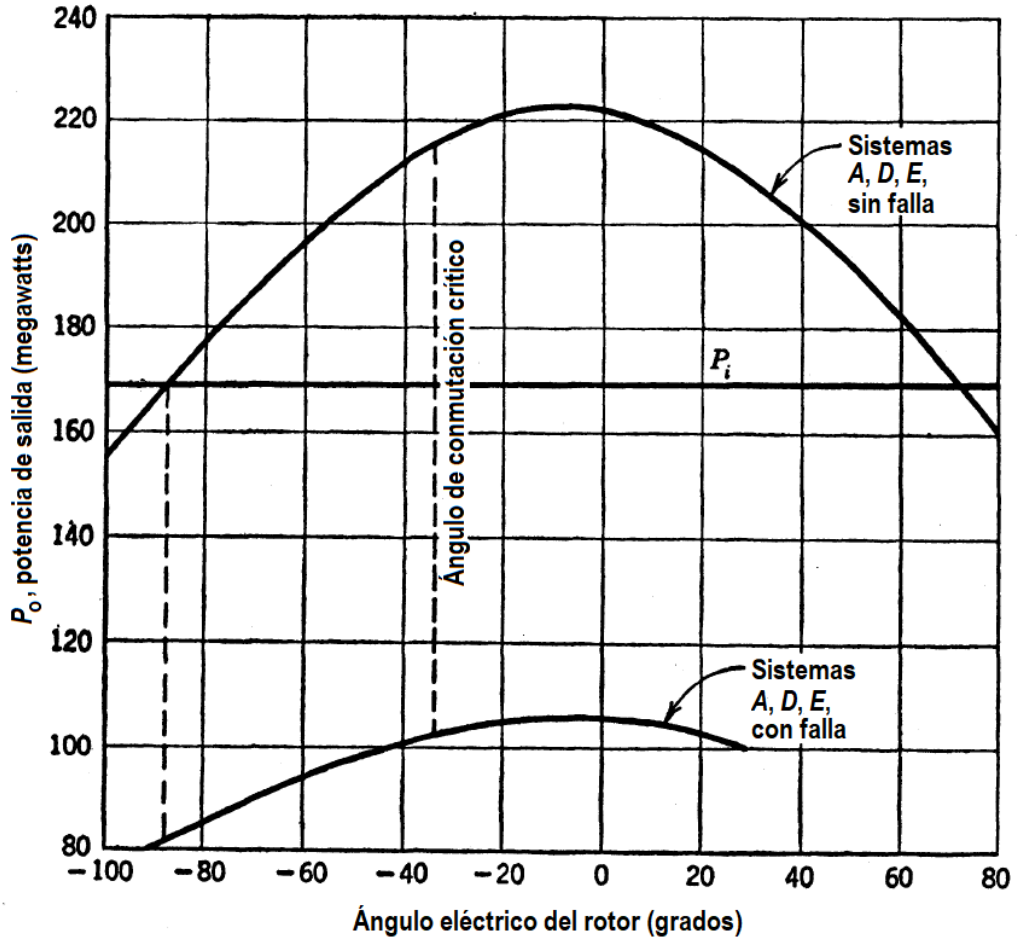


Figura 53

Curvas potencia – ángulo, Estudio 4, parte 2, ejecución 13. 5 MW recibidos en la estación BD desde la subestación AB. Falla trifásica en alimentador de 13,8 kV cerca de estación AA de bus norte. El ángulo de despeje crítico, determinado por el método de áreas iguales, es –34°; tiempo crítico de despeje, 24 ciclos.

Curvas de potencia – ángulo, parte 2. Se utilizaron curvas de potencia – ángulo y el criterio de áreas iguales para (1) obtener una curva que muestre el tiempo crítico de eliminación de una falla trifásica cerca del bus norte de la estación *AA* requerido para mantener la estabilidad. de los sistemas *A*, *D*, *E* con los sistemas *B* y *C* para cualquier cantidad de potencia transferida de *A* a *B*; (2) determinar el límite de potencia de la línea de *A* a *B* para transferencia hacia el sur con el sistema *H* conectado.

Tiempo crítico de despeje de falla trifásica cerca de estación AA 13.8 kV bus norte. Para utilizar el método mencionado fue necesario reducir el sistema a un sistema equivalente de dos máquinas. La inspección de las curvas de oscilación para los

tramos 8 a 11 mostró que las máquinas de los sistemas *A*, *D* y *E* oscilaban juntas y, por lo tanto, podían combinarse con muy poco error en una máquina equivalente. Las máquinas del sistema *B* también oscilaban entre sí y podían combinarse, y el sistema *C* se consideraba como un autobús infinito. Se decidió combinar las máquinas del sistema *B* con las del sistema *C* y representarlas todas como una barra infinita. Se podría esperar que este procedimiento diera resultados algo pesimistas porque la aceleración de las máquinas del sistema *B* para seguir a las de los sistemas *A*, *D*, *E* era beneficiosa para la estabilidad. Las curvas potencia – ángulo se obtuvieron en el ta--

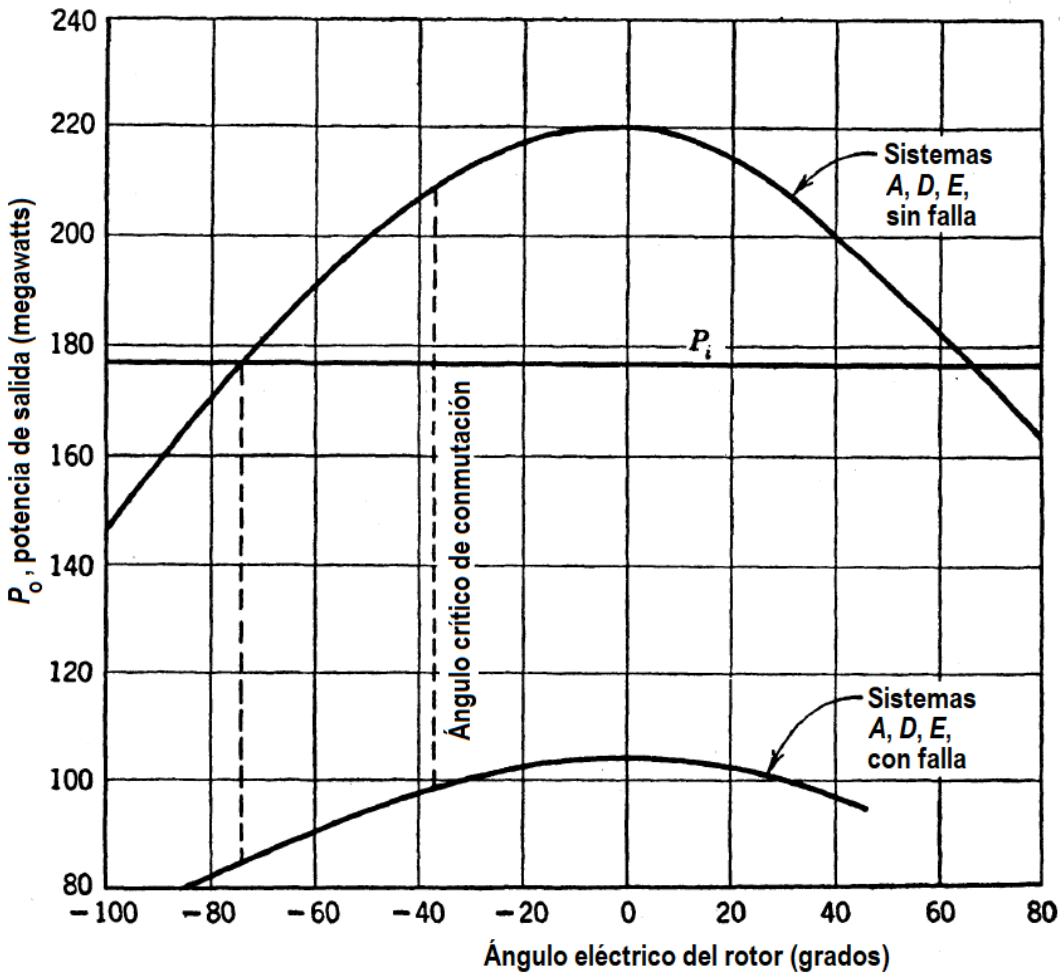


Figura 54

Curvas potencia – ángulo, Estudio 4, parte 2, ejecución 14. 15 MW recibidos en la estación *BD* desde la subestación *AB*. Falla trifásica en alimentador de 13.8 kV cerca de estación *AA* de bus norte. El ángulo de despeje crítico es –37 °; tiempo crítico de despeje, 18 ciclos.

blero de cálculo mediante el siguiente procedimiento: cuando fue posible, las condiciones iniciales de cada ejecución se hicieron idénticas a las de un estudio previo de flujo de carga. La potencia recibida en la estación *BD* desde la subestación *AB* se fijó en 5 MW, 15 MW, 25 MW y 35 MW en las corridas 13, 14, 15 y 16, respectivamente; y se ajustaron a valores normales las tensiones de la barra de 66 kV en *AB* y de la barra de 132 kV en *BD*. Luego se avanzó el ángulo de fase de la fuente de energía que representa la tensión detrás de la reactancia transitoria de la máquina

A-D-E finita en pasos de aproximadamente 15°, manteniéndose constantes tanto esta tensión como la tensión que representa el bus infinito, y en cada paso la potencia de salida de la máquina finita fue registrada. Estos resultados se representaron como las curvas denominadas "sin falla" en las Figs. 53 a 56, inclusive. La escala de ángulos en estas figuras es arbitraria y no es el ángulo entre la tensión interna de la máquina finita y la tensión de la barra infinita. Para cada valor de transferencia de potencia se obtuvo una segunda curva de manera similar, excepto con la falla aplicada y con las tensiones internas mantenidos en los mismos valores que antes. Luego se obtuvo el

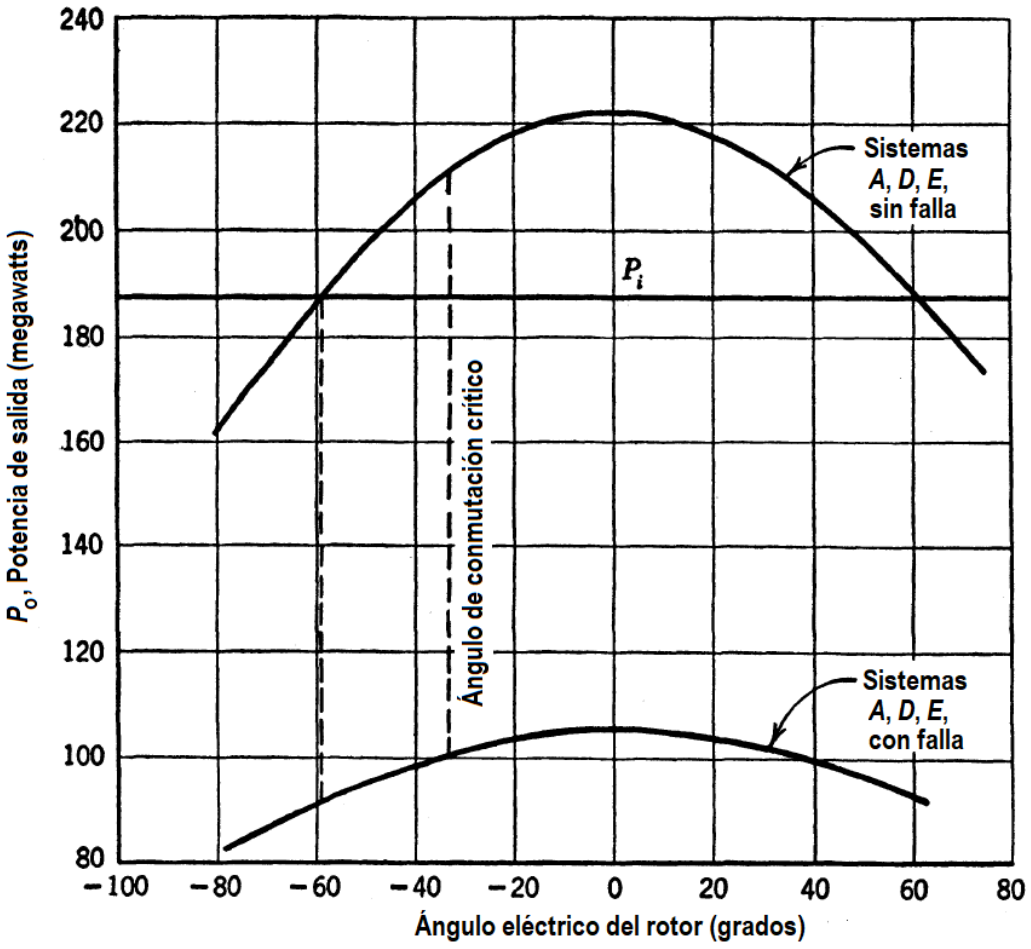


Figura 55

Curvas potencia – ángulo, Estudio 4, parte 2, corrida 15. 25 MW recibidos en la estación *BD* de la subestación *AB*. Falla trifásica en alimentador de 13,8 kV cerca de estación *AA* de la barra norte. El ángulo de despeje crítico es –33 °; tiempo crítico de despeje, 16 ciclos.

ángulo de despeje crítico para cada valor de transferencia de potencia mediante el método de áreas iguales, y el tiempo de despeje crítico correspondiente se encontró a partir de una curva de oscilación calculada mediante el uso de los valores de potencia leídos en la curva potencia – ángulo. La energía cinética de la máquina *A-D-E* se tomó como 1,361 MJ. Las curvas de oscilación se dan en la Fig. 57.

Luego se trazó la curva deseada de transferencia de potencia versus el tiempo de despeje crítico y se muestra en la Fig. 58. Los resultados de los ensayos de estabilidad

8 y 9 son consistentes con esta curva: para la transferencia de 25 MW el sistema fue estable con un despeje de 12 ciclos e inestable con un despeje de 18 ciclos.

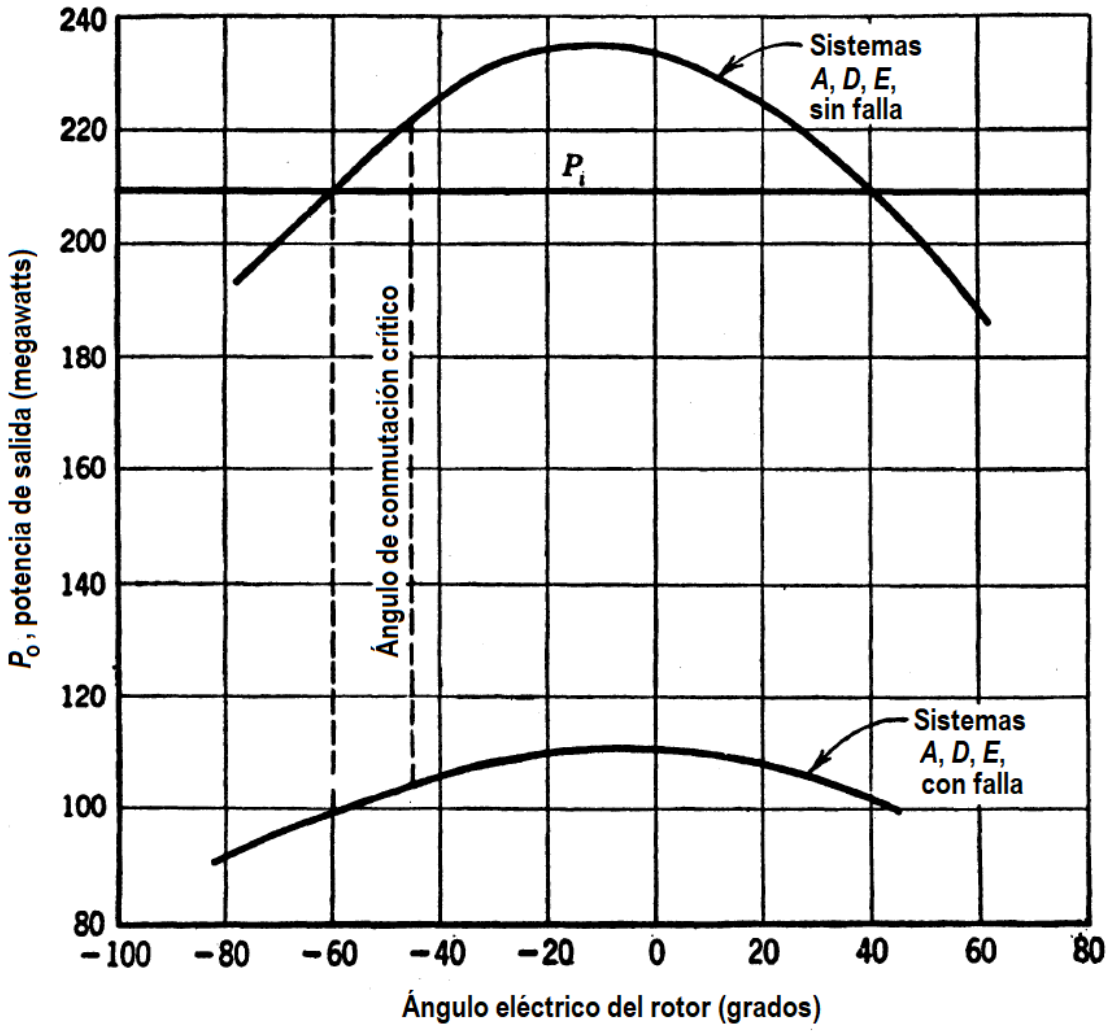


Figura 56

Curvas potencia – ángulo, Estudio 4, parte 2, ejecución 16. 35 MW recibidos en la estación *BD* desde la subestación *AB*. Falla trifásica en alimentador de l3,8 kV cerca de estación *AA* norte de bus. El ángulo de despeje crítico es –45°; tiempo crítico de despeje, 11 ciclos.

Límite de potencia de la línea de A a B con el sistema H conectado. Las curvas de oscilación de la corrida 12 indican que las máquinas de los sistemas *B*, *C* y *H* pueden considerarse como una barra infinita y las de los sistemas *A*, *D* y *E* como una única máquina finita. Se obtuvieron curvas de ángulo de potencia sin falla y nuevamente con una falla de dos líneas a tierra cerca de *AB*. Parecía permisible utilizar las mismas curvas de ángulo de potencia para todos los valores de transferencia de potencia inicial, porque en los tramos 13 a 16 la tensión detrás de la reactancia transitoria varió sólo un 3% en el rango de transferencia de potencia que se consideró. Una vez solucionada la falla, la transferencia de energía a través de la interconexión se volvió cero, pero la salida de la máquina finita no se volvió cero porque estaba suministrando una carga local. Sin embargo, su salida con la línea abierta fue independiente del ángulo y se encontró en estudios de carga anteriores, de la siguiente manera: La carga

total en los sistemas *A*, *D* y *E*, cuando operaban con intercambio cero con el sistema *B*, se determinó a partir de un recorrido de carga, y la carga total más las pérdidas al entregar 45 MW al sistema *B* se obtuvo de otra corrida de carga. La diferencia entre

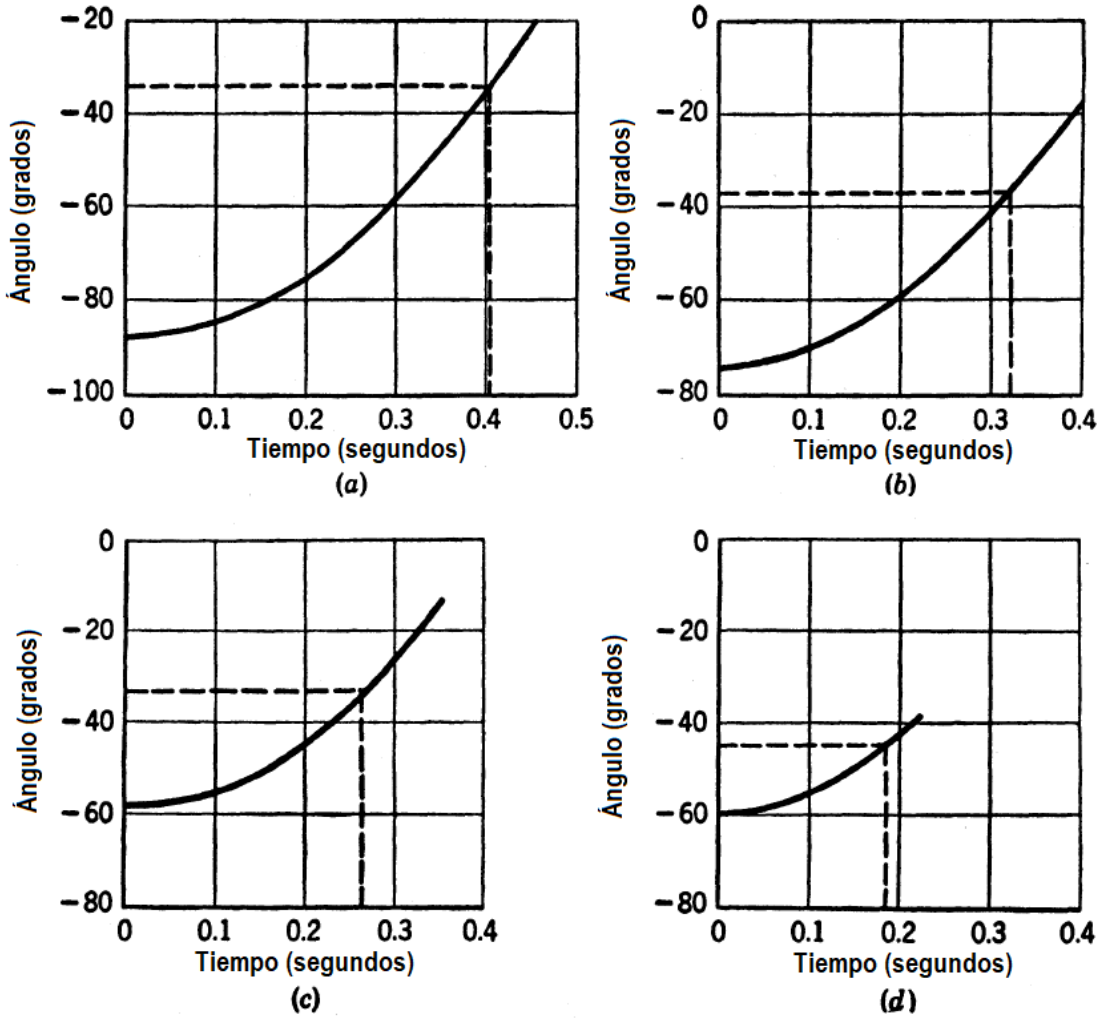


Figura 57

Curvas de oscilación utilizadas en conexión con las curvas de potencia - ángulo de las figuras 53 a 56 para determinar los tiempos críticos de despeje.

estas cifras dieron como resultado la disminución de las pérdidas que se producirían al abrir la línea de interconexión de 154 kV, suponiendo condiciones normales de tensión. Esta disminución de pérdidas se expresó como porcentaje de la potencia enviada a la línea de 154 kV. Para determinar la salida con la falla despejada, el porcentaje encontrado como se acaba de describir se sumó a la entrada a la línea de 154 kV y la entrada aumentada se restó de la salida de las condiciones iniciales de operación. El tiempo crítico de recierre se encontró mediante el uso del método de áreas iguales y curvas de oscilación (Figs. 59 a 61) para transferencias de 25, 35 y 45 MW, utilizando un tiempo de despeje de 6 ciclos en cada caso. El ángulo de despeje correspondiente al tiempo de despeje de 6 ciclos se encontró calculando la curva de oscilación hasta este punto. Luego se encontró el ángulo crítico de recierre mediante

el método de áreas iguales, y el tiempo de recierre correspondiente se obtuvo extendiendo la curva de oscilación hasta este ángulo.

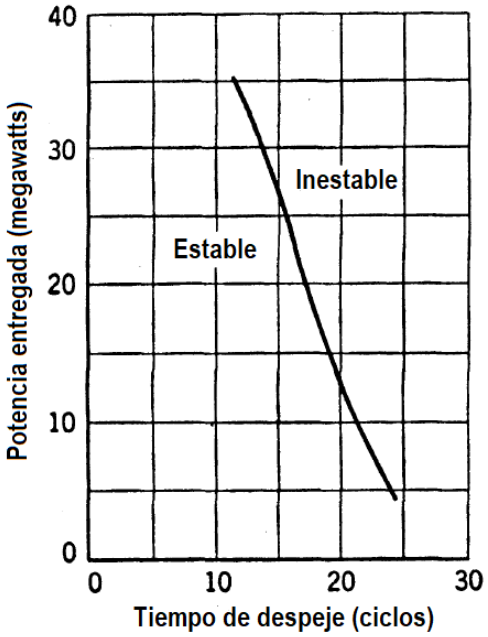


Figura 58

Curva de energía entregada a la estación BD desde la subestación AB a través de la línea de interconexión propuesta de 154 kV versus el tiempo crítico de eliminación de una falla trifásica en un alimentador de 13.8 kV cerca de la barra norte de la estación AA. Basado en los resultados de las corridas 13 a 16, Estudio 4, parte 2.

Se trazó una curva de tiempo crítico de recierre versus transferencia de energía y se puede ver en la Fig. 62. A partir de esta curva, el límite de potencia para un tiempo de reconexión de 21 ciclos se lee como 42 MW. Esto es consistente con el resultado de la corrida de estabilidad 12, en la que se encontró que el sistema era inestable con una transferencia de 45 MW y un recierre de 21 ciclos. La capacidad de potencia práctica se consideró de 35 MW.

Conclusiones. Las siguientes conclusiones se encuentran entre las alcanzadas como resultado del Estudio 4:

Capacidad de interconexión entre los sistemas A y B. La capacidad de potencia de la propuesta de interconexión de 154 kV entre los sistemas *A* y *B*, basada en el mantenimiento del sincronismo mediante una falla de dos líneas a tierra en la línea de interconexión, con despeje de 6 ciclos y reconexión de 21 ciclos, y permitiendo un margen de al menos 5 MW para fluctuaciones momentáneas de potencia en la línea, serían 25 MW recibidos en el sistema *B* o 35 MW recibidos en el sistema *A*. Estos valores se cumplirían para cualquiera de las dos vías consideradas. Si el sistema *H* estuviera conectado a la línea, la potencia recibida en el sistema *B* podría aumentarse a 35 MW. Para llegar a estos límites se supuso que se instalarían y utilizarían equipos automáticos para controlar el flujo del intercambio energía, y que se conectaría el sistema *H* a la línea. Se proporcionarían relés de alta velocidad y maniobra en circuitos críticos dentro de los sistemas *A* y *B*, así como en la propia línea de interconexión. La conexión de los sistemas *F* y *G* al sistema *B* sería beneficiosa para la estabilidad, pero no tendría efecto suficiente para justificar la asignación de potencias superiores a la interconexión. La capacidad de la interconexión, si se permitiera una pérdida de sincronismo durante una falla en la línea de interconexión o en otros circuitos críticos, sería de aproximadamente 35 a 40 MW en cualquier dirección.

Velocidad de eliminación de fallas. Para evitar inestabilidad cuando la interconexión entregaba su carga nominal de 25 MW al sistema *B*, sería necesario utilizar relés de alta velocidad y maniobra en algunos de los circuitos de la empresa *A*. Fallas trifásicas cerca de las barras de 13.8 kV o 66 kV de la estación *AA* y la barra

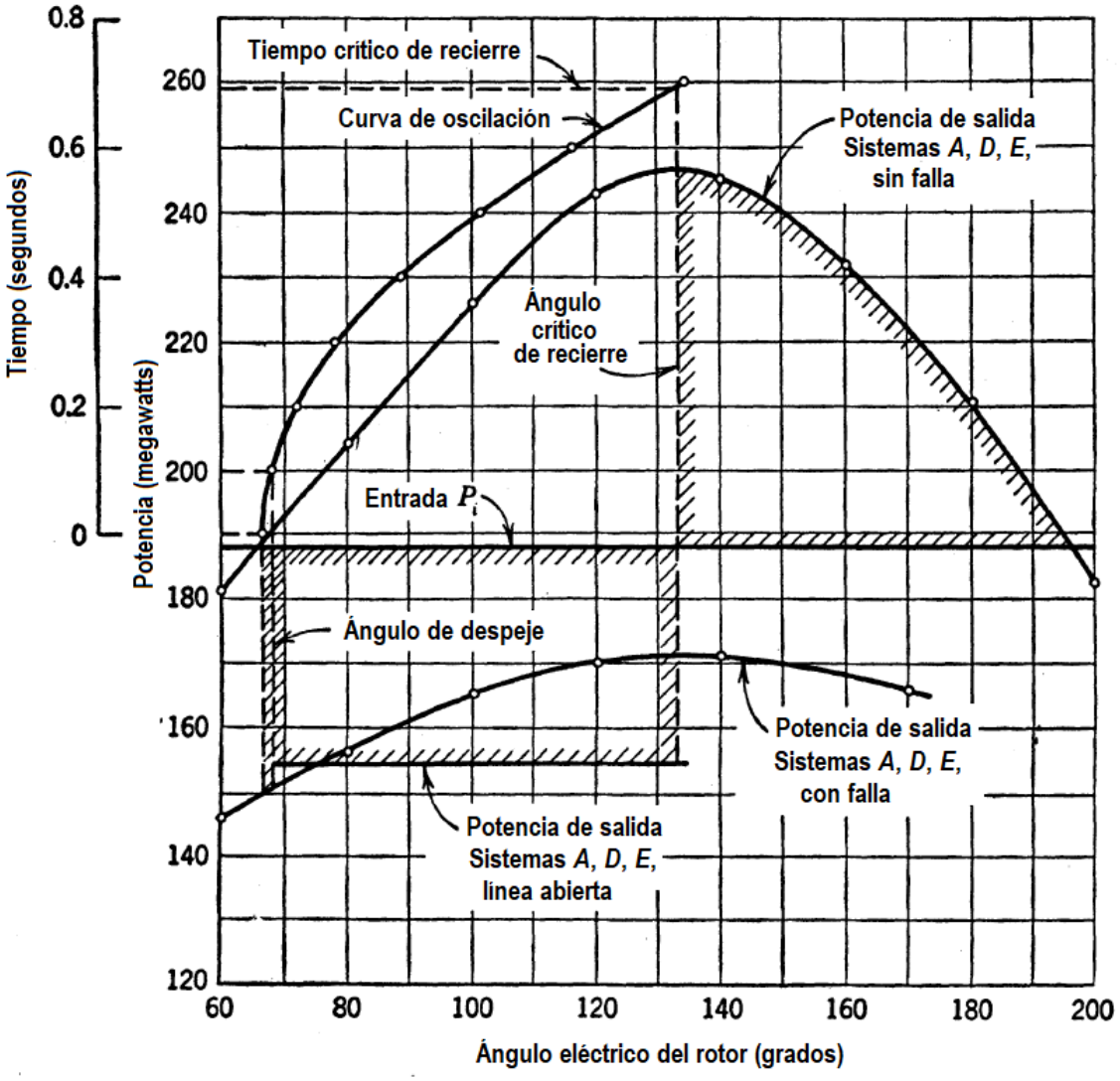


Figura 59

Curvas de potencia - ángulo y curva de oscilación, Estudio 4, parte 2, ejecución 17. 25 MW recibidos en la estación *BD* desde la subestación *AB*. Falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación *AB* en la línea de interconexión propuesta de 154 kV con la estación BD. Tiempo de despeje, 6 ciclos. Tiempo crítico de recierre, 42 ciclos.

de 66 kV de la subestación *AB* deben despejarse en 12 ciclos o menos. El tiempo para solucionar fallas trifásicas en la red de 13.8 kV podría aumentarse a 18 ciclos si la falla estuviera separada de la barra por 1000 pies o más de cable de 700,000 circular mils o por una impedancia equivalente. Si la barra de la estación *AA* estaba seccionada, las fallas trifásicas en o cerca de la barra deben eliminarse en 16 ciclos o menos.

También podría ser necesario relés de alta velocidad y maniobra en varias de las líneas de transmisión de la empresa *B*, pero se necesitarían más estudios, después de seleccionada la terminal de la línea, para determinar el alcance de esos cambios.

Capacidad del transformador terminal. El transformador de la subestación *AB* debe tener una capacidad de 45 MVA y el de la estación *BD* o la subestación *BC* debe

tener una capacidad de 50 MVA. Ambos transformadores deben tener devanados terciarios de 15 MVA para conexión a condensadores síncronos o reactores estáticos.

Se deberá aumentar la capacidad de los transformadores 13,8/66 kV de la estación *AA* de 20 MVA a 45 MVA.

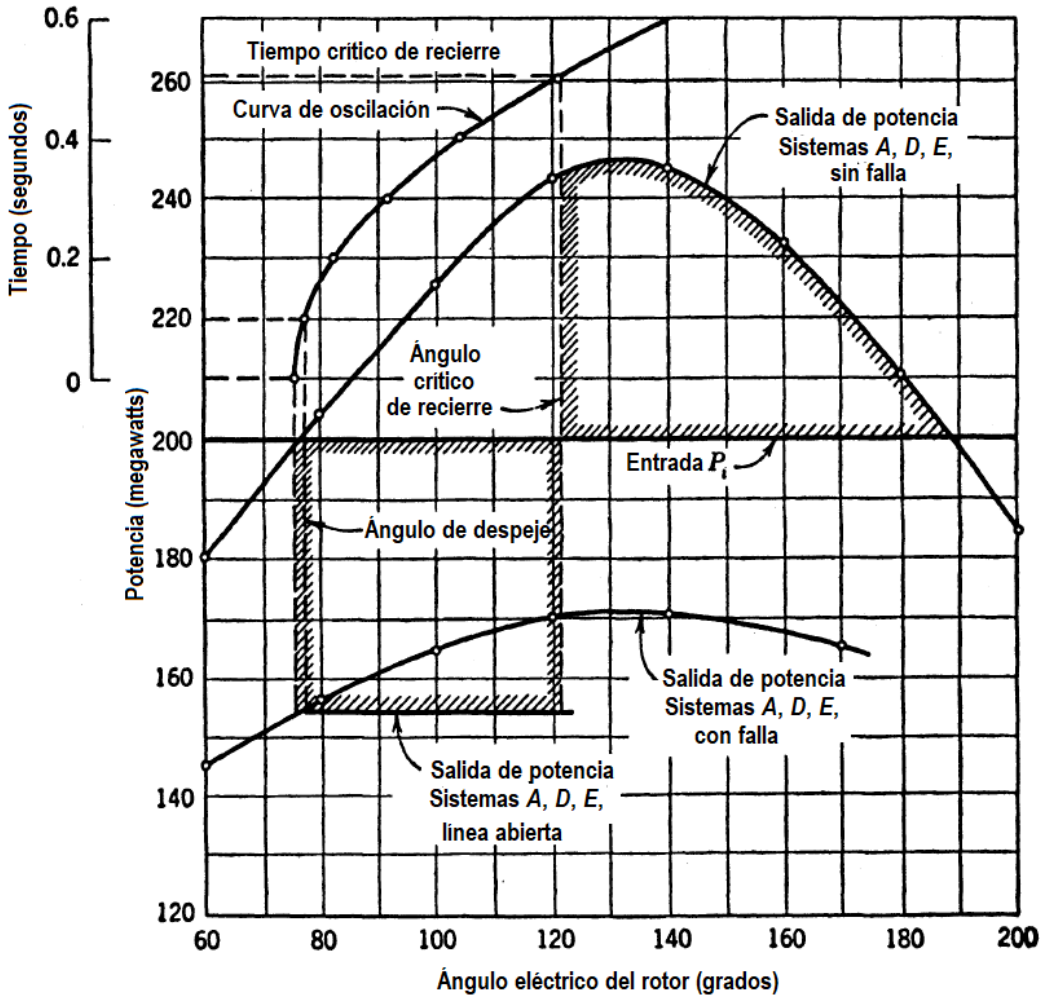


Figura 60

Curvas de potencia - ángulo y curva de oscilación, Estudio 4, parte 2, corrida 18. 35 MW recibidos en la estación *BD* desde la subestación *AB*. Falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación *AB* en la línea de interconexión propuesta de 154 kV con la estación *BD*. Tiempo de despeje, 6 ciclos. Tiempo crítico de recierre, 31 ciclos.

La línea tal como está construida. La interconexión entre las empresas *A* y *B* se construyó y puso en servicio en 1942. La línea tenía 268.5 millas de longitud, con terminales en las subestaciones *AB* y *BC* y sin estaciones intermedias ni tomas. (El trazado finalmente seleccionado era más largo que el supuesto en los estudios preliminares.) se trataba de un circuito de línea única de 154 kV. Los conductores de fase eran cables de cobre de temple duro, huecos, de 250,000 circular mil, de 0,683 pulgadas de diámetro, sostenidos por cadenas de diez aisladores de suspensión de 10 pulgadas. Estaban espaciados a 14 pies 6 pulgadas en un plano horizontal (espaciamiento equivalente a 18 pies 3 pulgadas). Había dos cables de tierra de acero

galvanizado de alta resistencia de 3/8 de pulgada a 12 pies por encima de los conductores de fase en las estructuras y a 20 pies por encima de ellos en el centro del tramo. Las estructuras eran marcos en H de madera. En la línea había tres tramos de transposición completa.

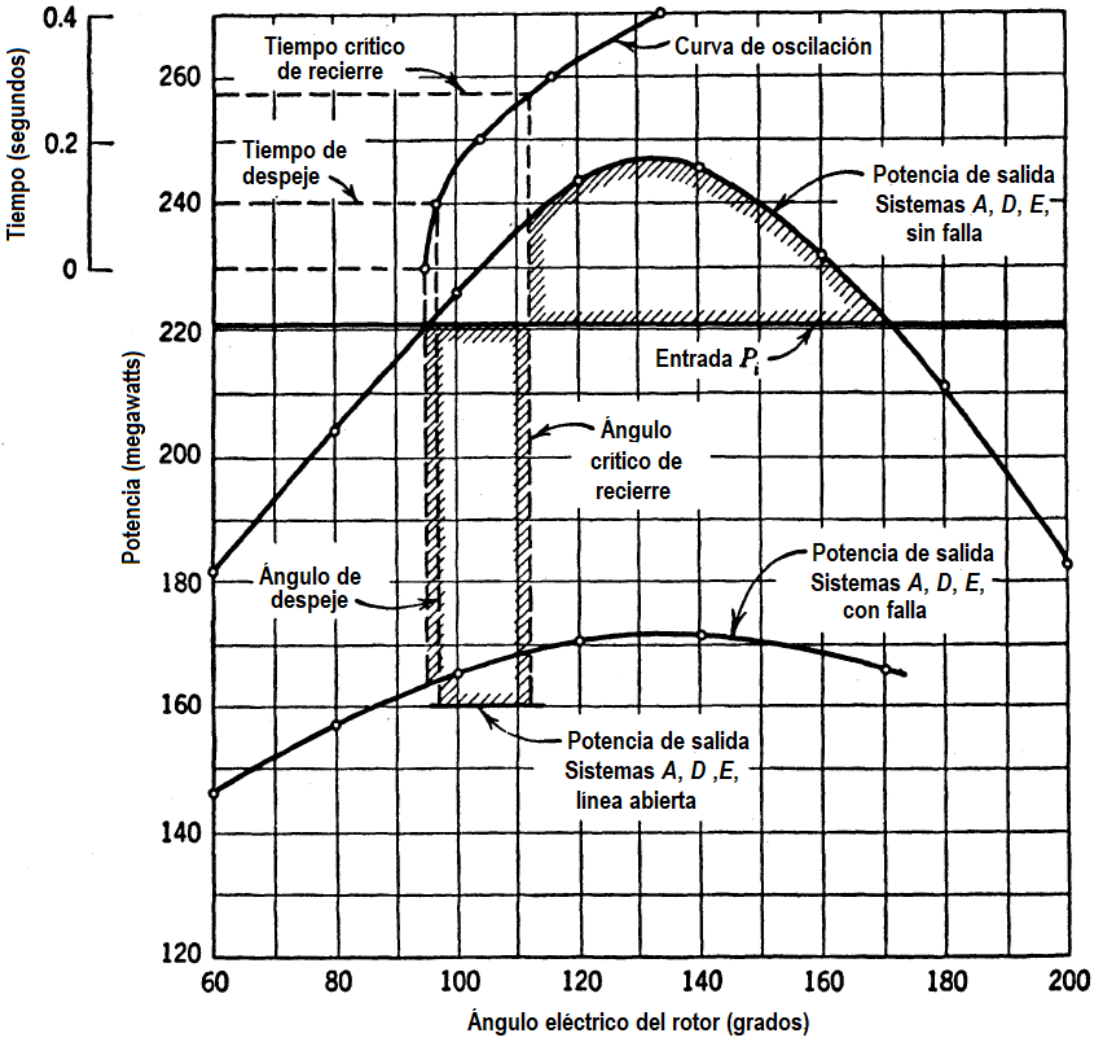


Figura 61

Curvas potencia – ángulo y curva de oscilación, Estudio 4, parte 2, ejecución 19. 45 MW recibidos en la estación *BD* desde la subestación *AB*. Falla de dos líneas a tierra cerca de la subestación *AB* en la línea de interconexión propuesta de 154 kV con la estación *BD*. Tiempo de despeje, 6 ciclos. Tiempo crítico de recierre, 16 ciclos.

En la subestación *AB* se contaba con un banco de transformadores de tres devanados de 40 MVA, 161/69/13,8 kV, y en la subestación *BC*, un banco de autotransformadores de 45 MVA, 161/138/12,5 kV. En cada terminal había tres reactores estáticos de 5 MVAR conectados a los devanados terciarios.

Debido a la longitud de la línea, fue necesario desarrollar y utilizar un nuevo tipo de sistema de relés de alta velocidad que pudiera distinguir entre fallas y oscilaciones de potencia, aunque la magnitud de la impedancia indicada pudiera ser casi la misma [2] [3]. Las fallas internas en los transformadores terminales fueron eliminadas por relés

diferenciales que abrieron los disyuntores de aceite de bajo tensión (66 kV en *AB*, 132 kV en *BC*) y cerraron un interruptor de puesta a tierra tripolar en el lado de 154 kV, causando que los interruptores en el extremo distante de la línea se abran.

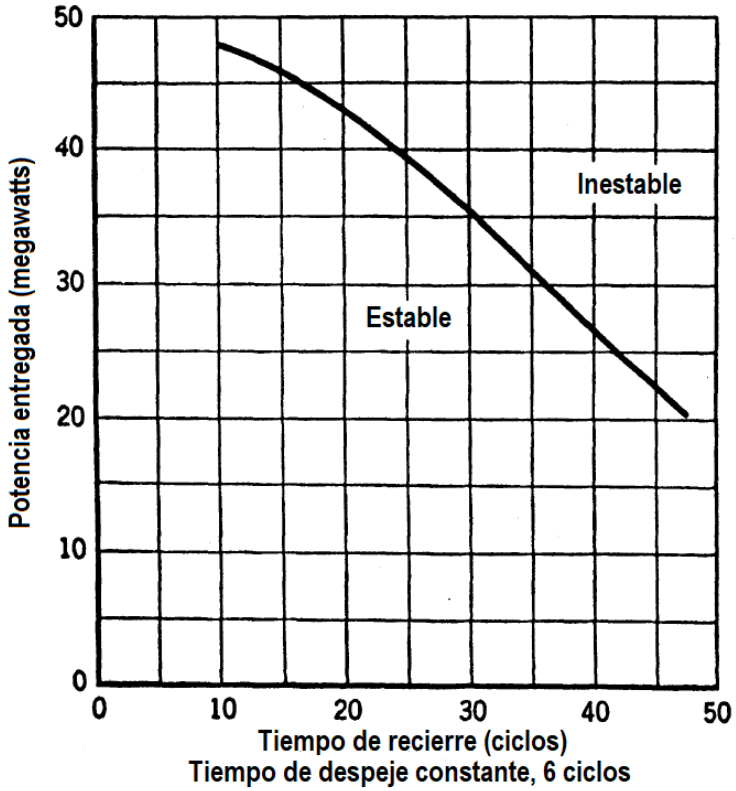


Figura 62

Curva de energía entregada a la estación *BD* desde la subestación *AB* sobre la línea de interconexión propuesta de 154 kV versus el tiempo crítico de recierre para una falla de dos líneas a tierra en esta línea cerca de la subestación *AB*, despejada en 6 ciclos. Basado en los resultados de las corridas del 17 al 19, Estudio 4, parte 2.

Pruebas de fallas por etapas.[4] Una vez construida la línea y lista para el servicio, se colocaron una serie de fallas por etapas en la línea para verificar el funcionamiento de los nuevos relés de línea larga y verificar los límites de potencia de estabilidad transitoria encontrados en los estudios del tablero de cálculo que han sido descritos. Algunas fallas se ubicaron en la propia línea de interconexión de 154 kV, otras en líneas de 60 kV, 66 kV y 132 kV cercanas a sus terminales. El primer grupo de catorce pruebas se realizó con los sistemas *A* y *B* sincronizados, pero casi sin flujo de energía en la interconexión. En estas pruebas se descubrieron algunas operaciones incorrectas de los relés, lo que provocó algunos cambios en las conexiones y ajustes de los relés y del control del interruptor. El segundo grupo de ocho pruebas se realizó con diversas cantidades y direcciones de intercambio de energía. Se realizaron registros oscilográficos de dieciocho corrientes o tensiones en los circuitos principal y de control, permitiendo determinar la secuencia y tiempo de diversas operaciones. Las pruebas del segundo grupo se resumen en la Tabla 12.

Tabla 12

Pruebas de falla por etapas de dos líneas a tierra en la interconexión de 154 kV de los Sistemas A y B con Intercambio de Energía (Estudio 4)

	Ubicación de Falla			Flujo de Energía en la Interconexión		Tiempo de despeje (ciclos)		Tiempo de Recierre (ciclos)		
Número	Tensión de Línea (kV)	Cerca de Estación	En Línea a	MW	Rec	en *AB*	en *BC*	en *AB*	en *BC*	Estable o Inestable
1	154	*AB*	*BC*	15	*BC*	6.8	6.8	21.2	24.2	Estable
2	154	*AB*	*BC*	30	*BC*	6.5	7.5	21.5	24.5	Estable
3	66	*AB*	*EA*	28	*BC*	10.5	...	...	...	Estable
3A	132	*BC*	*BD*	29	*AB*	...	10.0	...	...	Estable
4	154	*BC*	*AB*	35	*AB*	10.0	6.0	26.2	23.0	Inestable *
4A	154	*BC*	*AB*	26	*AB*	19.0 †	5.5	34.5	22.0	Inestable †
4B	154	*BC*	*AB*	31	*AB*	10.0	6.0	25.8	22.5	Estable
5	132	*BC*	*BD*	34	*AB*	...	8.5	...	...	Estable

* Pérdida de sincronismo entre los sistemas *B* y *F*

† Problema en un relé en la estación *AB* provocó un disparo lento

Con excepción de las pruebas 4 y 4*A*, en las que se perdió el sincronismo, las oscilaciones de potencia observadas en todos los sistemas interconectados fueron pequeñas.

Luego de la aplicación de fallas en la línea de 154 kV, los interruptores terminales despejaron exitosamente la falla y volvieron a cerrar en todos los casos en los que estaban previstos. Los mismos interruptores permanecieron cerrados en cada prueba en la que se aplicó una falla a otras líneas, lo que indica el correcto funcionamiento de los relés durante fallas externas.

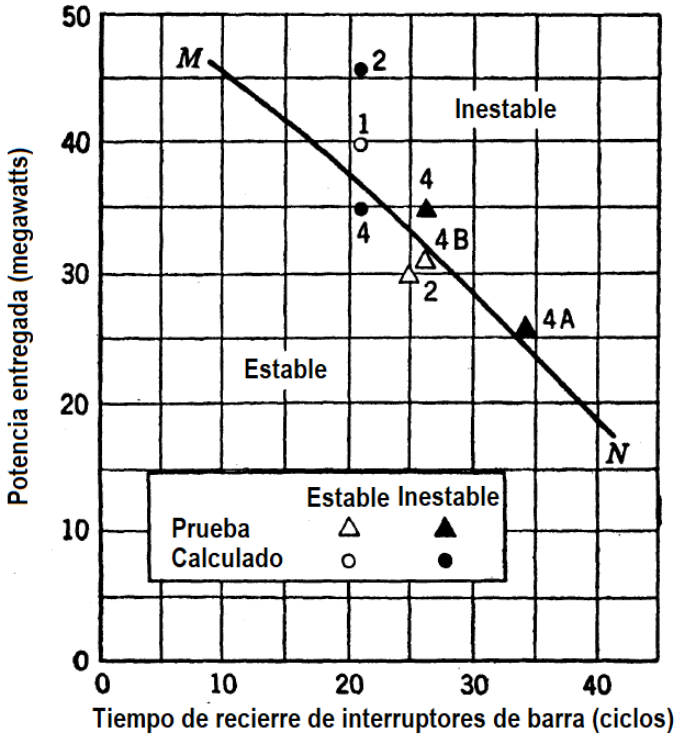


Figura 63

Curva aproximada del límite de potencia de estabilidad transitoria en función del tiempo de recierre para fallas en la interconexión de 154 kV de las compañías *A* y *B*, Estudio 4. Se trazan puntos de las pruebas de falla por etapas y de los resultados del tablero de cálculo.

El estudio de los resultados de las pruebas reveló que el tiempo total esperado de 21 o 22 ciclos desde la falla hasta el reenganche final del segundo interruptor no se estaba obteniendo debido a un retraso de 2 a 4 ciclos en la acción del relé al final de la línea alejada de la falla. Este problema se corrigió posteriormente.

Para correlacionar las pruebas con los resultados de las pruebas de estabilidad realizadas en la tabla de cálculo, se preparó la Fig. 63. Aquí se representan los puntos que representan los resultados de la prueba de falla por etapas y otros puntos que representan los resultados del tablero de cálculo con el terminal de línea en la subestación *BC* con la potencia entregada como ordenada y el tiempo de reconexión como abscisa. La línea inclinada *MN* separa la región de estabilidad de la región de inestabilidad. Los resultados de las pruebas concuerdan razonablemente bien con los resultados de los estudios de la junta. No se puede esperar un acuerdo exacto porque

las condiciones existentes en el momento de las pruebas de fallas por etapas diferían de las condiciones supuestas en los estudios de la placa de cálculo. En particular, la interconexión entre los sistemas *B* y *C*, supuesta en los cálculos, aún no se había construido. Incluso si lo hubiera sido, no habría sido factible programar el flujo y la generación de energía en cinco o más sistemas de energía en varios estados de tal manera que se duplicaran las condiciones supuestas en el cálculo.

REFERENCIAS

1. R. C. BERGVALL, "Series Resistance Method of Increasing Transient-Stability Limit," *A.I.E.E. Trans.,* vol. 50, pp. 490-4, June, 1931; disc., pp, 494-7.

2. F. C. POAGE, C. A. STREIFUS, D. M. MACGREGOR, and E. E. GEORGE, "Performance Requirements for Relays on Unusually Long Transmission Lines," *A.I.E.E. Trans.,* vol. 62, pp, 275-83, June, 1943.

3. A. R. VAN C. WARRINGTON, "Protective Relaying for Long Transmission Lines," *A.I.E.E. Trans.,* vol. 62, pp. 261-8, June, 1943.

4. C. W. MINARD, R. B. Gow, W. A. WOLFE, and E. A. SWANSON, "Staged – Fault Tests of Relaying and Stability on Kansas-Nebraska 270-Mile 154-kv. Interconnection," *A.I.E.E. Trans.,* vol. 62, pp. 358-67, 1943; disc., pp.425-6.